

# 开关功率变换器符号分析方法的原理\*

## Principle of Symbolic Analysis of PWM Power Converters

丘水生

(华南理工大学,广州 510641)\*\*

**【提要】**本文介绍了 PWM 开关功率变换器的一种符号分析方法,着重阐述了该方法的一般原理。这一方法容易得到输出纹波的解析表达式以及系统的小信号模型,兼有计算过程简单和准确度较高的优点,可望成为功率电子学领域比较通用的一种方法。

**关键词:**开关功率变换器, 功率电子学, 时变系统, 符号分析, 解析法

**Abstract:** A symbolic analysis method is introduced for analyzing PWM switching power converters, and the principle of the method is described in detail. The symbolic expressions of ripple and small-signal model are easily obtained. It is shown that the method offers the advantages of both simplicity and accuracy.

**Key words:** Switching power converter, Power electronics, Time-varying system, Symbolic analysis, Analytical method.

### 一、引言

状态空间平均法在国际功率电子学领域被广泛采用,但具有明显的局限性<sup>[1]</sup>。为了提高准确度,近年来提出了一般化的平均法<sup>[2]</sup>,其缺点在于计算相当繁琐,以致尚未得到基本电路的纹波计算式。文献[3]利用等效小参量法原理<sup>[4,5]</sup>提出了一种新的符号算法,比较简单实用,而文献[6]将之推广应用于准谐振式开关变换器等。本文的主要贡献在于详细阐述了这一新方法的基本原理,是上述文献的理论基础。同时,介绍了开关变换器小信号模型的建立方法。本方法属于符号分析,可利用计算机代数系统(例如 REDUCE)<sup>[7]</sup>建立新的 CAD 工具。

### 二、方法原理

基本的 PWM 开关功率变换器可用如下形式的时变微分方程来描述<sup>[2,8]</sup>

$$G_1(p)x + G_2(p)f = u \quad (1)$$

式中  $p = d/dt$ ,  $G_1(p)$  和  $G_2(p)$  为系数矩阵,  $x$  和  $u$  分别为状态变量和常数(均为向量)。对于基本电路

$$f = \delta(x + e) \quad (2)$$

式中  $e$  为常数向量,当  $u \neq 0$  时,  $e = 0$ ,且

$$\delta = \begin{cases} 1 & (0 < t \leq t_1) \\ 0 & (t_1 < t \leq T) \end{cases} \quad (3)$$

当主开关通(断)时  $\delta = 1(0)$ ,  $T$  为开关周期。开关函数  $\delta$  的占空比及相关的量  $D'$  定义为

$$D = t_1/T, \quad D' = 1 - D \quad (4)$$

现研究式(1)的稳态解。

假定开关变换器具有低通或带通滤波器特性,而稳态周期函数  $x$  可展开为傅氏级数,故令

$$x = x_0 + \epsilon x' \quad (5)$$

式中  $x_0$  包含  $x$  的主要分量(详见本节倒数第二段)。所引入的小量标记用于指明  $|x'| \ll x_0$ 。当需要给定具体数值时,令  $\epsilon = 1$ 。与式(5)相类似,可令

$$f = F + \epsilon F' \quad (6)$$

\* 1995年7月收到,1995年12月定稿。高校博士点科学基金、广东省自然科学基金资助项目

\*\* Qiu Shuisheng(South China University of Technology, Guangzhou 510641)

式中  $F$  的频谱与  $x_0$  的相同. 由于低通或带通滤波假设,  $F$  实际上为  $f$  主部. 将式(6)代入式(1)得:

$$G_1(p)x + G_2(p)F - u = -\epsilon G_2(p)f' \quad (7)$$

上式右边为小量, 故式(7)等效为一个具有小参量的系统. 因此, 扰动法<sup>[5]</sup>可应用于式(7), 条件为:  $x_0$  由方程

$$G_1(p)x_0 + G_2(p)F - u = 0 \quad (8)$$

来确定. 即是说, 将扰动法和諧波平衡法结合起来就可以求解式(1)——即使  $f$  为强非线性或强时变函数也是如此. 两方法的结合使新方法可将修正量  $x'$  的确定归结为线性方程的求解问题, 因而算法变得简单多了(详见下一节).

应用扰动法时, 需要引入小参量  $\mu$ , 为此将式(7)写成

$$G_1(p)x + G_2(p)F - u = -\mu G_2(p)f' \quad (9)$$

式中:  $x = x_0 + \mu x'_1 + \mu^2 x'_2 + \dots; f' = -\epsilon f'/\mu$ .

根据扰动法原理并考虑强非线性情况, 小参量定义为

$$\mu_n = |f'_n|_{\max} / |f_n|_{\max} \quad (10)$$

是合适的, 式中  $f'_n$  和  $f_n$  为  $f'$  和  $f$  的第  $n$  个元,  $\mu$  可称为等效小参量, 即方程(1)的等效系统式(9)的小参量. 由式(10)看出, 若  $x_0$  包含了  $x$  的所有主要分量则  $\mu_n \ll 1$ , 因此  $\mu$  是客观存在的. 当式(1)和  $f'$  确定之后,  $\mu$  值是唯一确定的. 显然, 可以通过增加  $F$  的諧波分量的办法来减小  $\mu$  值, 以提高解的精确度. 本方法正是利用等效小参量  $\mu$  的客观存在性来达到可用于强非线性系统的目的, 故得其名.

问题在于, 解  $x$  未确定之前  $\mu$  值是未知的. 若要直接求解式(9), 就必须首先寻找一个方法对  $\mu_n$  进行估值. 然而, 不难发现还有另外一个更简单的方法: 将式(7)写成

$$G_1(p)x + G_2(p)F - u = -\epsilon G_2(p)f' \quad (11)$$

式中,  $x = x_0 + \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 + \dots$ . 把  $\epsilon$  看成小参量并将扰动法原理应用于式(11)所得的结果与利用扰动法求解式(9)所得的结果完全相同. 比较式(11)和(9)易看出, 小量标记  $\epsilon$  指示了  $\mu$  的所在位置, 这就是上述两种解法得到相同结果的实质. 这一观点可以通过扰动法应用于式(11)和(9)的实际求解过程来证实, 其结果为  $\epsilon^i x_i = \mu^i x'_i$  ( $i=1, 2, \dots$ ), 这一事实告诉我们: 利用扰动法原理和式(11)求解式(1)时, 所得符号解的表达式与选取的  $\epsilon$  值无关(但其准确度取决于上述客观存在的  $\mu$  值;  $\mu$  值越小, 解的精确度越

高). 由此可知, 在实际分析过程中, 并不需要人为地引入小参量  $\mu$ , 而直接利用式(11)和  $\epsilon=1$  来求解式(1)将使计算更为简单. 这是新算法比较简单的原因之一.

由上可知, 算法收敛性显然可以归结为  $x_0$  是否包括了精确解  $x$  所有的主要分量(即是否  $\mu_n \ll 1$ )的问题, 而与利用小量标记  $\epsilon$  是无关的. 换句话说, 收敛性问题可归结为解题者在求解式(1)之前是否知道  $x_0$  的频谱. 这个问题的答案取决于求解者对于具体的(题给的)方程(1)所具有的基本物理知识. 例如, PWM 开关功率变换器的输出波纹通常是比较小的; 一个具有两个自然频率的电路可能产生多模振荡. 有时候,  $x_0$  频谱的选取与求解问题本身有关. 例如, 当寻找非自治系统的分谐波振荡时, 必须包含分谐波分量和另一个频率与外信号相同的基本分量. 注意到, 在现有文献中所有的解析法均要求预先给定或估计  $x_0$  的频谱, 通常假定为基频或直流.

上面的论述使我们能够自然地给出下一节中的具体算法. 同时发现, 实际计算过程是简单的. 其中值得注意的是, 将时变(或非线性)函数分解为两个幂级数(见式(27))是新方法准确度较高而可以应用于强非线性系统的原因之一, 也是算法比较简单的原因(函数  $f$  中主部幂级数的利用使扰动法中的“永年项”问题在新方法中消失了, 因而可直接利用諧波平衡——待定系数法来求解决修正量  $x'$  的所有线性微分方程).

### 三、时变微分方程的解法

现将上述原理应用于式(1). 将稳态周期函数  $x$  和  $f$  展开为:

$$x = x_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \epsilon^i x_i \quad (12)$$

$$f = f_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \epsilon^i f_i \quad (13)$$

式中  $i$  为近似阶数;  $\epsilon$  为小量标记, 当需要给定数值时令  $\epsilon=1$ ;  $x_0$  和  $f_0$  为  $x$  和  $f$  的主分量,  $x_i$  和  $f_i$  为第  $i$  阶分量.  $x_0$  和  $x_i$  可用傅氏级数表示:

$$x_0 = \sum_{n \in E_0} x_{0n} = a_{00} e^{j\omega t} + \bar{a}_{00} e^{-j\omega t} \quad (14)$$

$$x_i = \sum_{k \in E_i} x_{ki} = a_{ki} e^{jk\tau} + \bar{a}_{ki} e^{-jk\tau} \quad (15)$$

式中:  $\tau = \omega t = 2\pi t/T$ ;  $a_{00}$  ( $a_{0i}$ ) 是  $x_0$  ( $x_i$ ) 的直流分量;  $a_{n0}$  ( $a_{ni}$ ) 是  $n$  ( $k$ ) 次谐波的零 (第  $i$ ) 阶振幅. 主分量  $x_0$

的频谱  $E_0$ (数的集合)由与式(1)有关的物理知识来确定(详见上一节).对于开关功率变换器,输出电压和电感电流的主分量为直流,通常可以选取  $E_0 = \{0\}$ , $x_i$  的频谱  $E_{ir}$  将在下面的讨论中确定.

类似于式(14),由式(3)定义的开关函数可表示为

$$\delta = b_0 + \sum_{m=1}^M (b_m e^{jmr} + \bar{b}_m e^{-jmr}) \quad (16)$$

式中: $b_0 \approx D$ , $b_m = (1/2)(\alpha_m - j\beta_m)$ ,

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \sin 2Dm\pi/m\pi, \\ \beta_m &= (1 - \cos 2Dm\pi)/m\pi. \end{aligned} \quad (17)$$

类似于式(13),式(16)可写成

$$\delta \approx \delta_0 + \epsilon \delta_1 + \epsilon \delta_2 \quad (18)$$

且可选取

$$\delta_0 = b_0 + b_1 e^{jr} + \bar{b}_1 e^{-jr} \quad (19a)$$

$$\delta_i = b_{2i} e^{j2ir} + \bar{b}_{2i} e^{-j2ir} + b_{2i+1} e^{j(2i+1)r} + \bar{b}_{2i+1} e^{-j(2i+1)r} \quad (19b)$$

式中  $i=1,2$ .为叙述的方便,现考虑式(2)当  $\epsilon=0$  的情况,将式(12)和(18)代入式(2),并将所得结果与式(13)相比较可得

$$\begin{aligned} f_0 &= \delta_0 x_0, \\ f_1 &= \delta_0 x_1 + \delta_1 x_0, \\ f_2 &= \delta_0 x_2 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_0 \end{aligned} \quad (20)$$

将式(14)、(15)、(19)代入式(20)所得的三个表达式具有如下形式

$$f_0 = f_{0m} + R_1 \quad (21)$$

$$f_i = f_{im} + R_{i+1} \quad (22)$$

式中:

$$f_{0m} \approx \sum_{n \in E_0} \varphi_{0n} = d_{00} + \sum_{n \in E_0} (d_{n0} e^{jnr} + \bar{d}_{n0} e^{-jnr}) \quad (23)$$

$$f_{im} \approx \sum_{k \in E_{ir}} \varphi_{ki} = d_{0i} + \sum_{n \in E_{ir}} (d_{ki} e^{jkr} + \bar{d}_{ki} e^{-jkr}) \quad (24a)$$

$$R_i \approx \sum_{k \in E_{ir}} U_{ki} = U_{0i} + \sum_{n \in E_{ir}} (U_{ni} e^{jkr} + \bar{U}_{ni} e^{-jkr}) \quad (24b)$$

式中  $d_{00}, d_{0i}$  和  $U_{0i}$  均为直流分量. $f_{0m}$  的频谱与  $x_0$  的相同,而  $R_1$  包含了其它较高次的谐波,因而是比  $f_{0m}$  高一阶的小量,故式(21)可写成

$$f_0 = f_{0m} + \epsilon R_1 \quad (25)$$

类似地, $f_i = f_{im} + \epsilon R_{i+1}$   $(26)$

应用式(25)将导致  $x_1$  和  $f_{1m}$  的频谱取决于  $E_{1r}$ ( $R_1$  的频谱).类似地, $x_i$  和  $f_{im}$  的频谱与  $E_{ir}$  的相同.这些关系可在下面式(28)中看出来.将式(25)和(26)代入式(13)得

$$f = (f_{0m} + \epsilon f_{1m} + \epsilon^2 f_{2m} + \dots) + (\epsilon R_1 + \epsilon^2 R_2 + \dots) \quad (27)$$

可见,函数  $f$  可以分解为两个幂级数,第一个包含了所有的主部,第二个则包含全部余项,这是本方法的一个主要特点,其重要意义已在上一节中说明.

将式(27)和(12)代入式(1)并令等式两边  $\epsilon^i$  的系数分别相等,可得到线性方程组

$$G_1(p)x_0 + G_2(p)f_{0m} = u \quad (28a)$$

$$G_1(p)x_1 + G_2(p)f_{1m} = -G_2(p)R_1 \quad (28b)$$

$$G_1(p)x_2 + G_2(p)f_{2m} = -G_2(p)R_2 \quad (28c)$$

... ...

利用谐波平衡求解式(28)可得线性方程组,随之即得各直流分量和交流分量振幅的表达式.对闭环开关变换器,式(28a)将产生非线性代数方程组.

对于实际的开关变换器,通常假定式(1)具有低通特性.在此情况下,式(28)可进一步简化.其一,由式(28)前三个方程求得的解已经相当准确,其它高阶近似方程可以略去;其二,可以选取  $E_0 = \{0\}$ ,并可采用如下近似

$$d_{ki} \approx D_{ki} + \eta_{ki} a_{ki}, d_{00} = \eta_{00} a_{00}, d_{n0} = 0 \quad (29)$$

式中: $D_{ki} = D_{0i} + \eta_{0i} a_{0i} + \eta_{1i} a_{1i} + \dots + \eta_{(k-1)i} a_{(k-1)i}$ ,  $D_{0i}$  包含所有与  $a_{0i}$  和  $a_{ki}$  ( $k=1,2,\dots$ ) 无关的项; $\eta_{00}, \eta_{0i}, \dots$  和  $\eta_{ki}$  均为常数向量.在  $d_{ki}$  中次数较高的高次谐波振幅  $a_{(k+1)i}$  可略去,或者移至  $R_{(i+1)}$  中,余类推.这一近似将使  $a_{ki}$  的计算变得简单得多.注意到,复共轭振幅  $\bar{a}_{ki}$  一般不出现在  $d_{ki}$  中.

将式(14)、(15)、(23)、(24)和(29)代入式(28)可得到经过简化的代数方程组

$$G_1(0)a_{00} + G_2(0)\eta_{00}a_{00} = U \quad (30)$$

$$G_1(jk\omega)a_{k1} + G_2(jk\omega)\eta_{k1}a_{k1} = -G_2(jk\omega)(U_{k1} + D_{k1}), \quad (k \in E_{1r}, k \neq 0) \quad (31)$$

$$G_1(jk\omega)a_{k2} + G_2(jk\omega)\eta_{k2}a_{k2} = -G_2(jk\omega)(U_{k2} + D_{k2}), \quad (k \in E_{2r}, k \neq 0) \quad (32a)$$

由式(28c)导出的直流修正量方程可简写为

$$G_1(0)a_{02} + G_2(0)\eta_{02}a_{02} = -G_2(0)U_{02} \quad (32b)$$

这些线性代数方程具有相同的形式  $B \cdot y = c$

显然容易解得  $a_{00}, a_{k1}, a_{k2}$  和  $a_{02}$  的符号表达式,而最后的解为

$$x \approx x_0 + x_1 + x_2$$

$$= a_{00} + a_{02} + (a_{11}e^{jr} + a_{22}e^{j2r} + a_{32}e^{j3r} + c.c.)$$

式中  $c.c.$  表示复共轭项.

根据式(30),容易写出直流动态方程

$$G_1(p)\bar{x}_{00} + G_2(p)\bar{\eta}_{00}\bar{x}_{00} = \bar{U} \quad (33)$$

式中  $\bar{U} = k\bar{E}$ ,  $k$  为常数,  $E$  为输入直流电源,  $\eta_{00}$  为  $D$

的函数,而  $\bar{x}_{00}$ 、 $\bar{\eta}_{00}$  和  $\bar{E}$  为受扰动的量,可表示为  
 $\bar{x}_{00} = a_{00} + \hat{x}$ ,  $\bar{E} = E + \hat{e}$ ,  $\bar{\eta}_{00} = \eta_{00} + \eta_d \hat{d}$ ,  $\bar{D} = D + \hat{d}$   
 将上述各式代入式(33)便可得到小信号模型

$$[G_1(p) + G_2(p)\eta_{00}] \hat{x} + G_2(p)\eta_d a_{00} \hat{d} = k \hat{e} \quad (34)$$

式中,  $\eta_d = d\bar{\eta}_{00}/d\bar{D}|_{\bar{D}=D}$ .

由式(34)可绘出一个相应的等效电路模型. 为了提高精确度, 可用式(32b)来修正这个模型. 当式(28a)为非线性方程时, 这种方法仍然有效.

#### 四、例 子

升压变换器如图 1 所示. 其描述方程为

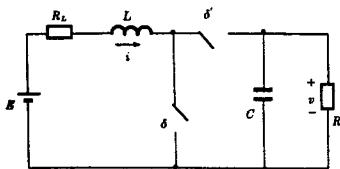


图 1 升压功率变换器

$$G_1(p)x + G_2(p)f = u \quad (35)$$

式中

$$G_1(p) = \begin{bmatrix} p + \frac{R_L}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & p + \frac{1}{RC} \end{bmatrix}, G_2(p) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$x = \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}, u = \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix}, f = \delta \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}$$

现求式(35)的稳态解.

输出电压  $v$  和电感电流  $i$  的主要分量为直流, 故可选取  $E_0 = \{0\}$ , 并令

$$x_0 = a_0 = [I_{00}, V_{00}]^T \quad (37)$$

式中  $I_{00}$  和  $V_{00}$  为  $i$  和  $v$  的直流分量.

将式(37)和(19a)代入式(20)中的  $f_0$ , 并将其结果与式(25)相比较得

$$f_{0m} = b_0 a_{00} \quad (38)$$

$$R_1 = b_1 a_{00} e^{j\tau} \quad (39)$$

将式(38)、(37)代入式(28a)得

$$G_1(0)a_{00} + G_2(0)b_0 a_{00} = u \quad (40)$$

解式(40)得

$$V_{00} = \frac{(1-D)E}{(1-D)^2 + R_L/R}, \quad I_{00} = \frac{V_{00}}{(1-D)R} \quad (41)$$

式(39)表明式(28b)的右边只有基波, 故  $x_1$  的解也只有基波, 即  $E_{1r} = \{1\}$ , 且可令

$$x_1 = a_{11} e^{j\tau} + \bar{a}_{11} e^{-j\tau} \quad (42)$$

式中,  $a_{11} = [I_{11}, V_{11}]^T$ ,  $I_{11}$  和  $V_{11}$  为  $i$  和  $v$  的基波的一阶振幅. 将式(42)以及(19)中的  $\delta_0$  和  $\delta_1$  代入式(20)中的  $f_1$  得

$$f_{1m} = b_0 a_{11} e^{j\tau} \quad (43)$$

$$R_2 = \bar{b}_1 a_{11} + b_1 \bar{a}_{11} + (b_2 a_{00} + b_1 a_{11}) e^{j2\tau} + b_3 a_{00} e^{j3\tau} \quad (44)$$

将式(43)和(39)代入式(28b)得

$$G_1(j\omega)a_{11} + G_2(j\omega)b_0 a_{11} = -G_2(j\omega)b_1 a_{00} \quad (45)$$

解上式得

$$V_{11} = \frac{b_1 R (j\omega L I_{00} - D' V_{00})}{\omega^2 L C R - (D')^2 R - j\omega L}, \quad I_{11} = \frac{b_1 V_{00} - D' V_{11}}{j\omega L} \quad (46)$$

式(44)表明式(28c)右边包含直流二次和三次谐波, 故  $x_2$  也有这些分量, 即  $E_{2r} = \{0, 2, 3\}$  且可令

$$x_2 \approx a_{02} + (a_{22} e^{j2\tau} + a_{32} e^{j3\tau} + c.c.) \quad (47)$$

$$\text{式中: } a_{02} = [I_{02}, V_{02}]^T, a_{22} = [I_{22}, V_{22}]^T, \\ a_{32} = [I_{32}, V_{32}]^T$$

这些均为二阶修正量. 将式(47)和(19)代入式(20)中的  $f_2$  得

$$f_{2m} \approx b_0 a_{02} + (b_0 a_{22} + b_3 \bar{a}_{11}) e^{j2\tau} + (b_0 a_{32} + b_1 a_{22} \\ + b_2 a_{11}) e^{j3\tau} \quad (48)$$

式中二次谐波的高阶小量已忽略. 将式(48)和(44)代入式(28c)得

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1(j2\omega)a_{22} + G_2(j2\omega)b_0 a_{22} = -G_2(j2\omega)(b_2 a_{00} \\ \quad + b_1 a_{11} + b_3 \bar{a}_{11}) \\ G_1(j3\omega)a_{32} + G_2(j3\omega)b_0 a_{32} = -G_2(j3\omega)(b_3 a_{00} \\ \quad + b_2 a_{11} + b_1 \bar{a}_{22}) \\ G_1(0)a_{02} + G_2(0)b_0 a_{02} = -G_2(0)(\bar{b}_1 a_{11} + b_1 \bar{a}_{11}) \end{array} \right. \quad (49)$$

其解法与式(40)和(44)相同.

利用式(41)、(46)及式(49)的解可得到最后的解答, 即

$$x \approx a_{00} + a_{02} + (a_{11} e^{j\tau} + a_{22} e^{j2\tau} + a_{32} e^{j3\tau} + c.c.) \quad (50)$$

$$\text{式中: } V_0 = V_{00} + V_{02} \approx V_{00} = \frac{(1-D)E}{(1-D)^2 + R_L/R},$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{11} = \frac{b_1 R (j\omega L I_{00} - D' V_{00})}{\omega^2 L C R - (D')^2 R - j\omega L} \approx \frac{b_1 (j\omega L I_{00} - D' V_{00})}{\omega^2 L C - (D')^2} \\ V_{22} = \frac{j2\omega L (b_2 I_{00} + b_1 I_{11}) - D' b_2 V_{00}}{4\omega^2 L C - (D')^2} \\ V_{32} = \frac{j3\omega L (b_3 I_{00} + b_2 I_{11} + b_1 I_{22}) - D' b_3 V_{00}}{9\omega^2 L C - (D')^2} \end{array} \right. \quad (51)$$

$$I_0 = I_{00} + I_{02} \approx I_{00} = V_{00} / [(1-D)R], I_{02} = \frac{2V_{02}}{D'R},$$

$$\begin{cases} I_{11} = \frac{b_1 V_{00} - D' V_{11}}{j\omega L} \\ I_{22} = \frac{b_2 V_{00} + b_1 V_{11} - D' V_{22}}{j2\omega L} \\ I_{32} = \frac{b_3 V_{00} + b_2 V_{11} + b_1 V_{22} - D' V_{32}}{j3\omega L} \end{cases} \quad (52)$$

由式(50)可得到输出波纹的计算式

$$V_{pp} \approx |v_{ac}(\tau_1)| + v_{ac}(\tau_2), \tau_2 = 1.6\pi + 0.2\tau_1 \quad (53)$$

式中  $v_{ac}$  包含  $v$  的所有交流分量,  $\tau_1 = \omega t_1$ , 而  $t_1$  的定义已在式(3)中给出. 对于实际的计算, 可取至二次或三次谐波为止, 这就是式(53)中不采用  $\tau_2 = 0$  的缘故.

利用式(51)和(52)中  $v_0$  和  $I_0$  的表达式可得到传递函数和效率的计算式

$$M = \frac{V_0}{E} \approx \frac{V_{00} + V_{02}}{E} = M_0(1 - K_t)$$

$$\approx M_0 = \frac{(1-D)R}{(1-D)^2 R + R_L} \quad (54)$$

$$\eta = \frac{V_0^2/R}{EI_0} = D'M_0(1 - K_t)^2 / (1 - 2K_t) \quad (55)$$

式中,  $K_t = \frac{1}{2} \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\omega^2 LC - (D')^2}$ ,  $\alpha_1$  和  $\beta_1$  已由式(17)定义.

令式(51)中  $V_{11}$  的分母实部为零可给出有效角频率

$$\omega_e = 2\pi f_e = D' / \sqrt{LC} \quad (56)$$

$V_{11}$  为基波等效子系统的解, 该子系统相应于式(28b)中以  $x_{11}$  为变量的微分方程. 因此,  $f_e$  为该子系统的谐振频率.

当开关频率等于临界频率  $f_c$  时, 电感电流  $i$  的初始值为零. 因此,  $f = f_c$  为连续电流模式和断续电流模式的边界. 电感电流在开关“通”或“断”期间通常可认为近似地具有良好的线性. 根据这一假定容易导出

$$f_c \approx \frac{DD'E}{2LI_R} = \frac{DD'ER}{2LV_0} \quad (57)$$

式中  $I_R = V_0/R$ , 将式(54)导出的  $V_0$  表达式代入式(57)得

$$f_c \approx f'_c(1 + K_c) \approx f'_c(1 + K'_c) \quad (58)$$

式中  $f'_c \approx \frac{DD'R}{2LM}, K'_c = K_t|_{f=f_c}$ .

现假定取  $L = 6\text{mH}, C = 45\mu\text{F}, R = 30\Omega, R_L = 0.46\Omega, E = 37.5\text{V}, D = 0.25, f = 1\text{kHz}$ . 将这些数据代入式(50)得到

$$\begin{cases} v = 48.08 + 0.0942\cos\tau - 3.84\sin\tau + 1.21\cos 2\tau \\ \quad - 0.025\sin 2\tau + 0.183\cos 3\tau + 0.34\sin 3\tau (\text{V}) \\ i = 2.11 - 0.487\cos\tau + 0.392\sin\tau - 0.20\cos 2\tau \\ \quad - 0.002\sin 2\tau - 0.046\cos 3\tau - 0.04\sin 3\tau (\text{A}) \end{cases} \quad (59)$$

而波纹电压为  $V_{pp} \approx 8.5\text{V}$

当开关频率降低而其它参数保持不变时, 直流电压将减小而交流分量的幅度将增加. 利用式(54)和(58)可得

$$V_0 = 48.66\text{V}, I_0 = 2.16\text{A}, (f = 10\text{kHz}) \quad (60)$$

$$V_0 = 48.08\text{V}, I_0 = 2.11\text{A}, (f = 1\text{kHz}) \quad (60)$$

$$V_0 = 46.32\text{V}, I_0 = 1.89\text{A}, (f = 500\text{Hz}) \quad (61)$$

而临界频率为  $f_c \approx 405\text{Hz}$ . (61)

式(59)~(61)中的数据与文献[1]中“半数值”法得到的仿真曲线相一致. 但该文献由状态空间平均法所得的  $V_0$  和  $I_0$  表达式为本方法的零阶近似(即式(51)和(52)中的  $V_{00}$  和  $I_{00}$ ).

式(59)表示的结果与采有龙格—库塔法对式(1)直接仿真所得的结果相比, 直流值相差很小(前者为  $V_0 = 48.08\text{V}, I_0 = 2.11\text{A}$ ; 后者为  $V_0 = 48.31\text{V}, I_0 = 2.14\text{A}$ ). 两种结果的交流成分波形(未计直流)示于图 2 和图 3, 其差别也是相当小的. 可见本文的符号分析法具有相当高的准确度.

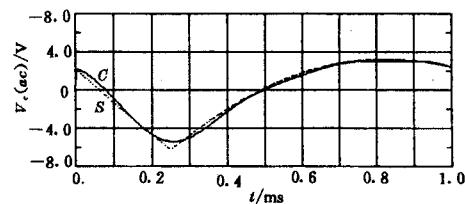


图 2

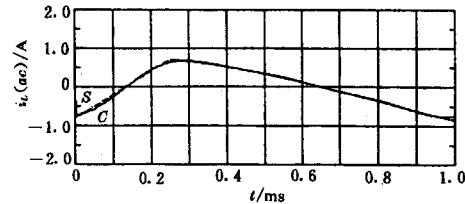


图 3

注意到, 式(51)和(52)中的结果是利用式(28)求得的. 其分析过程有助于理解算法原理. 实际上, 这些结果可利用式(30)、(31)和(32)得到, 且更为直接了当.

## 五、结 论

本文提出一种适用于高阶开关功率变换器的符号分析方法,看来具有重要的实用价值。新方法兼有算法简单和准确度高的优点,实例所得符号表达式均较为简单,有助于掌握电路机理,在需要进行大量重复计算的实际设计问题中具有重要作用。对于闭环变换器,式(30)是非线性方程组,若能化为一个单变量高阶方程则利于分析多解问题。文中的方法原理表明:本方法具有良好的通用性,可望推广应用于谐振式等多类开关变换器。

## 参 考 文 献

- 1 R. D. Middlebrook, Cuk S. A general unified approach to modelling switching-converter power stages. in IEEE PESC Rec., 1976; 18~31
- 2 P. T. Krein, et al. On the use of averaging for the analysis of electronic systems. IEEE Trans. Power Electronics, 1990, 5(2): 182~190
- 3 丘水生. 分析开关功率变换器的一种新方法. 华南理工大学学报, 1994, 22(3): 71~81
- 4 Qiu, S S, Filanovsky I M. Calculation of steady-state oscillations in nonlinear circuits. Int. J. Electronics, 1989, 67(3): 403~414
- 5 丘水生. 非线性网络与系统. 成都: 成都电子科技大学出版社, 1990
- 6 林波涛, 丘水生. PWM 开关变换器的符号分析. 电子学报(待发表).
- 7 陈文, 丘水生. SAPNC: 非线性电路的一个符号分析程序. 华南理工大学学报, 1995, 23(8)
- 8 张占松. 高频开关稳压电源. 广州: 广东科技出版社, 1992



丘水生 1963 年和 1966 年分别在华南理工学院本科和研究生毕业。1984~1986 年为加拿大阿尔伯特大学访问学者。1990 年 4 月~1991 年 10 月先后到美国波特兰州立大学、加拿大阿尔伯特大学作访问教授。现任华南理工大学教授, 从事非线性电路与系统领域的教学、科研工作。