

第五章 压电体声换能器基础

压电晶体和压电陶瓷已日趋广泛地用于超声换能器。目前，在较低的频段几乎全用 20 世纪 40 年代末期发展起来的压电陶瓷，而高频段则用 60 年代末期发展起来的压电晶体（包括半晶高分子压电 PVDF 薄膜）。

第一节 压电换能材料概述

一、引言

压电性就是某些晶体材料按所加的机械应力成比例地产生电荷的能力。压电性是 J. 居里和 P. 居里在 1880 年发现的。压电现象具有可逆性，即按所施加的电压成比例地产生几何形变。要使压电体宏观上产生形变与电场的对应作用关系，必须使压电体介质具有极性，即在某极轴上有单向性。这种极性在某些晶体是固有的，甚至是对称的。而另一些晶体是不存在的。尤其是那些人造多畴晶体压电材料，更不可能存有单极性。例如压电陶瓷必须经过极化才能获得压电性，它具有类似永久磁铁磁化的特点，故压电陶瓷的压电体亦称铁电体。铁电性就是在晶体里自发式电矩的存在，在外电场作用下，这种电矩能在两个或更多的特定的结晶轴方向之间改变它的方向。

1943 年^{[1][2]}发现钛酸钡压电陶瓷，具有划时代的意义。在发现和理解陶瓷压电性方面，经历三个阶段：第一阶段是发现高介电常数；第二阶段是认识到高介电常数起因于铁电性；第三个重要阶段是发现极化过程。

1955 年发现了锆钛酸铅，压电性和铁电特性有重大提高^[3]。

从此，锆钛酸铅成为从低频直到几兆赫及以上宽阔频段范围内制成超声换能器和水声换能器的主要压电换能材料。

1969年^[4]发现经过拉伸和极化的聚偏氟乙烯(PVDF或称PVF₂)高分子薄膜具有强压电性，经过多年研究，人们认识到PVDF压电薄膜适合在水声和生物医学领域开创新局面。各种各样的PVDF薄膜水听器相继研制成功^[5~8]。目前，PVDF压电薄膜已经成为重要的实用换能材料之一。我国早在70年代中期已开始研究PVDF压电薄膜材料^[9]。1983年以后我国PVDF性能已接近或超过国外某些同类产品。1984年以来，我国PVDF压电薄膜在水声、医疗器件等领域的应用中获得较好的结果^[10~12]。

1978年，美国宾州州立大学R.E.Newnham^[13]发现了两相复合压电材料。在任何两相复合材料中，每一相都有0, 1, 2及3等四种连结方式，共有(0—0), (0—1), (0—2), (0—3), (1—1), (2—1), (2—2), (2—3), (1—3)和(3—3)十种复合类型，而每一种类型又可用不同的工艺方法制备。采用压电陶瓷骨架材料和高分子聚合物组成复合压电换能材料，就大大改善了原压电陶瓷的脆性、不可挠性和介质声阻抗的不匹配性等弱点，获得完全新颖的压电体声换能器。目前，(3—3)及(3—1)两相复合换能器有若干成功应用^[14~16]。

近年来，由于稀土金属(Gd)强铁磁性材料的发现，使磁致伸缩换能材料开创了新的局面。尤其在低频领域的应用中获得了巨大成功。首先，铁磁性物质具有磁致伸缩效应，利用这种效应制成的换能器叫磁致伸缩换能器。另一种叫电磁声换能器，它利用洛仑兹力机理，使电磁能量和声能量间相互转换^[43]。这种声波换能的电动法优于其他方法。它不需要与传声介质在物理上接触就能激起声波，称无接触结构式体波换能器，它具有广阔的前途。

二、压电晶体的物理特性

1. 介电常数和损耗

介电常数，是指在给定电压时材料的电极板上所积蓄的电荷和用真空隔离的相同电极板上所积蓄电荷的比率，是一无量纲量，以 ϵ 表示。

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0 \quad (5.1)$$

称相对介电常数。 ϵ_0 为真空介电常数， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$ 。相对介电常数与介质边界条件有关。如

$$\epsilon_r^s = \epsilon_r^f (1 - K^2) \quad (5.2)$$

式中 ϵ_r^s 表示“夹紧”相对介电常数； ϵ_r^f 表示“自由”相对介电常数； K 表示强压电体的机电耦合系数，可能高达 0.7。自由和夹紧相对介电常数的比例可能是 2:1 或甚至更高一些。

对于一般物质， ϵ_r 值较低。对于有机材料， ϵ_r 是在 5 以下，对大多数无机固体， ϵ_r 在 20 以下。然而，压电陶瓷一般具有高得多的介电常数值，典型值为几百到几千。

在交流电压下，介质所积蓄的电荷有两种分量：一种为有功部分（电压与电荷同相），另一种为无功部分（电压与电荷异相），这是由于电阻泄漏或介质吸收所致。损耗可以用异相分量和同相分量的比值来表示。损耗因数或介质损耗，通常也叫损耗角 δ 的正切值—— $\text{tg}\delta$ ，它是一个分数值。在 MKS 制里， $\text{tg}\delta = \epsilon'' / \epsilon'$ ，式中 ϵ'' 是复介电常数的虚数部分（无功），而 ϵ' 是复介电常数的实数部分（有功），复介电常数 $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ 。

2. 压电性

对于通常的固体，应力 T 只引起与之成比例的应变 S ，它们可用弹性模量 Y 联系起来。 $T = YS$ 。压电性就是由外施应力产生额外电荷的性能，称为正压电效应。电荷与应力成正比例，若用介质电位移 D （单位面积的电荷）和应力表达

$$D = Q/A = dT \quad (5.3)$$

$$S = dE \quad (5.4)$$

式中 Q 为电量； E 为电场强度； d 为压电常数， d 的单位是 C/N (库/牛) 或 m/V (米/伏)； A 为面积。

对于要求产生振动的超声辐射换能器来说，压电常数 d 越高越好。

另一个常用的压电常数 g ，它表示应力所产生的电场，其常用单位是 $m \cdot V/N$ (米·伏/牛)。

$$g = d/\epsilon = \frac{d}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (5.5)$$

即 g 常数是 d 与介电常数 ϵ 之比。

对于接收换能器或水听器，由机械力而产生电压的过程，压电常数 g 越高越好。

此外，还有偶然用到的压电常数 e 和 h 。 e 是把应力 T 和电场 E 联系起来，而 h 是把应变 S 和电场 E 联系起来，即

$$T = -eE \quad (5.6)$$

$$E = -hS \quad (5.7)$$

压电效应最有效的评判量为机电耦合系数 K 。它的平方定义为：当施加电场时，电能转变成机械能的比例值，即

$$K^2 = \frac{\text{电能转变为机械能}}{\text{输入电能}} \quad (5.8)$$

或

$$K^2 = \frac{\text{机械能转变为电能}}{\text{输入机械能}} \quad (5.9)$$

因为机械能总不是完全地转变为电能，所以 K^2 总小于 1，于是 K 也小于 1。 K 的几个典型值如下：石英 0.10；钛酸钡陶瓷 0.40； $Pb(Ti, Zr)O_3$ 陶瓷 0.5~0.7；PVDF 压电薄膜 0.20~0.30；而 $24^\circ C$ (居里点) 的罗息盐为 0.90。

3. 热电性和极性

除了从应力方面产生电压的电荷以外，因电偶极子的强度随着温度也发生变化，因此当均匀地加热时，这种类型的晶体能够产生电荷，这种偶极子的效应称为热电性。

为形象地解释热电性，可考虑在晶体中每个单位晶胞有一个偶极子。偶极子是由于单位晶胞中正、负电荷的中心不重合而产生的。静止时，内部的偶极子将通过在晶体面上的表面电荷来补偿。假如有同样的单位晶胞所组成的晶体，每个晶胞有一个偶极子，当晶体在平行于偶极子的方向上压缩或伸长，那末就会改变偶极子的强度，因而表面电荷将出现在晶体两端。由于晶体内部有净偶极子而产生外部电荷的效应叫做极化，极化强度是以单位面积的电荷来测量的。在一些材料里，它可以高达 $80 \times 10^{-6} \text{ C/cm}^2$ 。

4. 铁电性

“铁电性”来源于“铁磁性”的类比。但铁磁性是以单个原子区分的特殊的磁偶极子的相互作用，而铁电体的极性则遍及整个晶体结构中。

铁电性是在极性晶体里通过施加电场的方法，使偶极子方向可逆转动的性质。因为铁电性要求晶体具有极性，所以它仅发生在热电晶体类型。然而，在热电晶体里存在偶极子，并不一定保证施加电场能使偶极子反转，它可能要求一个比击穿电场更大的电场，或者也可能是由于原子的不对称和不可逆排列的缘故。因此可以看出，虽然所有热电体都为压电体，但是热电性随不同的对称情况而变化；铁电性则是以实验观测为基础的。

为了使偶极子改变方向，两个方向状态的“能量峰”必须很低。这意味着存在一种不十分稳定的非极性状态，以致只要提高温度，就可以改变这种相对稳定性。因此，材料在某一温度下就会转变为非极性状态。这种晶体转变温度点称居里点。

5. 电致伸缩

压电性和电致伸缩是有明显区别的。电致伸缩是指在外施电场下所产生的形变数量，与电场极性无关，而与电场的偶数次方成比例。

在铁电体温度范围内，用施加超过矫顽电场(引起电畴反转

所需的电场)的场强所产生的应变,与电场符号无关。因此,在性质上它是电致伸缩。在极化的陶瓷里,即使由小信号电场引起可逆应变,在现象上,也可用剩余极化和施加信号^[17]叠加在一起的电致伸缩来描述。在这个意义上,压电陶瓷的机电现象与铁磁金属和铁淦氧的磁致伸缩十分类似。然而,详细的研究已经表明,通常在施加的应力或电场范围内,铁电陶瓷机电反应,主要仍然是各个晶体里^[18]真正的压电效应所引起的;相反,磁致伸缩,主要是由于畴的重新取向。因此,使用“压电陶瓷”而不使用“电致伸缩陶瓷”,在科学上和技术上都是恰当的。

铁电晶体最明显的特征,就是它具有电滞回线的特性,即表示介电特性的 P - E 变化关系

和铁磁物质中的 H - B 变化关系相类似。图 5.1 是典型的铁电体的电滞回线。当在未极化的晶体上外施电场 E 时,由于沿电场方向极化电畴的增大,沿逆电场方向极化电畴的减小(或电畴边界的移动),使得极化矢量沿 A 曲线随 E 的增大而增大,直至整个晶体成为单

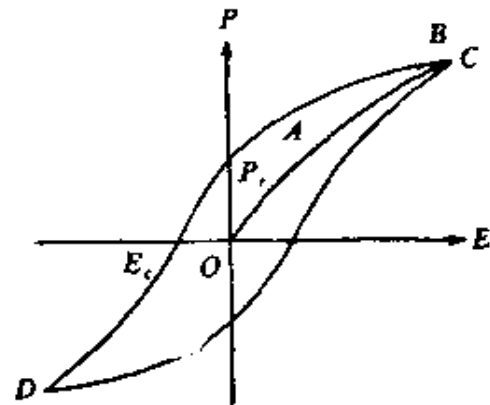


图 5.1 典型铁电体的电滞回线

向极化畴为止。如图 5.1 中的 B 点。这时 P 不再变化,达到饱和。饱和以后的 P - E 关系成直线,呈现普通介质 P - E 变化规律,如 BC 段所示。若此时撤去外电场,晶体仍将保留一定的极化 P_r ,此称剩余电极化。必须再加反向电场 E_c 才能使整个晶体的极化量为零, E_c 又称矫顽电场。若反向电场继续增加,则沿着反向电场取向的电畴将逐渐增多,直到整个晶体成为一个单向极化电畴为止。这时与图 5.1 中 D 点相对应。如此循环,则成一电滞回线。

铁电陶瓷在弱信号电场作用下要发生形变,这种电致伸缩效

应如图 5.2 所示。

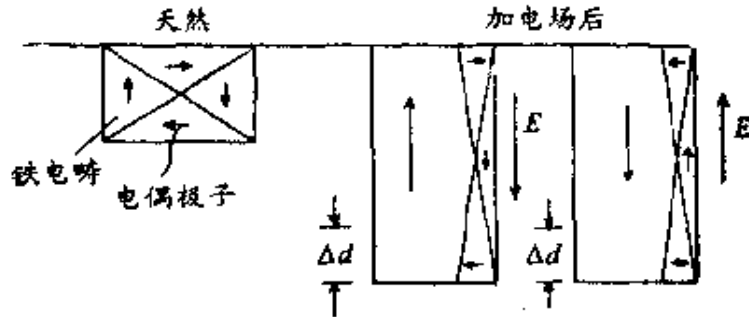


图 5.2 铁电陶瓷电致伸缩效应图解

电致伸缩形变在电场作用下发生，当电场 E 很小时，图 5.2 中，形变 Δd 与 E 的平方成正比。这时外加交变正弦电场 $E^0 \sin \omega t$ ，则铁电材料将以 2 倍于电场频率产生正弦振动，即

$$\Delta d \propto \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\omega t) \quad (5.10)$$

为了避免这种不希望的现象，在铁电陶瓷中理论上必须叠加某直流强电场 E_{DC} ，即

$$E^2 = [E_{DC} + E_0 \sin \omega t]^2 = E_{DC}^2 + 2E_{DC}E_0 \sin \omega t + E_0^2 \sin^2 \omega t \quad (5.11)$$

当 $E_{DC} \gg E_0$ ，二阶小量可忽略，故

$$\Delta d \propto 2E_{DC}E_0 \sin \omega t \quad (5.12)$$

实际应用时，并不真正需要另加一高的直流电场，那样很不方便，通常都利用剩余极化作为高直流电场。从图 5.3 可以看出，一旦加了强直流电场后，即使去掉外直流电场，陶瓷本身仍有剩余形变。这时 K 点工作状态是形变随交变电场成线性变化。从理论严格意义讲，变化呈电滞小回线状。

铁电陶瓷未极化时不具有电致伸缩效应。当加上机械应力时，它的每一个电畴的自发极化会产生变化。但由于电畴呈无规则排列，因而宏观上不显电性，如图 5.4(a) 所示。经过极化处理后，各电畴的自发电极化在一定程度上按外电场取向排列。因

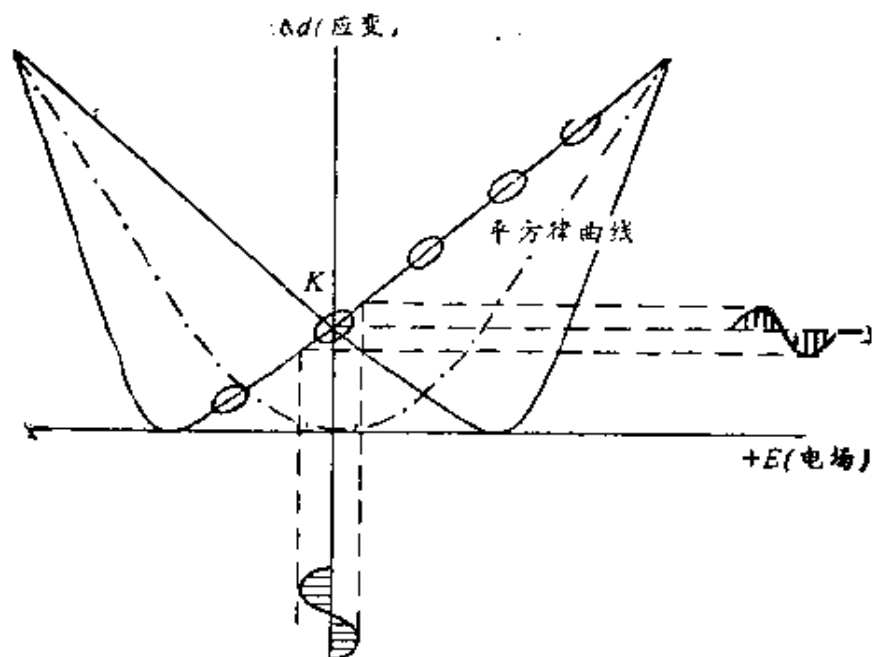


图 5.3 极化后铁电陶瓷的应变与弱电场信号关系

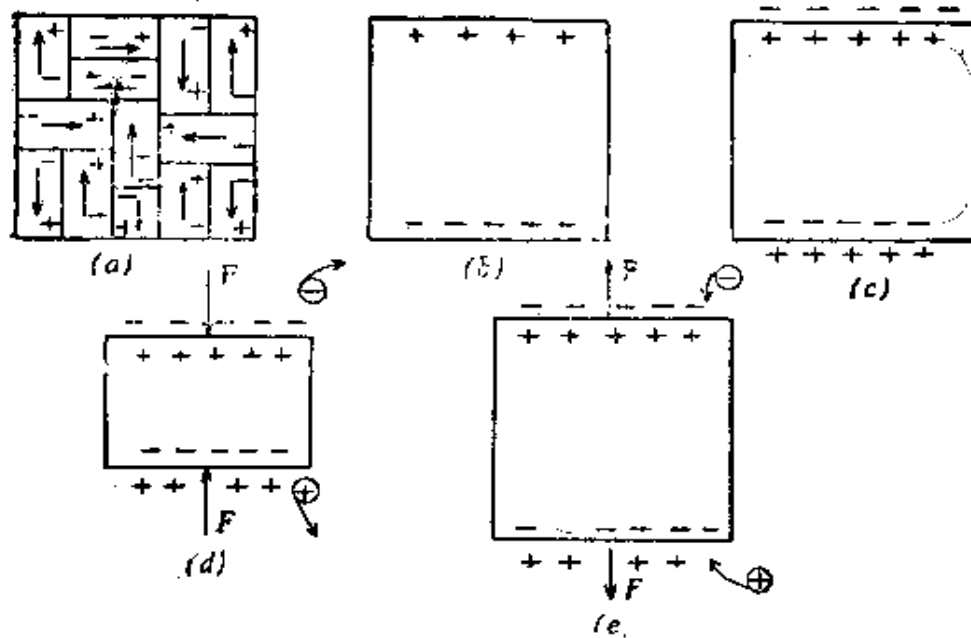


图 5.4 铁电陶瓷极化前后电力效应

此，铁电陶瓷的极化强度不再为零。在与电矩方向垂直的两个端面上呈现数量相等、符号相反的束缚电荷，如同一个大的电偶极

子，如图 5.4(b) 所示。但这两端表面上的电荷很快就被外界或内部迁移过来的自由电荷中和，形成所谓电偶层，如图 5.4(c) 所示。如果这时在铁电陶瓷片上加一与极化方向平行的压力 F ，如图 5.4(d) 所示，则铁电陶瓷将产生压缩形变，使原正负束缚电荷之间的距离变小，极化强度亦变小。因此，原来迁移过来的自由电荷，将有一部分被释放(呈现放电现象)。当压力撤掉后，陶瓷片恢复原状，如图 5.4(e) 所示，正负电荷间距变大，极化强度也变大。因此，电极上吸附一部分电荷而呈充电现象。该充电的过程，称正压电效应。同理，如果外加交变弱电场将引起形变伸缩，该放电的过程，称逆压电效应。

由此可见，处于极化状态的多晶铁电体(压电陶瓷)具有近似线性的压电效应和逆压电效应，在处理超声换能器问题时，可把它当作压电晶体一样处理。

第二节 压电线性静态方程及耦合系数

一、压电线性方程

压电方程是叙述机械力学变量和电学变量之间关系的方程。为了实用简便，当讨论压电材料的压电方程时，忽略磁场的影响。所谓静态是指等温条件。且对振动元件的工作状态，假定为绝热过程，可以忽略绝热系数和等温系数间的差异^[10]。

线性压电方程共有四种形式。这些形式一方面取决于选择电场(E)，或是选择电位移(D)；另一方面取决于选择机械应力(T)，或是选择应变(S)作为自变量。最有用的一些形式是厚度振动模式，它用 E 和 S 作为自变量的压电方程；而对具有横向电场 E 的纵向振动模式，则用 E 和 T 作为自变量的压电方程。对这两种情况，相应的压电常数组分别是 e_{ijk} 和 d_{ijk} 。

在忽略热效应和磁效应的情况下，以张量形式表达这些压电方程如下(为简单起见，我们采用矩阵符号，而不用张量符号)，

$$T_i = c_{ij}^E S_j - e_{ni} E_n \quad (5.13)$$

$$D_m = e_{mi} S_i + \varepsilon_{mk}^E E_k$$

$$S_i = S_{ij}^E T_j + d_{ni} E_n \quad (5.14)$$

$$D_m = d_{ni} T_i + \varepsilon_{mk}^T E_k$$

其中，凡是重复的下标表示对该下标求和。下标 $i, j = 1 \sim 6$ ；下标 $m, k = 1 \sim 3$ 。

还有两组压电方程，其中以应力 T 和电位移 D 为自变量的压电方程为

$$S_i = s_{ij}^D T_j + g_{ni} D_n \quad (5.15)$$

$$E_m = -g_{mj} T_j + \beta_{mk}^T D_k$$

这组压电方程适用于平行电场激发的纵向振动模式。

另一组以应变 S 和电位移 D 为自变量的方程为：

$$T_i = c_{ij}^D S_j - h_{ni} D_n \quad (5.16)$$

$$E_m = -h_{ni} S_i + \beta_{mk}^S D_k$$

压电常数 d_{ni} , e_{ni} , g_{ni} 和 h_{ni} 是联系二阶对称张量(应变 S 或应力 T)和矢量(电位移 D 或电场 E)的三阶张量。弹性常数 s_{ij} 和 c_{ij} 是联系两个二阶对称张量的四阶张量。介电常数 ε_{mk} 和介电隔离率 β_{mk} 是联系两个矢量的二阶对称张量。

对不同的压电材料，常数 g 和 h 的变化远小于常数 d 和 e 的变化。同时，常数 g 和 h 也不显出在铁电材料中常数 d 和 e 所表现的那种极大的温度依赖性。

弹性顺度常数 s_{ij} 和弹性刚度常数 c_{ij} 间的关系以及介电隔离率 β_{mk} 和介电常数 ε_{mk} 间的关系分别表示如下

$$s_{ij} = \frac{(-1)^{i+j} \Delta_{ij}}{\Delta} \quad (5.17)$$

$$\beta_{mk} = \frac{(-1)^{m+k} \delta_{mk}}{\delta} \quad (5.18)$$

(5.17)式中, Δ 是 c_{ij} 矩阵的行列式, Δ_{ij} 是在 Δ 中去掉第 i 行和第 j 列所得出的子行列式。(5.18)式中, δ 是 e_{nk} 矩阵的行列式, 同样 δ_{nk} 是 δ 的子行列式。从 s_{ij} 矩阵求 c_{ij} 和从 β_{nk} 矩阵求 e_{nk} 的关系式与之相类似。

压电常数的定义式(5.6)也可由方程(5.13)、(5.14)、(5.15)及(5.16)得来, 例如

$$e = \left(-\frac{\partial T}{\partial E} \right)_S = \left(\frac{\partial D}{\partial S} \right)_E \quad (5.19)$$

其余可类推。

在方程式(5.13)、(5.14)、(5.15)及(5.16)中, 各压电常数的相互关系如下:

$$d_{mi} = \epsilon_{nm}^T g_{ni} = e_{nj} s_{ji}^E \quad (5.20)$$

$$g_{mi} = \beta_{nm}^T d_{ni} = h_{mj} s_{ji}^D$$

$$e_{mi} = \epsilon_{nm}^S h_{ni} = d_{nj} c_{ji}^E \quad (5.21)$$

$$h_{mi} = \beta_{nm}^S e_{ni} = g_{mj} c_{ji}^D$$

因为晶体呈现压电性的必要条件是它没有对称中心, 因此所有压电材料都是各向异性的。对于完全不对称的品类, 有18个独立的压电常数, 21个独立的弹性常数和6个独立的介电常数。例如, 有恒定应变的介电常数 ϵ^S 和恒应力的介电常数 ϵ^T ; 有恒电场的弹性常数 c^E 和恒电位移的弹性常数 c^D 。

随着材料对称性的提高, 独立常数的数目大为减少, 并使许多系数等于零。技术上重要的压电晶体和压电陶瓷都有较高的对称性。Cady^[20]、Mason^[21] 和 Nye^[22] 都详尽讨论了对称性如何使独立常数数目减少的问题。例如极化的铁电陶瓷的电弹矩阵有如下形式:

$$\begin{array}{c}
 s_{11} \ s_{12} \ s_{13} \ 0 \ 0 \ 0 \\
 s_{12} \ s_{11} \ s_{13} \ 0 \ 0 \ 0 \\
 s_{13} \ s_{23} \ s_{33} \ 0 \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ s_{44} \ 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ s_{44} \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ x^*
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array} \right.
 \begin{array}{c}
 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ d_{15} \ 0 \\
 0 \ 0 \ 0 \ d_{25} \ 0 \ 0 \\
 d_{31} \ d_{31} \ d_{33} \ 0 \ 0 \ 0
 \end{array}
 \left| \begin{array}{c}
 \varepsilon_{11} \ 0 \ 0 \\
 0 \ \varepsilon_{11} \ 0 \\
 0 \ 0 \ \varepsilon_{33}
 \end{array} \right.
 \quad (5.22)$$

$$* \quad x = s_{65} = 2(s_{11} - s_{12})$$

二、压电耦合系数

耦合系数是压电材料最重要的性能之一。我们通过对压电材料内一维波的传播的讨论，来介绍压电耦合系数的概念。

在压电介质中不存在自由电荷，故麦克斯韦方程可简写为

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (5.23)$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (5.24)$$

$$J = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (5.26)$$

式中， J 是位移电流密度， B 是磁通密度。因为电磁波的速度比声波速度高约 $10^4 \sim 10^5$ 倍，故电磁波在压电体内与声波耦合是很弱的。即，与声波相关的磁场部分只占总磁场的极小一部分，故有

$$\nabla \times E = 0 \quad (5.27)$$

$$E = -\nabla \phi \quad (5.28)$$

式中， ϕ 称为似稳电势函数。

对于沿 z 轴传播的一维振动，方程(5.23)与(5.27)可简化为

$$\frac{\partial D_z}{\partial z} = 0 \quad (5.29)$$

和

$$E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (5.30)$$

假定声波的传播方向是沿纯振动模轴，则对于纵波，方程(5.13)可写成

$$T_z = c^E \frac{\partial \xi_z}{\partial z} - e E_z \quad (5.31)$$

$$D_z = e \frac{\partial \xi_z}{\partial z} + \epsilon^S E_z \quad (5.32)$$

和方程式(2.43)可写为

$$\frac{\partial T_z}{\partial z} = \rho_m \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} \quad (5.33)$$

由于 $\frac{\partial \xi_z}{\partial z} = S = \frac{e}{c^E} E$ ，将式(5.29)与式(5.33)联立，可得如下波动方程：

$$\rho_m \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial t^2} = c^E \left(1 + \frac{e^2}{c^E \epsilon^S} \right) \frac{\partial^2 \xi_z}{\partial z^2} \quad (5.34)$$

其正弦解为

$$\xi_z = M \exp[j(\omega t - kz)] + N \exp[j(\omega t + kz)] \quad (5.35)$$

式中 M 和 N 是常数，在无限大的压电材料内，只有反向波或只有前进波，因而 $M=0$ 或 $N=0$ 。故利用方程(5.34)和(5.35)，可得传播常数为

$$k = \frac{\omega}{c_L^D}, \quad (5.36)$$

式中

$$c_L^D = \left(\frac{c^E}{\rho_m} \right)^{1/2} (1 + K^2)^{1/2} = c_L (1 + K^2)^{1/2} \quad (5.37)$$

式中 c_L^D 和 c_L 为波速，由此可得

$$K^2 = \frac{e^2}{c^E \epsilon^S} = \frac{2\Delta c_L}{c_L} \quad (5.38)$$

式中 $\Delta c_L = c_L^D - c_L$ 。利用 $D_z = 0$ ，方程式(5.32)可以写成

$$\phi = \frac{e}{\epsilon^S} \xi_z = -\frac{e v_z}{j\omega \epsilon^S} \quad (5.39)$$

因此在无限大的压电体内，沿与+z方向一致的纯模方向传播的压电纵波可由下列各场量表征：

$$\left. \begin{aligned} T_z &= -\rho_m c_L^D v_z \\ v_z &= j\omega M \exp[j(\omega t - kz)] \\ \phi &= -\frac{e v_z}{j\omega \epsilon^S} \\ D_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.40)$$

由方程(5.34)可以定义一个常数

$$c^D = c^E \left(1 + \frac{e^2}{c^E \epsilon^S} \right) = c^E (1 + K^2) \quad (5.41)$$

称为压电增劲弹性常数，它只适用于给定方向(z方向)传播的波，并且 $D_z=0$ 的情况。由方程(5.38)定义的因子 K^2 称为压电耦合系数。它的物理意义为，当外界的高频电场加到压电材料上所建立的声振动。从波激励效率的观点来看， K^2 值越高，则压电性越强。从效果上看，压电性增加了弹性常数 c^E ，增加的百分数等于 K^2 ，故 c^D 又称为“增劲”弹性常数。同理， ϵ^T 称“增劲”介电常数。 c_L^D 称压电介质的“增劲”纵波速度。这种速度比声学上等效的非压电介质的声波速度 c_L 大。例如，在强压电材料中，如PZT-5， $K=0.75$ ，它相对增加的部分为56%；在弱压电材料中，如砷化镓GaAs，这种增加部分仅0.4%，所以 $c_L^D \approx c_L$ 。对于PVDF高分子压电薄膜材料， $e=-0.165$ C/m²， $K \approx 0.2$ 和 $c_L^D \approx c_L = 2150$ m/s。

压电材料的压电耦合系数，在文献中公式种类繁多。这主要是因为元件的弹性边界条件不同，振动模式不同而产生的。第一章表1.3就是典型压电陶瓷的若干耦合系数的表示式。

第三节 压电振子的等效电路图

在工程实用中，利用压电效应的器件称压电换能器。从直流到光频率（约 10^{14} Hz）都可使用压电换能器。以频率来分类，压电振子可分为低频振动模式和高频振动模式。所谓低频模式，是指由谐振元件的较大尺寸控制的机械谐振；反之称高频模式。

压电谐振子或换能器的分析虽然可以通过波动方程来完成，但常用的方法采用 1950 年由 Mason^[23] 提出的等效电路法。另一种等效电路是由 Krimholtz^[24] 等人在 1970 年提出的，这种方法更适合于配置有前后匹配层的薄片厚度振动模式振子的分析。

一、梅森(Mason)等效电路

1. 低频模式

梅森等效电路法，可由波动方程、相应的压电方程和力学边界条件推导出来。本节以长度（低频）振动细长条为例，介绍梅森等效电路的推导过程。图 5.5 为压电陶瓷制成的长度为 L 、宽度为 w 及厚度为 b 的细长条振子。长度 L 沿 x 轴方向，电极面垂

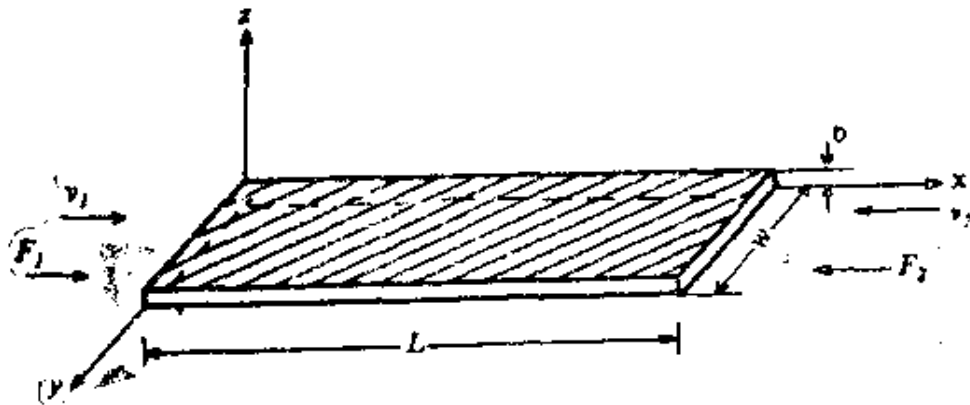


图 5.5 低频长度振动模

直于 z 轴方向。 $L \gg w, b$, $w > b$ 。长条压电陶瓷的极化方向沿厚度 b (即 z 轴) 方向。沿 z 轴施加激振弱信号电场。这时，电学与

力学边界条件为

$$E_1 = E_2 = 0; \quad \frac{\partial E_3}{\partial x} = \frac{\partial E_3}{\partial y} = 0; \quad E_3 \neq 0$$

$$T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = 0; \quad T_1 \neq 0$$

在 E_3 外电场激励下，只有沿 x 方向产生应力体波，为一维振动模。于是压电方程可简化为

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (5.42)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (5.43)$$

式中， s_{11}^E 为沿 x 方向的弹性顺度系数， ϵ_{33}^T 为自由介电常数。

若对长度振动模取任一微元 $dx dy dz$ ，则根据牛顿运动方程式，有

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} dx dy dz = \frac{\partial T_1}{\partial x} dx dy dz \quad (5.44)$$

式中， ρ 为压电陶瓷密度， ξ 为 x 方向位移。因 $S_1 = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ ，利用 (5.42) 式代入 (5.44) 式，得

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{s_{11}^E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \frac{\partial E_3}{\partial x} \quad (5.45)$$

由于 $\frac{\partial E_3}{\partial x} = 0$ ，则

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{s_{11}^E \rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = (c_L^E)^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (5.46)$$

式中， $c_L^E = \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E}}$ 为恒电压条件下压电材料中纵波速度。

设外加简谐振动电场和位移分别为

$$E_3 = E_0 e^{j\omega t}$$

$$\xi = \xi_0 e^{j\omega t}$$

式中 ω 为角频率。将此关系式代入式 (5.46)，可改写为

$$\frac{d^2 \xi_0}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c_L^E{}^2} \xi_0 = 0 \quad (5.47)$$

其通解为

$$\xi_0 = A \sin kx + B \cos kx \quad (5.48)$$

式中, k 为波数, $k = \frac{\omega}{c_L^E}$, 故位移

$$\xi = [A \sin kx + B \cos kx] e^{j\omega t}$$

质点的振速为

$$v = \frac{\partial \xi}{\partial t} = j\omega \xi \quad (5.49)$$

令 $x=0$ 处, 振速

$$v_1 = \left. \frac{\partial \xi}{\partial t} \right|_{x=0} = j\omega B \quad (5.50)$$

则 $x=L$ 处, 振速

$$v_2 = -[j\omega A \sin kL + v_1 \cos kL] \quad (5.51)$$

若联立方程 (5.50) 与 (5.51) 两式, 可得

$$A = -\frac{1}{j\omega} \left[\frac{v_2 + v_1 \cos kL}{\sin kL} \right] \quad (5.52)$$

$$B = v_1 / j\omega \quad (5.53)$$

令压电棒两端的作用力分别为

$$\left. \begin{aligned} F_1 e^{j\omega t} &= -bwT_1|_{x=0} = -bwY_{11}^E(S_1 - d_{31}E_3)|_{x=0} \\ F_2 e^{j\omega t} &= -bwY_{11}^E[S_1 - d_{31}E_3]|_{x=L} \end{aligned} \right\} \quad (5.54)$$

式中, $Y_{11}^E = 1/s_{11}^E$ 为杨氏模量。

若将 (5.50) ~ (5.53) 诸式代入式 (5.54), 得

$$S_1 \Big|_{x=0} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \Big|_{x=0} = (A \cos kx) k \Big|_{x=0} e^{j\omega t}$$

$$= j \frac{1}{c_L^E} \left[\frac{v_2 + v_1 \cos kL}{\sin kL} \right] e^{j\omega t}$$

$$S_1 \Big|_{x=L} = j \frac{1}{c_L^E} \left[\frac{v_1 + v_2 \cos kL}{\sin kL} \right] e^{j\omega t}$$

故

$$F_1 = bwY_{11}^E \left[d_{31}E_{30} - j \frac{1}{c_L^E} \left(\frac{v_2 + v_1 \cos kL}{\sin kL} \right) \right] \quad (5.55)$$

$$F_2 = bwY_{11}^E \left[d_{31}E_{30} - j \frac{1}{c_L^E} \left(\frac{v_1 + v_2 \cos kL}{\sin kL} \right) \right] \quad (5.56)$$

由于

$$Ie^{j\omega t} = \frac{d}{dt} \int_0^L wD_3 dx$$

故

$$Ie^{j\omega t} = j\omega w \int_0^L [d_{31}(Y_{11}^E S_1 - Y_{11}^E d_{31}E_3) + \epsilon_{33}^T E_3] dx \quad (5.57)$$

$$Ie^{j\omega t} = j\omega w \left[d_{31}E_{11}^E \xi \Big|_{x=0}^L + \epsilon_{33}^T \left(1 - \frac{d_{31}^2 Y_{11}^E}{\epsilon_{33}^T} \right) E_3 L \right] \quad (5.58)$$

化简，并省去 $e^{j\omega t}$ 因子，可得

$$I = -wd_{31}Y_{11}^E(v_1 + v_2) + j\omega \frac{Lw}{b} \epsilon_{33}^T [1 - (K_{31}^L)^2] E_{30} b \quad (5.59)$$

其中

$$(K_{31}^L)^2 = \frac{d_{31}^2 Y_{11}^E}{\epsilon_{33}^T} \quad (5.60)$$

称为机电(压电)耦合系数(棒长度方向)。

因

$$\epsilon_{33}^S = \epsilon_{33}^T [1 - (K_{31}^L)^2]$$

$$C_0 = \frac{wL}{b} \epsilon_{33}^S = wL \epsilon_{33}^T [1 - (K_{31}^L)^2] / b$$

故式(5.59)化为

$$I = -wd_{31}Y_{11}^E(v_1 + v_2) + j\omega C_0 V_3$$

外加电压 V_3 为

$$V_3 = E_{30} b = I Z_E^{LC} + \phi(v_1 + v_2) Z_E^{LC} \quad (5.61)$$

式中

$$\phi = wd_{31}Y_{11}^E$$

$$Z_E^{LC} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

令

$$Z_0 = bw\rho c_L^E = bw\sqrt{\rho Y_{11}^E}$$

由此，最后可写成方程

$$F_1 = \frac{Z_0}{j \operatorname{tg} kL} v_1 + \frac{Z_0}{j \operatorname{tg} kL} v_2 + w d_{31} Y_{11}^E E_{30} b \quad (5.62)$$

$$F_2 = \frac{Z_0}{j \operatorname{sink} L} v_1 + \frac{Z_0}{j \operatorname{tg} kL} v_2 + w d_{31} Y_{11}^E E_{30} b \quad (5.63)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \left(\frac{Z_0}{j \operatorname{tg} kL} + \phi^2 Z_E^{LC} \right) v_1 + \left(\frac{Z_0}{j \operatorname{sink} L} + \phi^2 Z_E^{LC} \right) v_2 + \phi Z_E^{LC} I \\ F_2 &= \left(\frac{Z_0}{j \operatorname{sink} L} + \phi^2 Z_E^{LC} \right) v_1 + \left(\frac{Z_0}{j \operatorname{tg} kL} + \phi^2 Z_E^{LC} \right) v_2 + \phi Z_E^{LC} I \end{aligned} \right\} \quad (5.64)$$

利用式(5.64)可画出梅森机电等效电路图5.6。此等效电路亦称横向膨胀棒(L_E)等效电路。这是一种理想的机电变压器。

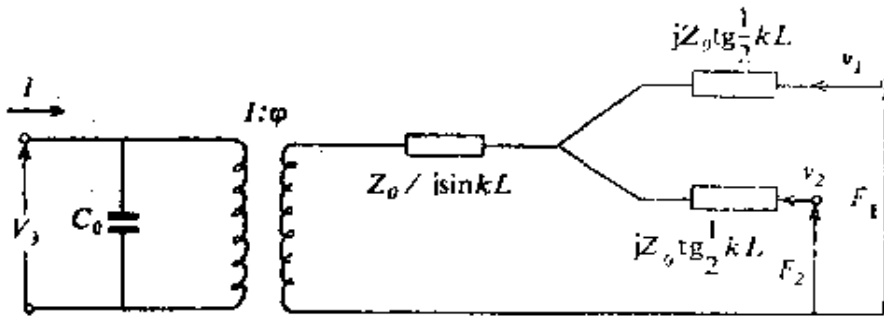


图 5.6 横向膨胀棒(L_E)梅森等效电路图

$$C_0 = w L \varepsilon_{33}^T (1 - (K_{31}^L)^2) / b \quad c_{11}^E = 1 / (\rho s_{11}^E)^{1/2}, \quad k = \omega / c_L^E$$

$$Z_0 = \rho w b c_L^E, \quad \phi = w d_{31} / s_{11}^E$$

网络的输入端是电学量，输出端是力学量，此为发射换能器。若网络的输入端为力学量，输出端为电学量，则为接收换能器。

按同样的推导过程，图5.7为平行膨胀棒(L_{E_p})振型的梅森机电等效电路图。在图5.6及图5.7所表达的电学量与力学量的关系，适用于从直流直到棒的宽度模的基频，包括长度模的所有高次谐波(泛音)。在这样宽的频率范围内，这些等效电路图都能有效表达压电元件的关系。而等效电路的精确度仅仅受到所设计的压电元件边界条件所制约。例如图5.6与图5.7两等效电路图的区别，仅仅在于图5.6是因边界条件给出 f_s 的机械共振(即

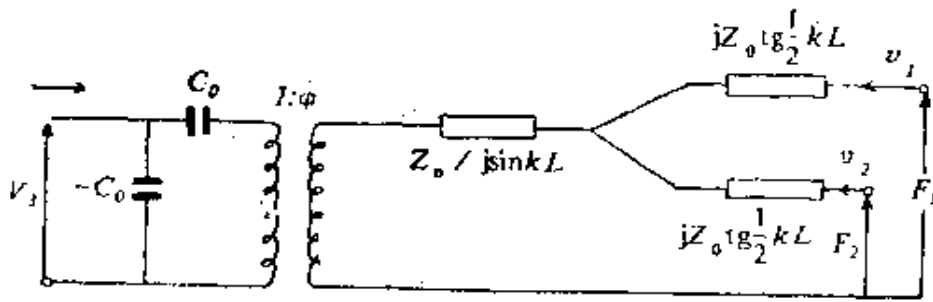


图 5.7 平行膨胀棒 (LEp) 梅森等效图

$$C_0 = \omega b \epsilon_{33}^T [1 - (K_{32}^V)^2] / L, \quad v = 1 / (\rho s_{33}^D)^{1/2}, \quad Z_0 = \rho \omega b c_V^D$$

$$\phi = \omega b g_{33} / L s_{33}^D \beta_{33}^T, \quad k = \omega / c_V^D$$

电阻抗为零的共振), 图 5.7 是因边界条件限制给出 f_p 的机械共振(即电导纳为零的共振)。

表 5.1 列出了一些压电元件中存在的最典型的谐振模式。表中特征谐振频率 f_p 和 f_s 分别是无损耗谐振子的导纳为零和阻抗为零时的频率。前三个模式的谐振尺寸为较大尺寸, 故归于低频模式。 W_p 模式和 W_s 模式一般也划归于低频模式一类, 但控制尺寸是棒的宽度, 而不是棒的长度。表 5.1 中, 除 PE_s , FS_s 和 LE_s (环模式) 外, 所有的模式在全部压电晶体里都能被激发出来。圆板平面模式, 是在压电陶瓷里可被激发的纯一模式。

现在我们再回头讨论横向膨胀棒 (LE_s) 及平行膨胀棒 (LE_p) 的特例情况。即一端自由和两端自由棒的等效电路图。为了推出二端自由棒, 先令一端自由, 简化后, 再令另一端自由。

先令图 5.6 的 F_1 端自由, $F_1 = 0$, 于是可得如图 5.8 的等

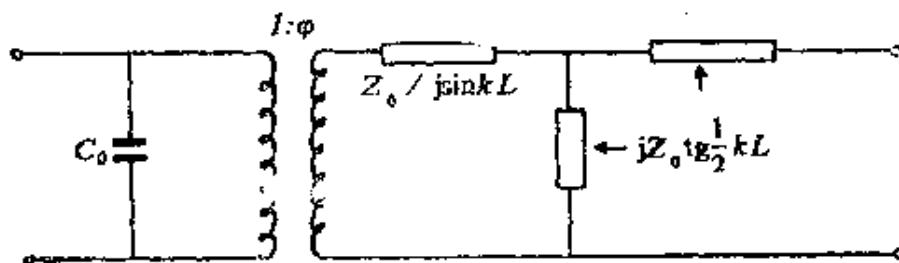


图 5.8 一端自由的梅森简化等效电路图

表 5.1 低频谐振模式

谐振模式	电边界条件	用 f_s 和 f_p 表示的 K_{\max}	波速平方
LE_r -棒	在 f_s 处恒 E	$\frac{(K_{31}^L)^2}{1 - (K_{31}^L)^2} = \frac{\pi}{2} \frac{f_p}{f_s} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}$	$1/\rho_s \epsilon_{11}$
LE_r -环	在 f_s 处恒 E	$(K_{31}^L)^2 = (f_s^2 - f_p^2)/f_s^2$	对称
LE_p	在 f_p 处恒 D	$(K_{31}^L)^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_s}{f_p} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}$	$1/\rho_s \epsilon_{33}$
PE_r -圆板	在 f_s 处恒 E	见文献(25)图9	$1/\rho_s \epsilon_{11} [1 - (\sigma_p^2)^2]$
PE_r -球	在 f_s 处恒 E	$K_{31}^L = (f_s^2 - f_p^2)/f_s^2$	对称
WE_r	在 f_s 处恒 E	$\frac{(K_{31}^W)^2}{1 - (K_{31}^W)^2} = \frac{\pi}{2} \frac{f_p}{f_s} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}$	$1/\rho_s \epsilon_{11} [1 - (\sigma_p^2)^2]$
WE_p	在 f_p 处恒 D	$(K_{31}^W)^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_s}{f_p} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}$	$1/\rho_s \epsilon_{33} [1 - (\sigma_p^2)^2]$
FS_r	在 f_s 处恒 E	$\frac{K_{31}^F}{1 - K_{31}^F} = \frac{\pi}{2} \frac{f_p}{f_s} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s}$	$1/\rho_s \epsilon_{33}$

表注: 1. 对称模式有均匀的应力分布, 故没有语音。

2. LE_r 为纵向膨胀、横向电场; LE_p 为纵向膨胀, 平行电场; PE_r 为平面膨胀, 横向电场; WE_r 为宽度膨胀, 横向电场; WE_p 为宽度膨胀, 平行电场; FS_r 为面切变, 横向电场。

3. 表中, $\sigma_p^2 = -s_{12}^K/S_{11}^K$, $\sigma_{11}^L = -s_{11}^L/\sqrt{s_{11}^L s_{33}^L}$; ρ = 密度。

4. 在所有情况下, $K_{cut}^L = (f_p^2 - f_s^2)/f_p^2$

5. K_{31}^L 与 K_{31}^W 分别表示长度与宽度方向的压电耦合系数。

效电路图。如将阻抗函数按谐振频率展开，并和串并联 LC 网络的等效阻抗函数作比较，可以得到适用于每个谐振频率（即 $\omega L/20 \sim \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$ 等等）附近的简化等效电路。此种等效电路表示中最有用的形式是一个自由振动端的情况。

关于串联与并联的等效转换关系，可研究图 5.9 与图 5.10 的等效电路关系，

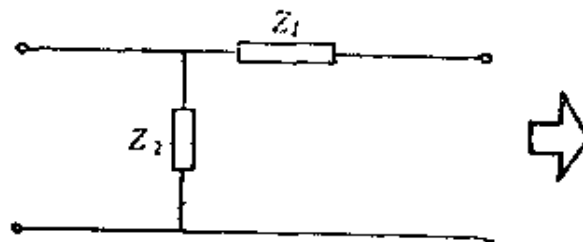


图 5.9 Z_1 与 Z_2 组成网络

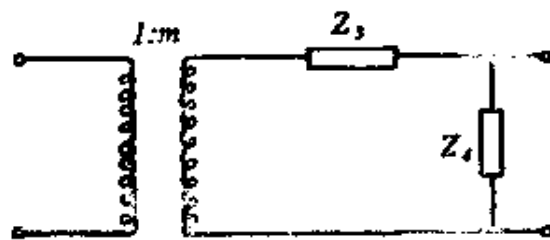


图 5.10 变压器(1:m)及 Z_3, Z_4 组成网络

根据电路四端网络定理，图 5.8 与图 5.9 的等效条件为

$$\text{右短路，左端阻抗相等} \quad \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_3}{m^2} \quad (5.65)$$

$$\text{右开路，左端阻抗相等} \quad Z_2 = \frac{Z_3 + Z_1}{m^2} \quad (5.66)$$

$$\text{左短路，右端阻抗相等} \quad Z_1 = \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} \quad (5.67)$$

$$\text{左开路，右端阻抗相等} \quad Z_1 + Z_2 = Z_4 \quad (5.68)$$

将式 (5.68) 代入式 (5.67)，得

$$Z_3 = \frac{Z_1(Z_1 + Z_2)}{Z_2} \quad (5.69)$$

将式 (5.69) 代入式 (5.65), 得

$$m = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \quad (5.70)$$

由于图 5.8 中, $Z_1 = Z_2 = jZ_0 \operatorname{tg} \frac{1}{2} kL$, 故 $m = 2$, 且

$$Z_3 = Z_4 = 2jZ_0 \operatorname{tg} \frac{1}{2} kL \quad (5.71)$$

故图 5.8 可等效转化成图 5.11。按照变压器阻抗转换规则, 图 5.11 又可转换成图 5.12。

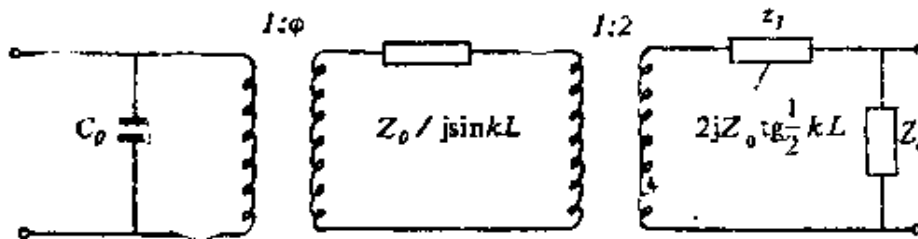


图 5.11 图 5.8 的等效转化图

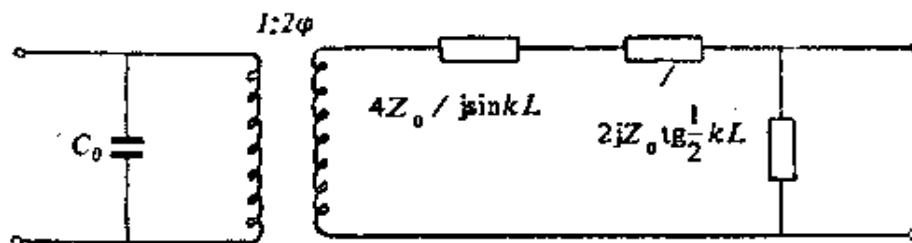


图 5.12 5.11 的进一步简化图

将图 5.12 中两个阻抗元件合并, 即有如下运算过程, 于是图 5.12 又简化成图 5.13。

$$\begin{aligned} \frac{4Z_0}{j \sin kL} + 2jZ_0 \operatorname{tg} \frac{kL}{2} &= \frac{2Z_0 - 2Z_0 \sin^2 \frac{1}{2} kL}{j \sin \frac{1}{2} kL \cdot \cos \frac{1}{2} kL} \\ &= \frac{2Z_0 \cos^2 \frac{1}{2} kL}{j \sin \frac{1}{2} kL \cdot \cos \frac{1}{2} kL} = 2Z_0 / j \operatorname{tg} \frac{1}{2} kL \end{aligned}$$

最后，令 F_2 端自由。这变成两端自由棒的等效电路图。于是由图 5.13 等效简化为图 5.14。

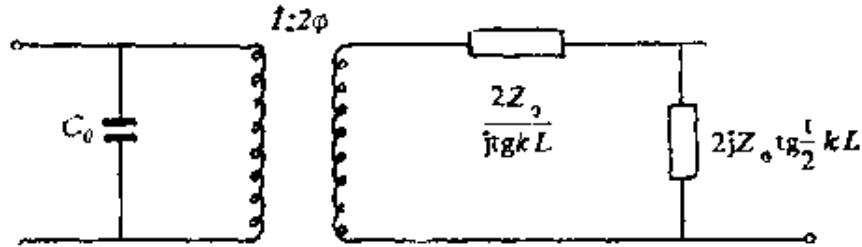


图 5.13 一端自由等效电路图

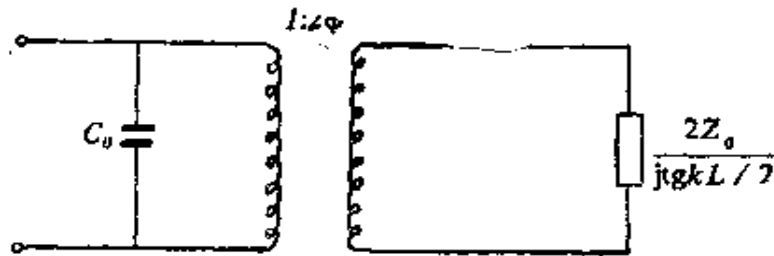


图 5.14 二端自由等效电路图

从图 5.14 中的阻抗元件值 $2Z_0 / jtg \frac{1}{2} kL$ 看，显然代表机械振动引起的等效阻抗，这值称动态阻抗。这是较宽频段都适用的一个分布参数阻抗表达式。为了工程实用简单起见，我们写出在基频谐波频率附近适用的集中参数阻抗元件表达式。这基波为 $\omega_0 = 2\pi f = \pi c_L^E / L$ 。将 $2Z_0 / jtg \frac{1}{2} kL$ 在基波谐振频率附近用级数展开：

$$\begin{aligned}
 2Z_0 / jtg \frac{1}{2} Lk &= 2Z_0 / jtg \left(\frac{\omega}{c_L^E} \cdot \frac{L}{2} \right) = 2Z_0 / jtg \frac{\pi}{2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \\
 &= 2Z_0 / jtg \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) = 2Z_0 / jctg \frac{\Delta\omega\pi}{\omega_0^2} \\
 &= j2Z_0 tg \frac{\Delta\omega\pi}{\omega_0} \quad (5.72)
 \end{aligned}$$

利用恒等式

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{1}{3} x^3 + \frac{2}{15} x^5 + \dots, \quad (|x| < \frac{\pi}{2})$$

故式 (5.72) 可展开为

$$Z = 2Z_0 / j \operatorname{tg} \frac{1}{2} kL = j\pi Z_0 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} + \frac{\pi^2}{12} \frac{(\Delta\omega)^3}{\omega_0^3} + \dots \right) \quad (5.73)$$

式 (5.72) 中, $\omega = \Delta\omega + \omega_0$ 表示在基波附近的频率。

若在基波附近, 把上述分布参数系统等效于一个集中参数表达形式, 那么就应该和一个 L_m 、 C_m 串联的网络在共振频率附近的阻抗等效。亦即可以用数学函数等效表示为

$$\begin{aligned} Z &= j \left(\omega L_m - \frac{1}{\omega C_m} \right) = \frac{j}{\omega_0 C_m} \left[\frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0 \omega} \right] \\ &\approx j(2/\omega_0 C_m) \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) = j2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) / \omega_0 C_m \end{aligned} \quad (5.74)$$

比较式 (5.73) 与式 (5.74), 取一级近似值, 可得

$$C_m = \frac{2}{\pi \omega_0 Z_0} = \frac{2Ls_{11}^E}{\pi^2 \omega b} \quad (5.75)$$

$$L_m = \frac{1}{\omega_0^2 C_m} = \frac{\pi Z_0}{2\omega_0} = \frac{1}{2} \rho L \omega b \quad (5.76)$$

若考虑机械损耗, 则动态阻抗等效为 RLC 串联电路阻和抗的元件, 其中机械阻为

$$R_m = \frac{1}{\omega_0 C_m Q_m} = \frac{\pi Z_0}{2Q_m} \quad (5.77)$$

式中 Q_m 为振动棒的机械品质因素,

$$Q_m = e_{33}^T (1 - K_{1f}^2) \omega L / b_0 \quad (5.78)$$

通过以上推导, 图 5.14 近似转化成图 5.15, 图中 R_0 为压电振子漏电阻, 对忽略 R_0 的等效电路图是假定无电损耗存在。图 5.16 (a) 及 (b) 分别是一端自由的 LE₁ 模式及一端自由 LE₂ 的模式严格等效电路图, 其精确元件等效参数列于表 5.2 中, $L_2 C_2$ 分路的阻抗比通常遇到的机械负载大, 一般可以忽略不计。

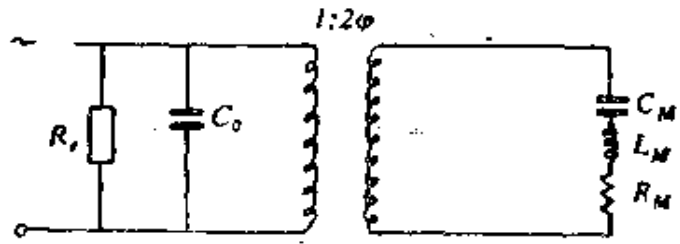


图 5.15 有损耗一级近似谐振点附近梅森等效图

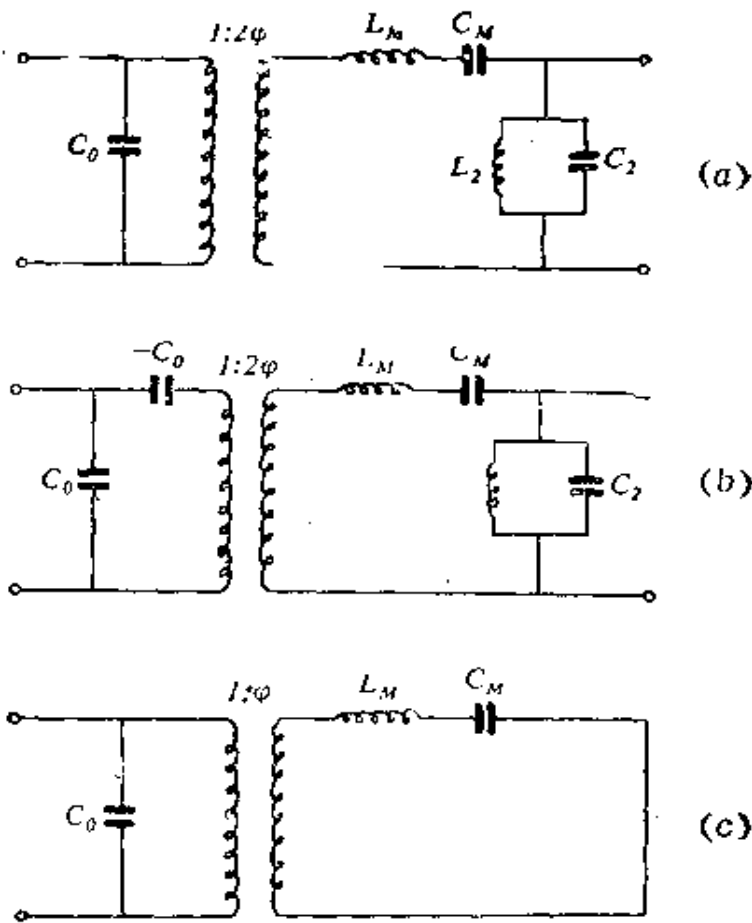


图 5.16 不计损耗谐振点附近的等效电路图

- (a) 一端自由棒 L_{E_p} 模式； (b) 一端自由棒模 L_{E_p} 模式；
 (c) 对称模式的等效电路

L_{E_r} -环模式和 PE_r -球模式分别为切应力和平面应力，是均匀的一种模式，是独特的单一振动模式；因此它们无泛音，图 5.16(c) 是该单一振动模式的等效电路图，其适用范围为从直流

接近元件某一尺寸(如环的厚度或宽度,或球的厚度)所决定的那个谐振频率。等效电路的参数也列于表 5.2。

表 5.2 图 5.16 中的等效电路参数(纵向 频模式)

纵向模式		
ϕ	$\frac{LE_z}{wd_{31}/s_{11}^E}$	$\frac{LE_p}{wLd_{33}/Ls_{33}^E}$
σ	$1/\sqrt{\rho_s^E s_{11}^E}$	$1/\sqrt{\rho_s^E s_{33}^E}$
C_0	$e_{33}^T(1-K_{e,33}^2)Lw/b^2$	$e_{33}^T(1-K_{e,33}^2)wb/L$
C_x	$(K_{e,33}^2/K_{s,31}^2)Ls_{11}^E/4bw$	$(K_{e,33}^2/CK_{s,31}^2)Ls_{33}^E/4bw$
L_x	$4[(K_{s,31}^2/K_{e,33}^2)]bwL\rho/\pi^2$	$4[(K_{s,33}^2/K_{e,33}^2)]bwL\rho/\pi^2$
L_z	$(K_{e,33}^2/K_{s,31}^2)bwL\rho$	$(K_{e,33}^2/(K_{s,33}^2)Ls_{33}^E/\pi^2wb$
C_z	$[(K_{s,31}^2/K_{e,33}^2)Ls_{11}^E/\pi^2wb$	$[(K_{s,33}^2/K_{e,33}^2)Ls_{33}^E/\pi^2wb$

对称(集总)模式**			
	PE _r -球壳	LE _r -环轴向 E	LE _r -环径向 E
ϕ	$8\pi\alpha d_{31}/s_{11}^E(1-\sigma^2)$	$2\pi b d_{31}/s_{11}^E$	$2\pi h d_{31}/s_{11}^E$
C_0	$4\pi^2 a^2 e_{33}^T(1-K_p^2)/b$	$2\pi a b e_{33}^T(1-(K_{s,31}^2)^2)/h$	$2\pi h e_{33}^T(1-(K_{s,31}^2)^2)/b$
C_x	$s_{11}^E(1-\sigma^2)/8\pi b$	$a s_{11}^E/2\pi h b$	$a s_{11}^E/2\pi h b$
L_x	$4\pi a^2 b \rho$	$2\pi a h \rho$	$2\pi a h \rho$

* K_{eff}^2 称有效耦合系数; $K_{eff}^2 = (f_p^2 - f_0^2)/f_p^2$;

** a = 半径; b = 径向厚度; h = 环的轴向长度。

2. 高频模式

高频模式即厚度模式。厚度模存在于压电薄板中,其中有厚度膨胀模式和厚度切变模式二种,它们均属纯模式。当电场垂直或平行于主表面时,这两振动模式都存在。表 5.3 列出了电场平行于支管轴向的两种厚度模式及其一些有关的参数。

行

表 5.3 电场平行于波传播方向的厚度模式

谐振模式	电边界条件	用 f_0 和 f_p 表示的 K_{max}	波速
TE	在 f_0 处恒 D	$(K_{33}^2)^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{f_p} \text{tg} \frac{\Delta f}{\Delta f_p}$	$\sqrt{\bar{c}_{33}/\rho}$
TS	在 f_0 处恒 D	$K_{16}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_0}{f_p} \text{tg} \frac{\Delta f}{\Delta f_p}$	$\sqrt{\bar{c}_{55}/\rho}$

注：① TE 厚度膨胀； TS 厚度切变；

$$\textcircled{2} \bar{c}_{33} = c_{33}^E + c_{33}^2/\epsilon_{33}^E; \quad \bar{c}_{55} = c_{55}^E + e_{15}^2/\epsilon_{11}^E$$

虽然纯厚度模式只存在于无限大的薄板中，否则横向应变就不是处处为零，但倘若横向尺寸比厚度 b 大一个或更多个数量级，则这些厚度模式的方程实际上已可应用。厚度模的等效电路示于图 5.7，对应参数列于表 5.4。

表 5.4 厚度模式的等效电路参数

	TE	TS
c_0	Ae_{33}^E/b	Ae_{11}^E/b
c	$c_L = \sqrt{\bar{c}_{33}/\rho}$	$c_s = \sqrt{\bar{c}_{55}/\rho}$
Z_0	$\rho A c_L$	$\rho A c_s$
ϕ	Ae_{33}^E/b	Ae_{15}^E/b

注 ① A 为板的面积；

$$\textcircled{2} \bar{c}_{33} = c_{33}^E + e_{33}^2/\epsilon_{33}^E; \quad \bar{c}_{55} = c_{55}^E + e_{15}^2/\epsilon_{11}^E$$

3. 压电谐振子的有效耦合系数

压电谐振点附近的等效电路，考虑有载(用电阻 R 表示)，均可简化为图 5.17。

在压电振子谐振点附近，压电振子的有效耦合系数定义为

$$K_{\text{eff}}^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} = \frac{C}{C_0 + C} \quad (5.79)$$

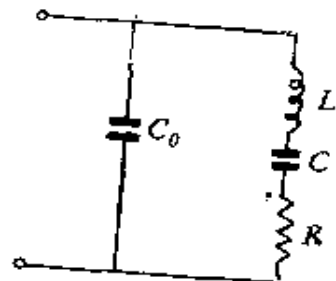


图 5.17 谐振点附近的电压振子的等效电路

式中 f_s 和 f_p 分别为串联谐振频率和并联谐振频率。

$$Q_M = \frac{1}{\omega CR} \quad (5.80)$$

式中, Q_M 为压电振子机械品质因数。

实际上图 5.17 等效电路有 4 个特征频率: 最小阻抗谐振频率 f_m , 最大阻抗谐振频率 f_n , 和阻抗为纯阻的两个谐振频率 f_s 和 f_p 。如果 R 为零, 则只有两个特征频率, 即串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p 。有损耗时, f_p 和 f_s 不能直接测出, 但是 $\Delta f = f_p - f_s$ 可以从 $f_n - f_s$ 或 $f_n - f_m$ 的测量值近似确定^[23]。

表 5.5 列出了压电陶瓷的材料耦合系数和相应的弹性边界条件。

表 5.5 压电陶瓷材料耦合系数和相应弹性边界条件

材料耦合系数	弹性边界条件	备注
$K_{31}^L = d_{31} / \sqrt{s_{11}^E \epsilon_{33}^T}$	除 T_1 外, 全部应力分量为零	$L = X_1,$ $b = X_3$
$K_{33}^L = d_{33} / \sqrt{s_{33}^E \epsilon_{33}^T}$	除 T_3 外, 全部应力分量为零	$L = X_3$
$K_p = K_{31} \sqrt{2 / (1 - \sigma_p^E)}$	除 $T_1 = T_2$ 外, 全部应力分量为零	$t = X_3$
$K_{31}^* = (K_{31} / \sqrt{1 - K_{31}^2}) \cdot (\sqrt{(1 + \sigma_p^E)} / (1 - \sigma_p^E))$	T_3 和 S_2 为零	$w = X_1,$ $b = X_3$
$K_{33}^* = (K_{33} + \sigma_m^E K_{31}) / \sqrt{[1 - (\sigma_m^E)^2] (1 - K_{31}^2)}$	T_2 和 S_1 为零	$w = X_3,$ $L = X_1$
$K_{33}^L = e_{33} / \sqrt{c_{33}^D \epsilon_{33}^S}$	除 S_3 外, 全部应变分量为零	$b = X_3$
$K_{15} = e_{15} / \sqrt{c_{44}^D \epsilon_{33}^S}$	除 S_5 外, 全部应变分量为零	$b = X_1$

注 ① $\sigma_p^E = -s_{12}^E / s_{11}^E$; $\sigma_m^E = -s_{13}^E / \sqrt{s_{11}^E s_{33}^E}$; σ_p 和 σ_m 分别是平面的泊松比和子午的泊松比;

② K_{31}^L 为负值; K_{33}^L 为正值;

读者注意：只有对于集中常数的振动模式，如 PE_r-球壳和 LE_r-环，表 5.5 中所列的材料耦合因子 $K_{m,r}$ 才等于相应的有效耦合系数 $K_{e,r}$ 。对于其他的模式，因存在驻波，弹性能和介电能并不是均匀耦合的。只要没有模式之间的相互耦合，则对于所有的谐振模及其泛音，有效耦合系数均由方程 (5.79) 给出。通过求解空载谐振子的边值问题，可以把 $K_{m,r}$ 和 $K_{e,r}$ 联系起来。

对于 TE 模式和 TS 模式，另有一个便利的方法，只要测量基音 f_1 和至少 f_1 的一个泛音。因为泛音的非谐性直接与相应的材料耦合系数相关，详见 [27, 28]。

二、克里姆霍尔兹 (Krimholtz) 等效电路

对于薄型压电晶片，在超声检测应用中，往往需要运用多层声阻抗不同的材料加以前后匹配。类似这种换能器的理论分析，由克里姆霍尔兹等人 [29] 在 1970 年提出的一种等效电路图加以讨论，它如图 5.18 所示。这种等效图是从梅森等效图引伸出来的。

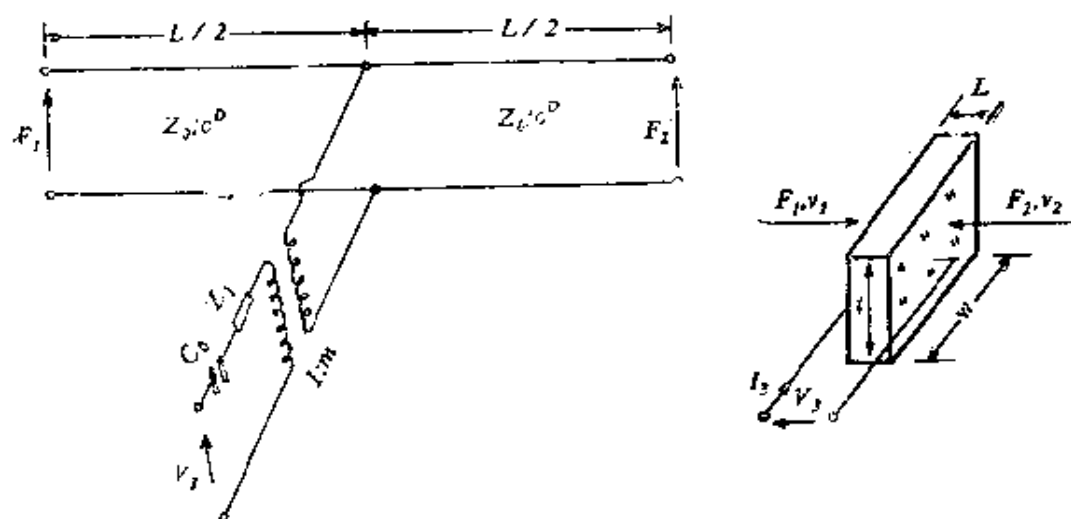


图 5.18 薄型压电换能器另一种等效电路图

(a) 压电薄片换能器 (b) 由 Krimholtz 提出的等效电路图(电场与质点速度平行)

图 5.18 等效电路图中的参数是

$$C_0 = \epsilon^S A / L \quad (5.81)$$

$$c^D = c_L^D = (c_{33}^D / \rho_s)^{1/2} \quad (5.82)$$

$$\bar{Z}_0 = AZ_0 = A\rho_s c^D = A(\rho_s c_{33}^D)^{1/2} \quad (5.83)$$

$$m = \frac{\omega \bar{Z}_0}{2h} \operatorname{csc}\left(\frac{\omega L}{2c^D}\right) \quad (5.84)$$

$$Z_1 = j\bar{Z}_0 \left(\frac{h}{\omega Z_0}\right)^2 \operatorname{sin}\left(\frac{\omega L}{c^D}\right) \quad (5.85)$$

在这个等效电路图内， \bar{Z}_0 和 c^D 分别为与声传输线相关的声特性阻抗(用 kg/s 单位量度)和纵波相速。传输线的长度对应于换能器的多层结构组成的厚度。因此，不难看到这种等效电路更接近物理实体，因为该图画出了换能器的集中参数的电特性和分布参数的声波特性之间的区别。为了证实这一点，读者可观察一个更为实际的换能器结构图。如图 5.19 所示。

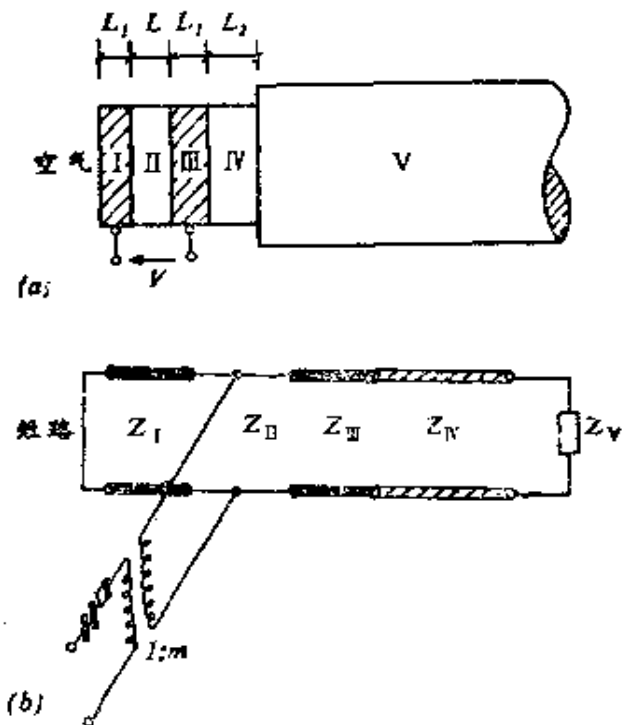


图 5.19 声传输线式结构的对应等效图

(a) 薄片换能器分层实际结构：I 和 II 为金属层；II 为压电层；IV 为粘接层；V 为非压电材料；(b) 结构的等效图

第四节 压电陶瓷参数测量

一、测量项目与试样

1. 压电陶瓷需要测量的物理常数

压电常数: $e_{15}, e_{31}, e_{33}, d_{15}, d_{31}, d_{33}$

$g_{15}, g_{31}, g_{33}; h_{15}, h_{31}, h_{33}$

弹性常数: $C_{11}^E, C_{12}^E, C_{13}^E, C_{33}^E, C_{44}^E, C_{66}^E; C_{11}^D, C_{12}^D, C_{13}^D,$

$C_{33}^E, C_{44}^D, C_{66}^D; S_{11}^E, S_{12}^E, S_{33}^E, S_{44}^E, S_{66}^E; S_{11}^D, S_{12}^D, S_{13}^D, S_{33}^D,$

S_{44}^D, S_{66}^D

介电常数 $\epsilon_{11}^s, \epsilon_{33}^s, \epsilon_{11}^T, \epsilon_{33}^T; \beta_{11}^s, \beta_{33}^s, \beta_{11}^T, \beta_{33}^T$

机电耦合系数: $K_{15}, K_{16}, K_{33}, K_{31}, K_{32}$ 等。

2. 测量压电陶瓷物理常数用的标准样品

测量以上这些常数所用的样品如图 5-20 所示。原则上要测出所有常数只要 (a) 和 (c) 两种样品, 但这样做在确定 s_{13}^E 和 s_{33}^E

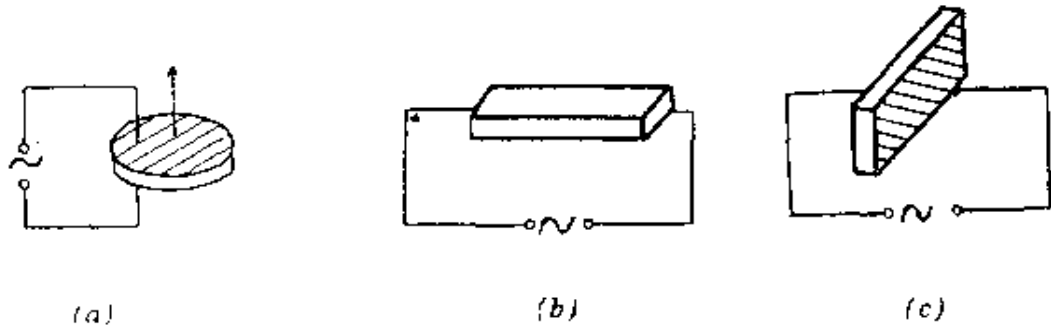


图 5.20 物理常数测量用的标准样品

时误差较大, 因此宁可增设一个样品, 即图 5.20 中第 2 种 (b) 样品。制作样品时, 第 1 种样品的直径要远大于厚度, 比如大十倍以上; 第 2 种样品要呈细棒形状, 即长度远大于宽度和厚度, 但考虑到极化的困难和激发的方便, 一般说大四倍即可; 第 3 种样品 (c) 需作成薄板形。

二、压电陶瓷材料独立常数的测量

分别在很低和很高的频率下测量图 5.20 中 (a) 和 (c) 样品的电容 C^T 和 C^S ，按下列各式可求得介电常数相对值。

(a) 样品:

$$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0 = bC^T/A, \quad \epsilon_{33}^S/\epsilon_0 = bC^S/A \quad (5.86)$$

(c) 样品:

$$\epsilon_{11}^T/\epsilon_0 = bC^T/A, \quad \epsilon_{33}^S/\epsilon_0 = bc^S/A \quad (5.87)$$

式中 b 为样品厚， A 为垂直厚度方向面积。

取图 5.20(a) 样品，利用垂直场激发径向模，其谐振频率为

$$f_{r,n} = \frac{\eta_n}{2\pi r} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E [1 - (\sigma^E)^2]}}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (5.88)$$

式中 r 是半径， σ^E 是泊松比， η_n 是径向模频率方程的第 n 个正根，它是 σ^E 的函数，前两个正根为^[20]

$$\eta_1 = 1.867 + 0.6054\sigma^E, \quad (5.89)$$

$$\eta_3 = 5.332 + 0.1910\sigma^E.$$

由此可得

$$\sigma^E = \frac{5.332f_{r,1} - 1.867f_{r,3}}{0.6054f_{r,3} - 0.1910f_{r,1}}. \quad (5.90)$$

亦可知，测出了径向模的基波和第一个泛音谐频，便可求得 σ^E 和 s_{11}^E 。这里要声明的是频率下标的记法，若基波谐频记为 $f_{r,0}$ ，则第一次泛音记为 $f_{r,1}$ 。或者基波谐频记为 $f_{r,1}$ ，则第一次泛音记为 $f_{r,3}$ 。

若再测出径向轮廓基波的反谐振频率 $f_{a,1}$ ，就可求出平面机电耦合系数 K_p

$$\begin{aligned} & K_p^2 / (1 - K_p^2) \\ &= \frac{(1 - \sigma^E) J_1[\eta_1(1 + \Delta f/f_{r,1})] - \eta_1(1 + \Delta f/f_{r,1}) J_0[\eta_1(1 + \Delta f/f_{r,1})]}{(1 + \sigma^E) J_1[\eta_1(1 + \Delta f/f_{r,1})]} \end{aligned} \quad (5.91)$$

式中， $\Delta f = f_{a,1} - f_{r,1}$ ； J_0 和 J_1 为零阶和一阶贝塞尔函数。

取图 5.20(a) 样品，利用垂直场激发厚度模，其反谐振频率

为

$$f_{an} = \frac{n}{2t} \sqrt{c_{33}^D / \rho}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (5.92)$$

式中 t 为厚度, 测出 f_{an} 即可求出 c_{33}^D 。为提高精度, 可以多测几个反谐振频率求 c_{33}^D 的平均值。

取图 5.20(b) 样品, 利用垂直场激发纵向模, 其反谐振频率

$$f_{an} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{33}^D}}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (5.93)$$

式中 L 为样品长度。测出 f_{an} 即可求得 s_{33}^D 。

测出基波谐振和反谐振频率可由下式求得

$$K_{33}^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_{r1}}{f_{a1}} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_{a1}} \right), \quad (5.94)$$

取图 5.20(c) 样品, 在很低和很高的频率下测其电容 C^T 和 C^S , 按下列各式可求得介电常数

$$\epsilon_{11}^T / \epsilon_0 = bC^T / A, \quad \epsilon_{11}^S / \epsilon_0 = bC^S / A, \quad (5.95)$$

式中 A 为被有电极的样品面积。

对 (b) 样品, 利用垂直场激发厚度切变模, 其反谐振频率:

$$f_{an} = \frac{n}{2b} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{44}^D}}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad (5.96)$$

式中 b 为电极间距样品的厚度, 测出 f_{an} 即可求得 s_{44}^D 。

三、压电陶瓷材料其他常数的求导方法

1. 介电隔离率

$$\beta_{11}^T = 1/\epsilon_{11}^T, \quad \beta_{11}^S = 1/\epsilon_{11}^S, \quad (5.97)$$

$$\beta_{33}^T = 1/\epsilon_{33}^T, \quad \beta_{33}^S = 1/\epsilon_{33}^S \quad (5.98)$$

2. 压电常数

$$d_{15} = K_{15} (\epsilon_{11}^T s_{44}^E)^{1/2} \quad (5.99)$$

$$d_{31} = K_{31} (\epsilon_{33}^T s_{11}^E)^{1/2} \quad (5.100)$$

$$d_{33} = K_{33} (\varepsilon_{33}^T s_{33}^E)^{1/2} \quad (5.101)$$

$$g_{15} = d_{15} / \varepsilon_{11}^T \quad (5.102)$$

$$g_{31} = d_{31} / \varepsilon_{33}^T \quad (5.103)$$

$$g_{33} = d_{33} / \varepsilon_{33}^T \quad (5.104)$$

$$e_{15} = d_{15} c_{44}^E \quad (5.105)$$

$$e_{31} = d_{31} (c_{11}^E + c_{12}^E) + d_{33} c_{13}^E \quad (5.106)$$

$$e_{33} = 2d_{31} c_{13}^E + d_{33} c_{33}^E \quad (5.107)$$

$$h_{15} = \beta_{11}^t e_{15} \quad (5.108)$$

$$h_{31} = \beta_{33}^t e_{31} \quad (5.109)$$

$$h_{33} = \beta_{33}^t e_{33} \quad (5.110)$$

3. 弹性常数

$$s_{12}^E = -\sigma^E s_{11}^E \quad (5.111)$$

$$s_{13}^E = \left[-\frac{s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E)}{2} - \frac{(s_{11}^E + s_{12}^E)}{2c_{33}^E} \right]^{1/2} \quad (5.112)$$

$$s_{33}^E = s_{33}^D / (1 - K_{33}^2) \quad (5.113)$$

$$s_{44}^E = s_{44}^D / (1 - K_{15}^2) \quad (5.114)$$

$$s_{66}^D = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \quad (5.115)$$

$$s_{11}^D = s_{12}^E - d_{31} g_{31} \quad (5.116)$$

$$s_{13}^D = s_{13}^E - d_{33} g_{31} \quad (5.117)$$

$$s_{66}^D = s_{66}^E \quad (5.118)$$

$$c_{11}^E = \frac{s_{11}^E s_{33}^E - (s_{13}^E)^2}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2(s_{13}^E)^2]} \quad (5.119)$$

$$c_{12}^E = \frac{-[s_{12}^E s_{33}^E - (s_{13}^E)^2]}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2(s_{13}^E)^2]} \quad (5.120)$$

$$c_{13}^E = \frac{-s_{13}^E}{s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2(s_{13}^E)^2} \quad (5.121)$$

$$c_{33}^E = c_{33}^D / (1 - K_1^2) \quad (5.122)$$

$$c_{44}^E = 1/s_{44}^E \quad (5.123)$$

$$c_{60}^E = 1/s_{60}^E \quad (5.124)$$

$$c_{11}^E = h_{31} e_{31} + c_{11}^E \quad (5.125)$$

$$c_{13}^E = h_{31} e_{13} + c_{13}^E \quad (5.126)$$

$$c_{12}^D = h_{31} e_{31} + c_{12}^E \quad (5.127)$$

$$c_{44}^D = h_{15} e_{15} + c_{44}^E \quad (5.128)$$

$$c_{60}^D = c_{60}^E \quad (5.129)$$

4. 机电耦合系数

$$K_{31}^2 = d_{31}^2 / \epsilon_{33}^T s_{11}^E \quad (5.130)$$

四、标准样品压电元件等效电路参数的测量

前一节我们已对一些典型压电振子的等效电路作了较详细的描述。

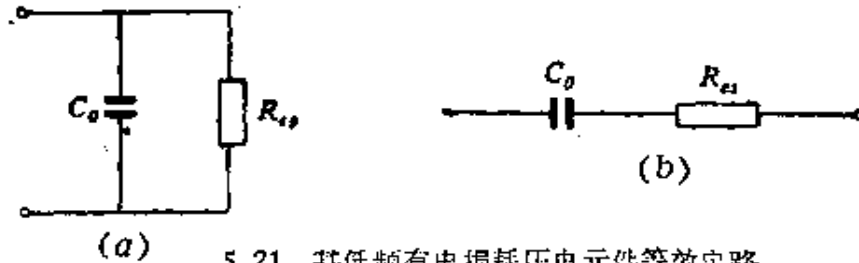
总的说来，讨论压电振子等效电路时，应该注意同一压电元件的等效电路在不同的情况下是不同的。如：

- (1) 有损耗或无损耗等效电路；
- (2) 不同频段下的等效电路；
- (3) 单模和多模耦合的等效电路；
- (4) 高压电耦合和低压电耦合的等效电路。

本节的任务就是针对标准压电振子样品要解决如何测量等效电路中各元件的参数。等效电路参数的测量实质上归结为振子材料参数的测量以及振子几何因子的测量。然而这样做是不方便的，人们希望从所用的振子元件中直接测量出它的等效电路参数，这个要求并不是那么容易解决，但对一些特殊条件（指标准

样品元件)是可以解决的。

1. 在低频条件下, 即其频率远低于元件最低谐振频率。对有介电损耗的任何压电元件, 均可等效为如图 5.21 所示的等效



5.21 甚低频有电损耗压电元件等效电路

(a) 并联形式 (b) 串联形式

电路。它可用并联形式亦可用串联形式, 相应电路元件 R_{e1} 和 R_{e2} 为并、串联的介电损耗阻。它们与损耗正切有如下关系

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{1}{R_{e1} \omega C_0} = R_{e1} \omega C_0, \quad (5.131)$$

式中 ω 是角频率。一般电容电桥在 1kHz 频率下可直接测出 C_0 和 $\operatorname{tg} \delta$ 。该测试方法已广泛采用, 尤其是小尺寸元件更适用。此外, 对于压电元件还沿用一个叫电 Q 值的参数, 或称介电品质因子, 记为 Q_E

$$Q_E = \operatorname{tg} \delta^{-1}. \quad (5.132)$$

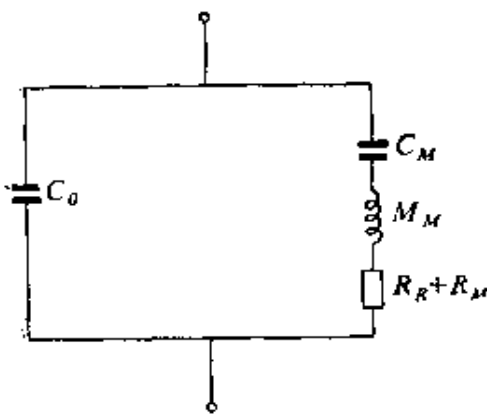


图 5.22 在谐振点附近, 任何压电元件在任一种可能存在的模式下振动的等效电路

2. 在谐振频率附近, 对无介电损耗的任何压电元件, 在低压电耦合系数和无耦合振动下, 任一模式的电特性均可等效如图 5.22 所示的等效电路。比如一块压电陶瓷 (PZT) 压电薄圆片, 可以激发径向(周向)模及厚度模。不论哪一种模式, 只要在其谐振点附近, 均可用图 5.22 来等效。它们的差别只在于元件的数值上, 更确切地说在于 C_0 以

外的动生臂上的各元件的数值。图 5.22 中各元件的参数，可以用下面的方法近似求得。

C_0 : 在 1kHz 下用电容电桥直接测得；

C_M :

$$C_M = C_0 [f_p/f_s]^2 - 1] \quad (5.133)$$

M_M :

$$M_M = [4\pi^2 f_s^2 C_M]^{-1} \quad (5.134)$$

$R_R + R_M$: 用传输法或电桥测定其极小阻抗 $|Z_m|$ (R_R 为辐射阻, R_M 为机械损耗阻)。

其中 f_s 为串联谐振频率, f_p 为并联谐振频率, 可用传输法或阻抗电桥直接测试。这些测量数据仅是近似的。

对压电元件还常沿用两个参数, 一个叫机械 Q 值, 也叫机械品质因子, 记作

$$Q_M = 2\pi f_s M_M / (R_R + R_M) = 1/2\pi f_s C_M (R_R + R_M) \quad (5.135)$$

另一个叫百分比带宽, 记为

$$BW \cong (f_p - f_s) / f_s \quad (5.136)$$

在求 Q_M 时, 为了避免外负载阻尼引入误差, 压电元件应支在该模式的振动节点处。

在任何频率下, 任何压电元件一般呈现为阻抗元件, 可用阻抗或导纳电桥直接测定阻抗值或导纳值, 获得相应的频率响应特性。对于高 Q_M 材料, 在谐振点附近其频率特性为圆图。

3. 导纳圆图

我们可把任一超声换能器系统看作一个电声整体, 等效为一个所谓电声四端网络(实际是电声六端网络)。即把电端的物理量与机端的物理量通过机电耦合(即机电转换)关系统一起来, 构成统一的等效电路网络。并利用电路网络理论知识, 分析声电能量转换过程和传输过程, 求解出我们感兴趣的超声换能器性能指标。

压电型超声换能器电声四端网络, 通常是恒压源供电, 所以

宜用电压 (V) 及振速 (v_m) 作自变量建立网络方程。这样, 电端的电流频率响应即称输入导纳响应, 获得导纳圆的概念。

对压电超声换能器, 根据电路回路定律, 在电端达到稳态时, 总电流为

$$I = Y_s V - \phi v_m \quad (5.137)$$

式中, Y_s 为电端静态导纳, 换言之, $Y_s = (I/V)_{v_m=0}$ 表示为振子夹紧 ($v_m=0$) 时的电输入导纳; ϕ 为电力转换系数,

$$\phi = (I/v_m)_{V=0}$$

意即机端单位振速 (m/s) 在电端 (短路) 产生的电流 (A); V 为电端激励电压; v_m 为机端振速 (一般是指振子辐射面上的振速)。

对压电超声换能器的机端, 根据力平衡原理, 作用在换能器中的力 (指辐射面上的反作用力) 应等于

$$F = -v_m Z_s = \phi V + Z_m v_m \quad (5.138)$$

式中, v_m 为辐射面振速; Z_s 为超声换能器的辐射阻抗; Z_m 为振子机械总力阻抗。 $Z_m = (F/v_m)_{V=0}$ 。即为电端短路时振子的力阻抗。实际上,

$$Z_m = R_m + jX_m = R_m + j(\omega M - K/\omega), \quad (5.139)$$

式中, R_m 为机械等效纯阻尼; M 为振子等效质量; K 为振子等效弹性劲度因子; ω 为角频率; $\phi = (F/V)_{v_m=0}$, 是电力转换系数的另一种定义方法。它为电端单位电压 (V) 在机端 (夹紧) 产生的力 (N)。

由式 (5.137)、(5.138) 可画出压电型超声换能器的电声四端网络图, 如图 5.23 所示。

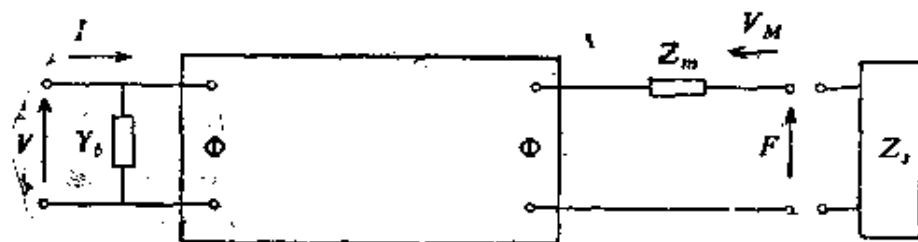


图 5.23 压电型换能器电声四端网络图

根据式 (5.137), 可得

$$-Z_s v_m = \phi V + Z_m v_m$$

所以

$$v_m = -\frac{\phi V}{Z_m + Z_s} \quad (5.140)$$

把式 (5.140) 代入式 (5.138), 可得

$$I = \left(Y_b + \frac{\phi^2}{Z_m + Z_s} \right) V \quad (5.141)$$

或

$$Y_i = \frac{I}{V} = Y_b + \frac{\phi^2}{Z_m + Z_s} \quad (5.142)$$

所以, 输入导纳 Y_i

$$Y_i = Y_b + Y_m, \quad (5.143)$$

式中, Y_b 为静态导纳, Y_m 为动态导纳

$$Y_m = \frac{\phi^2}{Z_m + Z_s} \quad (5.144)$$

Y_m 又称动生导纳。它的物理意义为: 由超声换能器发生振动(在机端的辐射面为最大振速值)反映到电端来的导纳分量。振动量越大, Y_m 值越大。

将 Y_m 写成

$$Y_m = \frac{\phi^2}{R_m + R_s + j\left(\omega M - \frac{1}{\omega C_m}\right)} \quad (5.145)$$

式中 C_m 为等效顺性, 为等效劲度 K 的倒数

$$C_m = 1/K \quad (5.146)$$

现证明 Y_m 随频率 f 的变化轨迹是圆图。动态导纳的绝对值可写为

$$|Y_m| = \frac{\phi^2}{\sqrt{(R_m + R_s)^2 + \left(\omega M - \frac{1}{\omega C_m}\right)^2}}$$

$$= \frac{\phi^2}{\sqrt{(R_m + R_r)^2 \left(1 + \frac{\left(\omega M - \frac{1}{\omega C_m} \right)^2}{(R_m + R_r)^2} \right)}} \quad (5.147)$$

若令

$$\frac{\omega M - \frac{1}{\omega C_m}}{R_m + R_r} = \operatorname{tg} \varphi$$

利用恒等式 $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$ 可得

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\left(\omega M - \frac{1}{\omega C_m} \right)^2}{(R_m + R_r)^2}}} = \cos \varphi$$

故式(5.147)可写成,

$$|Y_m| = \cos \varphi \frac{\phi^2}{R_m + R_r} = \frac{1}{R_r + R_M} \cos \varphi \quad (5.148)$$

式中 R_r 、 R_M 分别为辐射阻 (R_r)、机械阻 (R_m) 反映到电端来的相应分量。

由式(5.148)可知: φ 不是别的量, 恰恰是外力与振速的相位差。 φ 从 0° 变化至 2π , 则 $|Y_m|$ 值所画出的轨迹, 恰好是圆周, 此圆称导纳圆图。在理想条件下(所谓理想条件是指, 损耗小、 Q 值高的谐振点附近)这个圆图是准确地描述了电导与电纳随频率的变化, 如图 5.24 所示。在该圆图上有六个特征频率:

(1) f_s ——动态支路串联谐振频率

$$\omega_s^2 = \frac{1}{M_M C_M} = \frac{1}{M C_m} \quad (5.149)$$

式中 M_M 、 C_M 分别为等效质量 M 及等效顺性 C_m 反映到电端来的相应分量。

(2) f_p ——并联谐振频率:

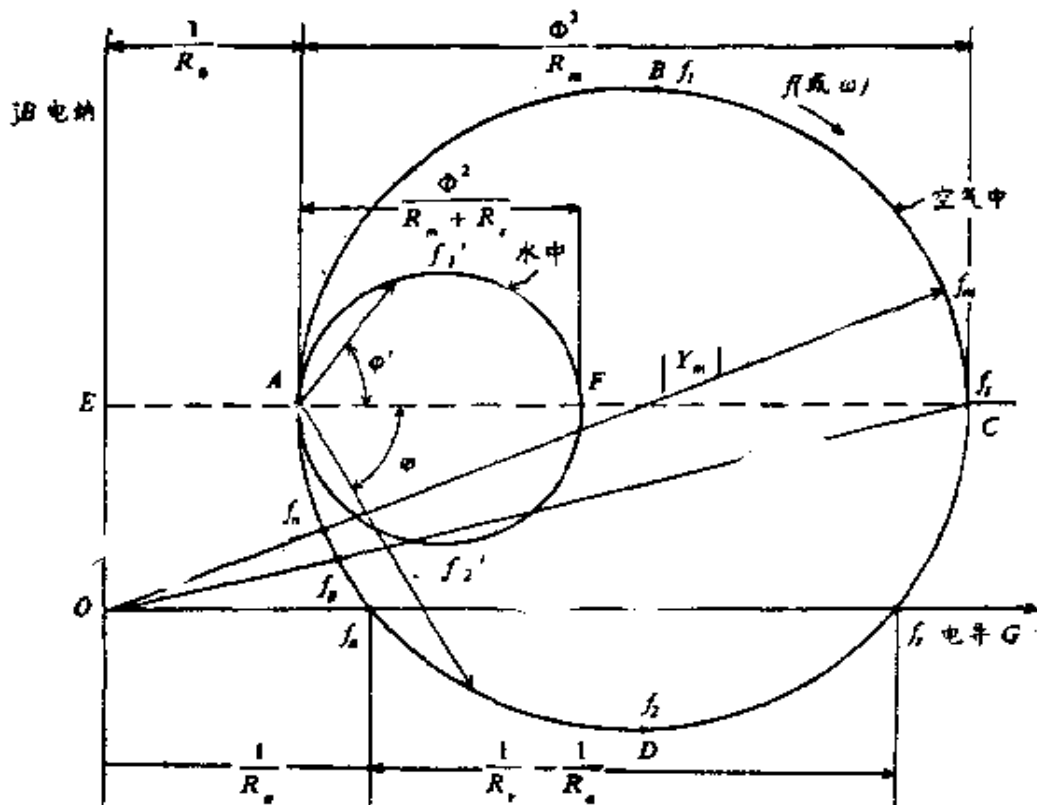


图 5.24 压电振子在水中及空气中的导纳圆图

$$\omega_p^2 = \frac{1}{M_M \cdot \frac{C_0 C_M}{C_0 + C_M}} \quad (5.150)$$

f_p (或 ω_p) 是由 C_0 及 M_M 等元件组合构成的谐振频率。

(3) f_r 、 f_a ——共振及反共振频率

共振及反共振频率是网络电端呈现纯阻时的二个频率值。为了简化推导过程，假定 $R_0 \rightarrow \infty$ ，由于网络电输入阻抗为

$$Z_i = \frac{1}{j\omega C_0} \left(R_M + R_R + \frac{1}{j\omega C_M} + j\omega M_M \right) = R + jX$$

$$\frac{1}{j\omega C_0} + \frac{1}{j\omega C_M} + j\omega M_M + R_M + R_R$$

解得

$$X = \frac{\left(\omega M_M - \frac{1}{\omega C_M} \right) - \omega C_0 \left[(R_M + R_R)^2 + \left(\omega M_M + \frac{1}{\omega C_M} \right)^2 \right]}{\left[1 - \omega C_0 \left(\omega M_M - \frac{1}{\omega C_M} \right) \right]^2 + \omega^2 C_0^2 (R_M + R_R)^2}$$

若输入电抗 $X=0$ ，分子部分必为零，可得二个解

$$\omega_r^2 \approx \frac{1}{M_M + C_M} - \frac{(R_M + R_R)^2 C_0}{M_M^2 C_M} \quad (5.151)$$

$$\omega_a^2 \approx \frac{1}{M_M C_M} + \frac{1}{M_M C_0} + \frac{(R_M - R_R)^2 (C_0 + C_M)}{M_M^2 C_M} \quad (5.152)$$

(4) f_m ——最大导纳频率

求取该频率的方法为取输入导纳的导数为零，通过求导，可以证明

$$\omega_m^2 = \frac{1}{M_M C_M} \left[1 - \frac{(R_M + R_R)^2 C_0}{M_M} \right] \quad (5.153)$$

(5) f_n ——最小导纳频率

求取方法类同求 f_m ，不难证明

$$\omega_n^2 = \frac{1}{M_M C_M} \left[1 + \frac{C_M}{C_0} + \frac{(R_M + R_R)^2 (C_M + C_0)}{M_M} \right] \quad (5.154)$$

以上六个特征频率，有二组近似关系

$$\omega_m \approx \omega_r \approx \omega_1 \quad \text{统称谐振频率}$$

$$\omega_n \approx \omega_a \approx \omega_2 \quad \text{统称反谐振频率}$$

但是多数测量获得的导纳圆并不准确或并不具备以上六个特征频率，其原因大致有五个：

(1) 多数超声换能器的机械损耗大，尤其是振子放到水介质中去后，所测量到的导纳圆直径更小。以至于导纳圆无法与横轴相交，故没有 f_r 及 f_a 的频率特征值。

(2) 在恒定电压测量时，动态电流的变化对静态导纳有一定影响。反映至导纳圆图上，呈现图形失真。

(3) 超声换能器的电损耗较大时，以及由于压电陶瓷材料元件 C_0 很大，故动生导纳的起始点离纵、横轴均较远。

(4) 超声换能器往往存在多种振动模式，圆图轨迹呈现多个导纳连续圆圈。但是附加存在的相当小的圆环是寄生振荡，不应理解为振动模式。

(5) 超声换能器在水中测量时, 水槽或测量水池为非自由声场时, 则导纳图轨迹将会呈现更严重的失真。

4. 导纳圆图导出超声换能器参数的方法

利用导纳圆的轨迹, 我们可以直接得到超声换能器三个方面重要特性参数, 即带宽、电声效率及有效机电耦合系数。现分别叙述如下。

(1) 超声换能器带宽

由图 5.24 的导纳圆图可知, 在水中和空气中的导纳绝对值分别等于

$$|Y_m|_{\text{水}} = \frac{1}{R_R + R_M} \cos \varphi' \quad (5.155.a)$$

$$|Y_m|_{\text{空}} = \frac{1}{R_M} \cos \varphi \quad (5.155.b)$$

式中

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\omega M - \frac{1}{\omega C_m}}{R_m + R_s}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega M - \frac{1}{C_s \omega}}{R_m}$$

另外, 在忽略 R_s 的影响下, 任意频率下超声换能器辐射面上的辐射声功率为

$$W_a = \frac{V^2}{|Z_m|_{\text{水}}^2} R_R = V^2 |Y_m|_{\text{水}}^2 R_R \quad (5.156)$$

将式 (5.155.a) 代入式 (5.156) 得

$$W_a = V^2 \frac{R_R}{(R_R + R_M)^2} \cos^2 \varphi' \quad (5.157)$$

当 $\varphi' = 45^\circ$ 或 -45° 时

$$(W_a)_{\pm 45^\circ} = \frac{1}{2} \frac{V^2}{(R_R + R_M)^2} R_R$$

此段为半功率点。 45° 相应为 f_1 点, -45° 为 f_2 点。用以上类似方法可证明, 在空气中的导纳圆轨迹的 f_1 (即 B 点) 与 f_2 (即 D 点) 分别为对应 45° 与 -45° 的 φ 角点, 即半功率点。由此可

知，所谓带宽就是两半功率点的频带宽度。即

$$\Delta f' = f_2' - f_1 \quad (\text{在空气中})$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (\text{在水中})$$

(2) 超声换能器电声效率

由于在导纳圆图上，一次测量值无法区分机械损耗阻 R_M 与辐射阻 R_R 两个物理量。必须借助二次测量途径(即超声换能器分别置在空气中及水中测出导纳圆轨迹)导出超声换能器的电声效率。原理如下：

$$\eta_{e/s} = \frac{R_R I_{\text{mot}}^2}{V^2/R_i} = R_i R_R \left(\frac{I_{\text{mot}}}{V} \right)^2 \quad (5.158)$$

式中， $\eta_{e/s}$ 电声效率； V 电压； I_{mot} 为动态电流； R_R 为辐射阻； R_i 为网络电端输入阻抗的实部(即 $Z_i = R_i + jX_i$)，它是在谐振点附近的值。因为

$$\frac{I_{\text{mot}}}{V} = |Y_m| = \frac{\phi^2}{R_M + R_R} \cos 0^\circ = \frac{1}{R_M + R_R} \quad (5.159)$$

将式(5.159)代入式(5.158)，可得

$$\eta_{e/s} = \frac{R_i R_R}{(R_M + R_R)^2} \quad (5.160)$$

然而，从图 5.24 圆图上可知在空气中测得的导纳圆直径 D_a 为

$$D_a = \frac{1}{R_M} = \frac{\phi^2}{R_M} \quad (5.161)$$

同样，在水中测得的导纳圆直径 D_w 为

$$D_w = \frac{1}{R_M + R_R} \quad (5.162)$$

经过简单运算可得

$$D_w \left(\frac{D_a - D_w}{D_a} \right) = \frac{R_R}{(R_M + R_R)^2} \quad (5.163)$$

将式(5.163)代入式(5.160)可得

$$\eta_{e/s} = R_i D_w \left(\frac{D_a - D_w}{D_a} \right)$$

$$\eta_{e/M} = \frac{R_R}{R_M + R_R} = \frac{D_o - D_W}{D_o} = 1 - \frac{D_W}{D_o} \quad (5.164)$$

(3) 超声换能器的有效机电耦合系数

根据有效机电耦合系数定义

$$K_c^2 = \frac{\text{机械形式贮存的能量}}{\text{系统取得总能量}}$$

若对照图 5.22 中的贮能元件, 可写出

$$K_c^2 = \frac{\frac{1}{2}V^2C_M}{\left(\frac{1}{2}V^2C_0 + \frac{1}{2}V^2C_M\right)} = \frac{C_M}{C_0 + C_M} \quad (5.165)$$

由式(5.149)及式(5.150), 可知

$$\omega_s^2 / \omega_p^2 = \frac{1}{M_M C_M} / \left(M_M - \frac{1}{\frac{C_0 C_M}{C_0 + C_M}} \right) = \frac{C_0}{C_0 + C_M}$$

或

$$\frac{C_M}{C_0 + C_M} = 1 - \frac{\omega_s^2}{\omega_p^2} = \frac{\omega_p^2 - \omega_s^2}{\omega_p^2} = K_c^2$$

故

$$K_c^2 \approx \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2} \approx \frac{\omega_n^2 - \omega_m^2}{\omega_n^2} \approx \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} \approx \frac{f^2 - f_m^2}{f^2} \quad (5.166)$$

五、非标准试样实用压电元件的参数测定

以上我们所介绍的参数测定, 要求测试用的样品形状是根据尽可能满足选定的测试理论而制备的。我们称这种样品为标准样品。然而, 实际使用时, 还有一大部份样品形状与标准样品有较大差别。这类实用元件品种极多, 下面仅对一些典型实用非标准样品元件作介绍。

1. 厚圆片

当圆片的厚度与直径之比已经不可忽视时称厚圆片。这种厚圆片广泛地应用于制作压电换能器。薄圆片的标准样品测定参数方法已不适用这种元件, 因为两种元件的运动微分方程和边界条件都不同了。

今选择如图 5.25 所示的一块压电陶瓷圆片,



图 5.25 压电陶瓷厚圆片

其中 L 为厚度, a 为半径, $L \leq a$, 它的径向振动已不孤立, 根据瑞利原理, 考虑厚度方向振动动能对径向振动动能的影响。在柱坐标系中径向动能表示为

$$E_k = \frac{1}{2} \rho \int_0^a \int_0^L \dot{u}^2 2\pi r dr dz \quad (5.167)$$

由径向引起的厚向动能为

$$\delta E_k = \frac{1}{2} \rho \int_0^a \int_0^L \dot{\omega}^2 2\pi r dr dz \quad (5.168)$$

上两式中 ρ 为材料的密度, \dot{u} 为径向振动的速度, $\dot{\omega}$ 为厚向振动的速度。

近似地取薄圆片的径向位移为厚圆片的径向位移, 对于简谐振动可以求得计入厚向振动影响与不计厚向振动影响的动能比为

$$\frac{E_k + \delta E_k}{E_k} = 1 + \frac{\sigma^2 L^2 \int_0^a \left[\partial J_1 \left(\frac{\omega r}{c} \right) / \partial r \right]^2 r dr}{3 \int_0^a J_1^2 \left(\frac{\omega r}{c} \right) r dr} \quad (5.169)$$

于是可求得片厚为 L 的径向振动频率为

$$f = f_0 \left(1 + \frac{\sigma^2 L^2 \int_0^a \left[\partial J_1 \left(\frac{\omega r}{c} \right) / \partial r \right]^2 r dr}{3 \int_0^a J_1^2 \left(\frac{\omega r}{c} \right) r dr} \right)^{-1/2} \quad (5.170)$$

式中, f_0 是薄圆片的径向振动频率, σ 为泊松比, c 是波速。限制尺寸比的适用范围为

$$L/a < \pi \sqrt{1 - \sigma^2} / \eta_1 \quad (5.171)$$

式中, η_1 是 $J_1(x) = 0$ 的第一根, $\eta_1 = 3.8317$ 。

2. 矩形板

长度和宽度可以比拟的薄板称矩形薄板。矩形薄板的振动特性在于存在耦合模, 可以用等效电路的方法进行研究^[31, 32]。

压电陶瓷矩形薄板可用一个全等效电路来描述^[32], 如图 5.26 所示。其在激励频率下的导纳为

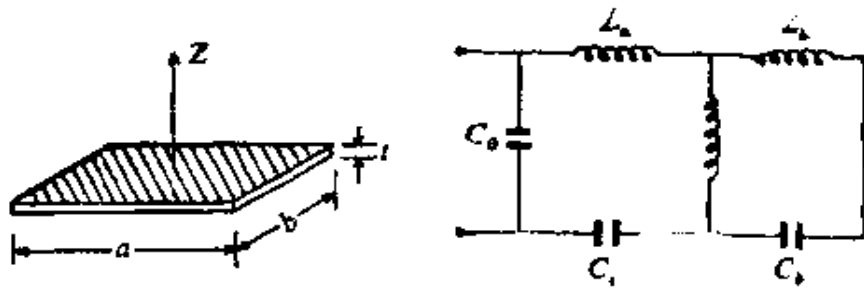


图 5.26 压电陶瓷矩形薄板耦合模等效电路

$$y = j\omega \frac{\omega^4 \sigma^2 C_0 - C_0 (\omega^2 - \omega_1^2) (\omega^2 - \omega_2^2) + C_0 \omega_3^2 (\omega^2 - \omega_4^2)}{\omega^4 \sigma^2 - (\omega^2 - \omega_1^2) (\omega^2 - \omega_2^2)} \quad (5.172)$$

取 $y \rightarrow \infty$ 求得轮廓耦合模的共振圆频率

$$\omega_{1,2}^2 = \omega_2^2 \frac{p^2 + 1 \mp \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}}{2(1 - \sigma^2)} \quad (5.173)$$

或为

$$\omega_{1,2}^2 = \omega_2^2 \frac{p^2 + 1 \mp \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}}{2p^2(1 - \sigma^2)} \quad (5.174)$$

取 $y \rightarrow 0$ 求得轮廓耦合模的反共振圆频率

$$\begin{aligned} & \omega_{1,2}^{\prime 2} \\ &= \omega_2^2 \frac{r(p^2 + 1) + 1 \mp \sqrt{[r(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2 r(r + 1)(1 - \sigma^2)}}{2r(1 - \sigma^2)} \end{aligned} \quad (5.175)$$

或为

$$\begin{aligned} & \omega_{1,2}^{\prime 2} \\ &= \omega_2^2 \frac{r(p^2 + 1) + 1 \mp \sqrt{[r(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2 r(r + 1)(1 - \sigma^2)}}{2p^2 r(1 - \sigma^2)} \end{aligned} \quad (5.176)$$

以上诸式中

$$\omega_a^2 = 1/(L_a + L_m)C_a = \pi^2/a^2 \rho s_{11}^E$$

$$\omega_b^2 = 1/(L_b + L_m)C_b = \pi^2/b^2$$

$$\sigma^2 = L_m^2/(L_a + L_m)(L_b + L_m)$$

$$p = a/b, \quad r = C_b/C_a$$

从而也可以求得

$$\sigma = \sqrt{1 - AA'} \quad (5.177)$$

式中 A 为频率因子, A' 为尺寸因子

$$A = 1 - \left[\frac{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1} \right] \quad (5.178)$$

$$A' = (p^2 + 1)^2 / 4p^2$$

以上诸式仅在 $0.5 \leq p \leq 2.0$ 的范围内有较好的近似。当测出耦合频率 (ω_1 及 ω_2) 即可求出泊松比。另外矩形薄板可直接测出 ϵ_{33}^T 和 ϵ_{33}^S 以及 d_{33} 。

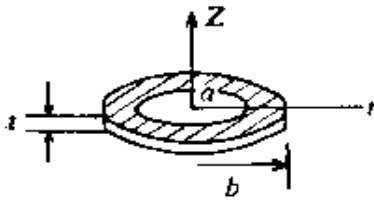


图 5.27 压电陶瓷薄圆环

3. 薄圆环

薄圆环是指薄圆片当中有一个同心的圆孔, 如图 5.27 所示。今取材料为压电陶瓷, 极化方向沿 z , 尺寸必须限制在如下范围

$$b > a, \quad b \gg t, \quad a > t$$

这种压电陶瓷薄圆环, 常用于夹心式压电换能器。其径向模频率方程为^[33]

$$\frac{\left(\frac{\omega a}{c}\right) K_0\left(\frac{\omega a}{c}\right) - (1 - \sigma) K_1\left(\frac{\omega a}{c}\right)}{\left(\frac{\omega a}{c}\right) J_0\left(\frac{\omega a}{c}\right) - (1 - \sigma) J_1\left(\frac{\omega a}{c}\right)} = \frac{(\omega b/c) K_0(\omega b/c) - (1 - \sigma) K_1(\omega b/c)}{(\omega b/c) J_0(\omega b/c) - (1 - \sigma) J_1(\omega b/c)} \quad (5.179)$$

式中, J_0 及 J_1 是第一类零阶及一阶的贝塞尔函数; K_0 及 K_1 是

第二类零阶及一阶的贝塞尔函数， ω 是圆环径向共振的圆频率， c 是声速。

环的机电耦合系数 K_p 的方程^[33]为

$$\frac{K_p^2}{1-K_p^2} = C \frac{\Delta f}{f_r} \quad (5.180)$$

式中 f_r 是径向基音的谐振频率； Δf 是径向基音的反谐振频率与谐振频率之差； C 是一个与元件的几何参数和材料物理常数有关的系数。

对于不同的材料 σ (泊松比) 计算得相应 C 值(参考文献^[33])，就可算出 K_p 值了。

压电陶瓷薄圆环的弹性常数 s_{11}^E 为

$$s_{11}^E = A_1^2 / 4\pi^2 (f_r a)^2 \rho (1 - \sigma^2) \quad (5.181)$$

$$K_{31}^2 = K_p^2 \frac{1 - \sigma}{2} \quad (5.182)$$

$$e_{33}^T = C^T t / \pi (a^2 - b^2) \quad (5.183)$$

$$e_{33}^S = C^S t / \pi (a^2 - b^2) \quad (5.184)$$

$$d_{31} = K_{31} \sqrt{e_{33}^T s_{11}^E} \quad (5.185)$$

$$g_{31} = d_{31} / e_{33}^T \quad (5.186)$$

式中 A_1 与 a/b 有关，参看文献^[34]。

4. 薄陶瓷球壳

薄陶瓷球壳常用作无方向性水听器。由于它的制作工艺和一般压电陶瓷元件不同，对它的直接测试显得更重要。

设极化方向为厚度方向，厚度的尺寸远小于球壳的半径，其振动方式可用集总常数模式来描述，如图 5.28 所示。

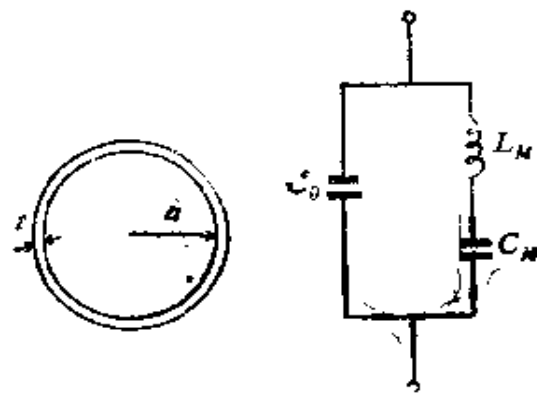


图 5.28 压电陶瓷薄球壳

图中画出了其截面及等效电路。其谐振频率为

$$f_r = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{1/\rho s_C^E} \quad (5.187)$$

式中 a 为平均半径, $s_C^E = (s_{11}^E + s_{12}^E)/2$, ρ 为密度。

反谐振效率为

$$f_a = \left(\frac{f_r^2}{1 - K_p^2} \right)^{1/2} \quad (5.188)$$

测量高频及低频下的电容(即 C^S 及 C^T) 可求得

$$\epsilon_{33}^T = C^T t / 4\pi a^2, \quad (5.189)$$

$$\epsilon_{33}^S = C^S t / 4\pi a^2, \quad (5.190)$$

于是

$$d_{31} = K_p (\epsilon_{33}^T s_C^E)^{1/2}, \quad (5.191)$$

$$K_{31} = K_p [(1 - \sigma^E)/2]^{1/2}, \quad (5.192)$$

从而可求得 s_{11}^E 。

图 5.28 中的等效电路元件的参数为

$$C_0 = \frac{4\pi a^2 \epsilon_{33}^T (1 - K_p^2)}{t} \quad (5.193)$$

这儿要注意, C_0 为夹紧电容, C_T 为自由电容;

$$L_M = t\rho (s_C^E)^2 / 4\pi d_{31}^2 \quad (5.194)$$

$$C_M = 4\pi a^2 d_{31}^2 / s_C^E t \quad (5.195)$$

第五节 典型压电陶瓷参数及其影响

一、小信号下诸典型压电陶瓷特性参数

调整压电陶瓷的化学成份及组成, 可以获得各种各样特殊应用的压电陶瓷参数特性。以锆钛酸铅固熔体^[36]为基本的组分应用得最为广泛, 这些组分的大多数靠近富钛的四方相和富锆的菱面体相之间的相界, 在此相界处, 压电耦合系数、介电常数和弹

性顺性都具有最大值，并且，在偏向锆那一面的很大范围内，压电耦合系数仍保持相当高^{[36][37]}，并具有以下三种情况：(1) 钙、锶或钡可以置换部分的铅，而锡可以置换锆，结果使居里点降低，介电常数升高(PZT-4)。在这些情况下，被置换原子与置换原子是同价的。(2) 当置换的原子具有较高或较低的原子价时，就发生若干奥妙的变化。具有电子-施主杂质的锆钛酸铅，例如：以 Nb^{5+} 置换 $(Ti, Zr)^{4+}$ ，或以 La^{3+} 置换 Pb^{2+} ，其特点为提高压电耦合系数、介电常数和弹性顺性的同时，增加 $tg\delta_E$ 、 $tg\delta_M$ 和直流电阻率，且减小了老化速率(PZT-5系列)。(3) 具有电子-受主杂质的锆钛酸铅，如 Sc^{3+} 或 Fe^{3+} 置换 $(Ti, Zr)^{4+}$ ，其特点为降低了压电耦合系数、介电常数、弹性顺性、 $tg\delta_E$ 和 $tg\delta_M$ ，而老化速率没有显著影响，直流电阻率稍有降低(PZT-8)。

表 5.6 列出了常用压电陶瓷的许多常数。正如 1961 年 IRE 关于压电晶体的标准^{[38][40]}所指出的，由于原材料和生产工艺的波动，对于所给定的组分，其介电常数、弹性常数和压电常数分别可能有 20%，5% 和 10% 的变化。

表 5.7 是表 5.6 的续表。表 5.8 是 25℃ 时小信号值，对常用压电陶瓷的弹性等特性。表 5.9 及表 5.10，是常用压电陶瓷的热容量、热导及电极化率等方面的特性。

表 5.11 为各种常用压电陶瓷的典型应用领域和突出的特点。锆钛酸铅的重要地位是非常清楚的。这归功于它的固有强压电效应和高居里点，以及允许化学成分有大的变化。以获得多种多样的工作特性，而又不大减小其压电效应。

PZT-6 和 PZT-8 组分具有十分明显的特点，后者在高激励电平时，有着非常小的介电损耗和弹性损耗。PZT-6 组分具有共振频率的温度稳定性和时间稳定性，足可用于约 200kHz 到几兆赫范围内的声道中频滤波器。利用弯曲模也可用于窄带滤波器。陶瓷滤波器的带宽可用调节极化程度来控制，PZT-6A 的

表 5.6 常用压电陶瓷的性能——25℃时的小信号值

材 料	K_p	K_{31}^t	K_{32}^t	K_{15}	K_{33}^t	$\epsilon_{33}^t/\epsilon_0$	Q_p	$\epsilon_{33}^t/\epsilon_0$	$\epsilon_{11}^t/\epsilon_0$	$\epsilon_{11}^t/\epsilon_0$
PZT-4 ¹⁾	-0.58	-0.33	0.70	0.71	0.51	1300	250	635	1475	730
PZT-5A ¹⁾	-0.60	-0.34	0.705	0.685	0.49	1700	50	830	1730	916
PZT-5H ¹⁾	-0.65	-0.39	0.75	0.675	0.505	3400	50	1470	3130	1700
PZT-6A ¹⁾	-0.42	-0.25	0.54	—	0.39	1050	50	730	—	—
PZT-6B ¹⁾	-0.25	-0.145	0.375	0.377	0.30	460	110	386	475	407
PZT-7A ¹⁾	-0.51	-0.30	0.66	0.67	0.50	425	60	235	840	460
PZT-8 ¹⁾	-0.51	-0.30	0.64	0.55	0.48	1000	250	580	1290	900
PZT-2 ¹⁾	-0.47	-0.28	7.63	0.70	0.51	450	200	260	990	504
BaTiO ₃	-9.36	-0.21	0.50	0.48	0.38	1700	100	1260	1450	1115
95w%BaTiO ₃ , 5w%CaTiO ₃	-0.33	-0.19	0.48	0.48	0.38	1200	170	910	1300	1000
NRE-4 ²⁾	-0.31	-0.18	0.46	0.46	0.36	1420	200	1110	—	—
PbNb ₂ O ₆ ³⁾	-0.07	-0.046	0.38	—	0.37	225	100	190	—	—
Pb _{0.6} Ba _{0.4} Nb ₂ O ₆	-0.38	-0.22	0.55	—	—	1500	100	—	—	—
Na _{0.5} K _{0.5} NbO ₃	-0.46	-0.27	0.605	0.645	0.46	496	70	306	938	545

表 5.7 (续表 5.6)

材 料	d_{33}	d_{31}	d_{15}	g_{33}	g_{31}	g_{15}	e_{33}	e_{31}	e_{15}
	pC/N			10^{-3} V m/N			C/m ²		
PZT-4 ¹⁾	289	-123	496	25.1	-10.7	38.0	15.1	-5.2	12.7
PZT-5A ¹⁾	374	-171	584	24.9	-11.4	38.0	15.8	-5.4	12.3
PZT-5H ¹⁾	593	-274	741	19.7	-9.1	26.8	23.3	-6.5	17.0
PZT ₆ A ¹⁾	189	-80	—	20.4	-8.6	—	12.5	—	—
PZT-6B ¹⁾	71	-27	130	17.4	-6.6	31.0	7.1	-0.9	4.6
PZT-7A ²⁾	150	-60	362	39.8	-15.9	48.8	9.5	-2.1	9.2
PZT-8 ¹⁾	225	-97	330	25.4	-10.9	29.0	13.2	-4.0	10.4
PZT-2 ¹⁾	152	-60	440	38.2	-15.1	50.1	9.0	-1.9	9.8
BaTiO ₃	190	-78	260	12.6	-5.2	20.2	17.5	-4.3	11.4
95w%BaTiO ₃ 5w%CaTiO ₃	149	-58	242	14.0	-5.45	21.0	13.5	-3.1	10.9
NRE-4 ³⁾	150	-59	—	11.9	-4.7	—	—	—	—
PbNb ₂ O ₆ ³⁾	85	~ -9	—	42.5	~ -4.5	—	—	—	—
Pb _{0.6} Ba _{0.4} Nb ₂ O ₆	220	-90	—	16.6	-6.8	—	—	—	—
Na _{0.5} K _{0.5} NbO ₃	127	-51	306	29.0	-11.6	36.9	9.8	—	11.3

1) 商标 Vernitron 压电分部

2) 95w%BaTiO₃+5w%CaTiO₃+0.75w%CoCO₃

3) 通用电气公司

表 5.8 常用压电陶瓷的性能——25°C时的小信号值

材 料	S_{33}^P	S_{11}^P	Q_x	S_{44}^D	S_{66}^D	S_{33}^D	S_{11}^D	S_{44}^D	C_{33}^M	C_{11}^P	C_{33}^P	C_{11}^P	C_{33}^P	C_{11}^P	N_1	N_{33}	v_3^P	v_1^P	密度 10^3 kg/m^3
	10^{10} N/m^2														$\text{Hz} \cdot \text{m}$		m/s		
	$\text{p m}^2/\text{N}$																		
PZT-4	15.5	12.3	500	39.0	32.7	7.90	10.9	19.3	11.5	13.9	15.9	14.5	1650	2000	4600	2630	7.5		
PZT-5A	18.8	16.4	75	47.5	44.3	9.46	14.4	25.2	11.1	12.1	4.7	12.6	1400	1890	4350	2260	7.75		
PZT-5H	20.7	16.5	65	43.5	42.6	8.99	14.1	23.7	11.7	12.6	15.7	13.0	1420	2000	4560	2375	7.5		
PZT-6A	13.0	10.7	450	—	27.8	9.2	10.1	—	13.1	—	15.5	—	1770	2140	4570	—	7.45		
PZT-6B	9.35	9.0	1300	28.2	24.0	8.05	8.8	24.2	16.3	16.8	17.7	16.9	1920	2225	4820	2340	7.55		
PZT-7A	13.9	10.7	600	30.5	27.9	7.85	9.7	21.8	13.1	14.8	17.5	15.7	1750	2100	4800	2490	7.6		
PZT-8	13.5	11.5	1000	31.9	29.8	8.0	10.4	22.6	12.3	13.7	16.1	14.0	1700	2070	4580	2420	7.6		
PZT-2	14.8	11.6	680	45.0	29.9	9.0	10.7	22.9	11.3	13.5	14.8	13.6	1680	2090	4410	2400	7.6		
BaTiO ₃	9.5	9.1	300	22.8	23.6	7.1	8.7	17.5	14.6	15.0	17.1	15.0	2200	2520	5470	3160	5.7		
95w%BaTiO ₃ , 5w%CaTiO ₃	9.1	8.6	400	22.2	22.4	7.0	8.3	17.1	15.0	15.8	17.7	15.9	2290	2740	5640	3240	5.55		
NRE-4	—	8.1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2310	2760	—	—	—	5.7
PbNb ₂ O ₆	25.4	—	11	—	—	21.8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6.0
Pb _{0.6} Ba _{0.4} Nb ₂ O ₆	—	11.5	250	—	—	—	10.9	—	—	—	—	—	—	1915	—	—	—	—	5.9
Na _{0.5} K _{0.5} NbO ₃	10.1	8.2	240	27.0	—	6.4	7.6	15.8	16.8	—	21.4	—	—	2570	—	5940	3760	—	4.46

表 5.9 常用压电陶瓷的性能

材 料	居里点	热容量	热 导	静态抗张强度 psi	动态抗张强度 psi	每十倍时 N_1 的 变化 %	每十倍时 K_1 的 变化 %	每十倍时 e_{33} 的 变化 %	M_1 的变化 -60到 +85°C %
	°C	J/kg°C	W/m°C						
PZT-4	328	420	2.1	11000	6000	+1.5	-2.3	5.8	4.8
PZT-5A	365	420	1.5	11000	4000	+0.2	-0.2	-1.0	2.6
PZT-5H	193	420 ¹	1.5 ¹	11000 ¹	4000 ¹	+0.25	-0.35	-1.5	9.0
PZT-6A	335	420 ¹	2.1 ¹	11000 ¹	4000 ¹	<0.1	-0.2	-0.6	<0.2
PZT-6B	~335	420 ¹	2.1 ¹	11000 ¹	3500 ¹	<0.1	-0.2	-0.6	<0.2
PZT-7A	~350	420 ¹	2.1 ¹	11000 ¹	3500 ¹	-0.08	0.0	+2.0	2.9
PZT-8	300	420 ¹	2.1 ¹	12000	7000	+1.0	-2.0	-5.0	~2.0
PZT-2	370	40 ¹	2.1 ¹	11000 ¹	3500 ¹	+0.6	-1.8	-2.8	1.5
BaTiO ₃	115	500	3.5	7500	3000	+1.1	-2.5	-4.1	19.0
95w%BaTiO ₃ , 5w%CaTiO ₃	115	500 ¹	3.5 ¹	7500 ¹	3000 ¹	+0.5	-1.8	-0.8	~18
NRE-4	105	500 ¹	3.5 ¹	7500 ¹	3000 ¹	+0.4	-1.9	-1.3	~15
PbNb ₂ O ₆	576	—	—	2500 ¹	—	—	—	—	—
Pb _{0.6} Ba _{0.4} Nb ₂ O ₆	260	—	—	—	—	—	—	—	—
Na _{0.5} K _{0.5} NbO ₃	420	—	—	—	—	—	—	—	—

表 5.10 (续表 5.9)

材 料	介电时间常数 s			交流退极化 场强 25°C kV/cm rms	交流场强 kV/cm rms 对于 $\text{tg}\delta_2 = 0.04$		极化率 $10^{-2} \text{C}/\text{m}^2$
	25°C	100°C	200°C		25°C	100°C	
PZT-4	>100	~5	~0.07	>10	3.9(17%) ²⁾	3.3	30
PZT-5A	>2000	~1800	~250	~7	0.45(11%) ²⁾	0.45	38
PZT-5H	>2000	>2000	~1000	~4	0.3(5%) ²⁾	0.2	33
PZT-6A	>10	~0.15	~0.002	~8	3.2	2.8	30
PZT-6B	>100	~1.5	~0.03	>10	11.0	5.0	15
PZT-7A	>1	~0.5	~0.03	>10	2.6	1.3	42
PZT-8	>100	~2	~0.01	>15	$\text{tg}\delta_2 = 0.015$ @6kV/cm(8%)	$\text{tg}\delta_2 = 0.03$ @6kV/cm	25
PZT-2	>100	~2	~0.03	>10	1.8	1.6	40
BaTiO ₃	>150	~0.5	~0.002	~4	1.0	0.8(75°C)	8
95w%BaTiO ₃ , 5w%CaTiO ₃	>100	~0.3	~0.002	~4	1.7	1.0(75°C)	8
NRE-4	—	—	—	~9	~4.0	—	8
PbNb ₂ O ₆	>1000	~500	~10	>10	>6	—	—
Pb _{0.5} Ba _{0.1} Nb ₂ O ₆	>1000	~50	—	—	1.4(17%) ²⁾	—	—
Na _{0.5} K _{0.5} NbO ₃	~50	—	—	—	—	—	~30

1) 估值

2) ()内数据给出 ϵ_{33}^T 在指明电场下增加的量

表 5.11 各种组分压电陶瓷的应用

材 料	应 用	突 出 的 特 点
PZT-4	声纳辐射器, 超声换能器, 高压发生器	高激励特性良好, 耦合系数高
PZT-5A, PZT-5H	水听器, 仪器换能器, 电唱机拾音器, 微音器和扬声器元件	介电常数高, 耦合系数高, 老化小, 时间常数大
PZT-6A, PZT-6B	电滤波器	突出的温度稳定性, 老化小
PZT-7A	延迟线换能器	介电常数小, 老化小
PZT-8	声纳辐射器, 超声换能器	突出的高激励特性
BaTiO ₃	声纳辐射器, 超声换能器	厉害的温度依赖性
95w% BaTiO ₃ , 5w% CaTiO ₃	声纳辐射器, 超声换能器	成本低, 小功率时相当稳定
95w% BaTiO ₃ , 5w% CaTiO ₃ 0.75w% CoCO ₃ -NRE-4	声纳辐射器	高激励特性良好, 但压电效应弱
PbNb ₂ O ₆	超声探伤换能器	机械 Q 小
Pb _{0.9} Ba _{0.1} Nb ₂ O ₆		无明显特点
K _{0.5} Na _{0.5} NbO ₃ (热压)	延迟线换能器	介电常数小, 声速高

k_p 值可在 0.20 到 0.44，而 PZT-5B 的 k_p 值可在 0.0 到 0.25 范围内调节。

图 5.29 至图 5.32 指出了几种锆钛酸铅组分的参数随着温度的变化。

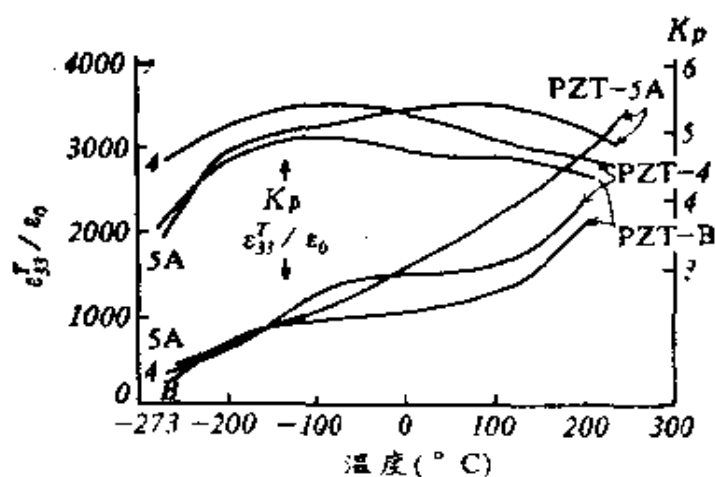


图 5.29 温度稳定化 PZT-4、PZT-8 和 PZT-5A 的 e_{33}^T , K_p 与温度的关系

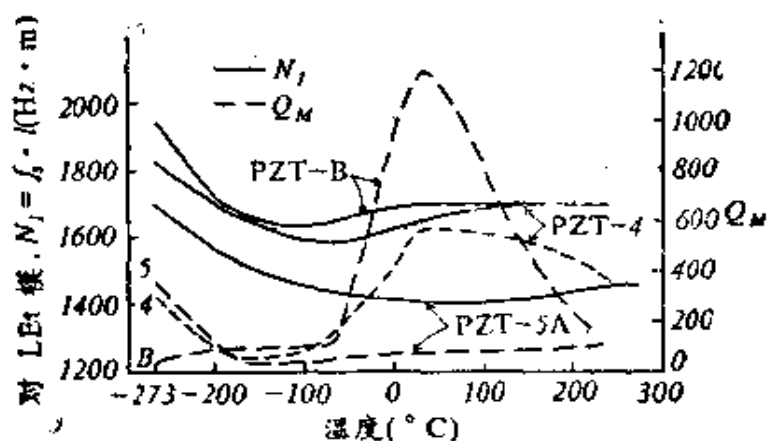


图 5.30 温度稳定化 PZT-4、PZT-8 和 PZT-5A 的 Q_m , N_1 与温度的关系 ($Q_m = 1/\tan \delta_m$ 机械品质因素)

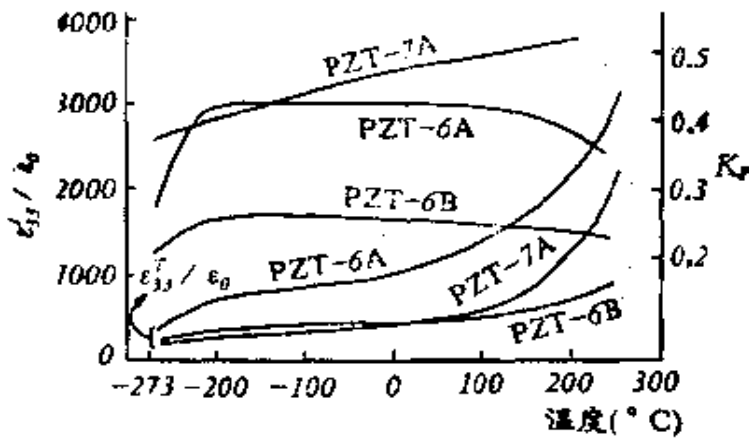


图 5.31 温度稳定化 PZT-6A, PZT-6B 和 PZT-7A 的 e_{33}^T, K_p 与温度的关系

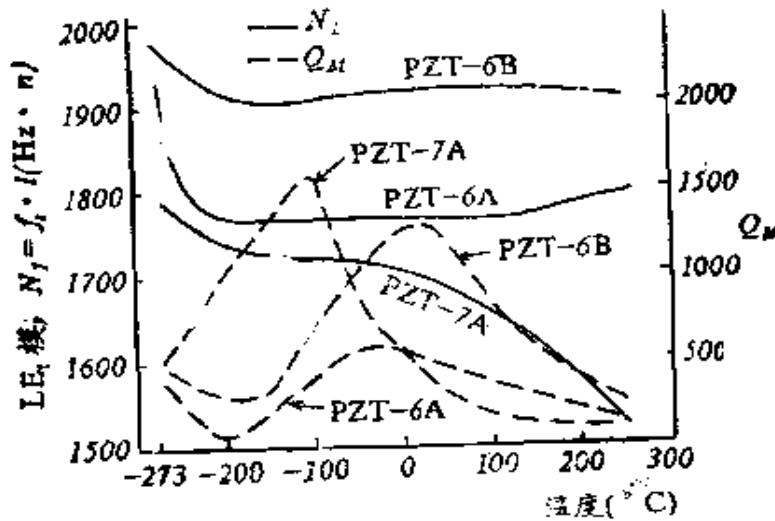


图 5.32 温度稳定化 PZT-6A, PZT-6B 和 PZT-7A 的 Q_M, N_1 与温度的关系 (N_1 为棒的 LE_1 模的频率常数 $f_s \cdot l$)

图 5.29 至图 5.32 这些随温度变化的差异起因于 Z_r/T_r 原子数比的变化(类质同晶型取代)和对施主-受主杂质平衡的控制。过渡金属杂质(PZT-6 和 PZT-7A)的作用是奥妙的,但了解得很少。

表 5.6 至表 5.11 中的非锆钛酸铅系的极好的化学组分是 $PbNb_2O_7$ 和 $K_{0.5}Na_{0.5}NbO_3$, 前者具有十分高的机械阻尼和对于静水声具有强响应。对抑制振铃的机械阻尼对超声探伤检测特性尤其重要。改良型偏铌酸铅还有待应用开发。而 $K_{0.5}Na_{0.5}$

NbO_3 主要应用在高频 (10~200MHz) 换能器, 因为它具有低介电常数和弹性波速。

二、压电陶瓷的老化和高静态应力下的效应

通常只要电场的机械应力的幅值很小, 则可以认为压电陶瓷是线性的。正如以前讨论的, 对不同的压电陶瓷, 偏离线性阈值变化很大。如果保持一定的静态应力或电场, 同时加一周期性的激励应力或电场, 则附加的畴壁运动可以被促进或被抑制, 其带来的变化, 很难综合论述。因此, 必须研究压电陶瓷的稳定性 (时间稳定性及高压力下稳定性)。

1. 老化和稳定性

铁电材料的老化大体取对数规律, 其性能随极化后的时间变化而变化。老化速率对于用作辐射换能器的压电陶瓷来说, 具有代表性的。施主掺杂组分时老化率只有原来的 1/5 到 1/10, 但因它的高激励特性不好, 故不适宜用做辐射换能器。老化特性取对数关系是有明显的限制的, 但在极化后 1~50 星期内, 通常遵守得相当好, 约一年以后, 每十倍时间的变化率稍有减小, 也有代表性。

2. 高静态压力的影响

高静态应力对锆钛酸铅陶瓷工作特性的影响已有充份的研究^[41, 42], 并有以下几种典型静态压力:

- (1) 平行于极轴的一维压缩应力;
- (2) 垂直于极轴的一维压缩应力;
- (3) 垂直于极轴的二维压缩应力;
- (4) 流体静压缩应力。

应力不能引起 180° 的畴重新取向, 因此静态应力的全部作用是使 180° 以外的畴重新取向 (四方相中是 90° 畴, 在菱面体中的钙钛矿型中是 $71^\circ/109^\circ$ 畴)。

PZT-4 和 PZT-8 的自由介电常数、 d_{33} 和 K_{33} 随着平行于极化轴的应力的变化而变化, $\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$ 是随应力增加而增加, d_{33} 及

ϵ_{33}^0 是随压力而下降。

PZT-4 和 PZT-8 的介电常数和 d_{33} 随平行应力循环次数的变化(应力为 $7 \times 10^7 \text{N/m}^2$)，存在着应力稳定性。

垂直于极化轴的一维压缩应力对 PZT-4 和 PZT-8 的影响，与平行于极化轴应力的影响相比， ϵ_{33}^0 的变化较小。但是，该类应力破坏了极化陶瓷元件的平面对称性。由此减小了压电常数 d_{31} 。 d_{31} 将在外加应力方向即负载方向上产生应变，增加了压电常数 d_{32} ， d_{32} 将在垂直于静态应力和极化轴方向产生应变；应力给定时，其 $(d_{31} + d_{32})/2$ 约等于 d_{31} 的起始值，当外加应力消除时，对称性有很小的、永久的减低。

参 考 文 献

- [1] Wainner, E., Trans. electrochem. Soc., 1946; 89: 331—356.
- [2] Miyake, S. and Ueda, R., J. phys. Soc. Japan, 1946; 1: 32—33.
- [3] D.B.Fraser and A.W.Warner, J. Appl. Physics, 1966; 37: 3853—3854.
- [4] H.Kawai, J. Appl. Phys., 1969; 8: 975.
- [5] T.D. Sullivan and J. M. Powers, J. Acoust. Soc. Am., 1978; 63(5): 1396.
- [6] P. A. Lewin, Ultrasonics, 1981; 19: 213.
- [7] K. C. Shotton, P. R. Bacon and R. M. Quilliam, Ultrasonics, 1980; 18: 123.
- [8] H. R. Gallatree, Marconi Rev., 1982; 45, (224): 49.
- [9] 陈秉启, 沈寿彭, 有机化学, 1983; 3: 191.

- [10] 袁易全, 沈寿彭, 应用声学, 1985; 4(3): 25.
- [11] 袁易全, 邵耀梅, 时炳文, 应用声学, 1987; 6(1): 25.
- [12] 杨宠莹, 时炳文, 口腔医学, 1988; 8(1): 18.
- [13] Newnham, R. E, *et al*; Mat. Res. Bull., 1978; 13: 525.
- [14] 殷庆瑞, 袁易全, 赵梅瑜; 无机材料学报, 1988; 3, 221.
- [15] 袁易全, 殷庆瑞; 无机材料学报, 1990; 4: 265.
- [16] 庄泳璆、何远光、徐其昌; 应用声学, 1981; 3: 39.
- [17] Mason, W. P., Phys. Rev. 1948; 74: 1134—1147.
- [18] Caspari, M. E. and Merz, W. J., Phys. Rev., 1950; 80: 1082.
- [19] H. J. Meskimen, J. Acoust. Soc. Am., 1955; 27: 182—187.
- [20] W. G. Cady, *Piezoelectricity*, 1964; Vols. 1 and 2, Dover, New York. *Revision of McGraw-Hill, New York.*
- [21] W. P. Mason, *Piezoelectric Crystals and Their Application to Ultrasonics*, Van Nostrand, Princeton, N. J. 1950.
- [22] J. F. Nye, *Physical Properties of Crystals*, The Clarendon Press, Oxford, England, 1957. 8.
- [23] W. P. Mason, *Electromechanical Transducers and Wave Filters*, Van Nostrand, New York, 1948.
- [24], [29] R. Krimholz, D. A. Leedom, and G. I. Matthaei, *Electron. Lett.*, 1970; 6: 338—339.
- [25], [26], [39] "IRE Standards on Piezoelectric Crystals, *Measurements of piezoelectric Ceramics*, 1961", *Proc. IRE*. 1961; 49: 1161—1169.

- [27] H. F. Tiersten, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1963; 35: 53—58.
- [28] M. Onoe, H. F. Tiersten, and A. H. Meitzler, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1963; 35: 36—42.
- [30] 施仲坚。声学学报, 1965; 2: 214.
- [31] 田中哲郎, 千タン酸・バリウムとモノの応用, 昭30, オーム社。
- [32] 稽国庆、施仲坚。声学学报, 1965; 2: 98.
- [33] C. V. Stephenson, *J. Acous. Soc. Am.*, 1956; 28: 51.
- [34] 孙楠, 张福学。《压电学》(上册), 国防工业出版社, 1984; 268.
- [35] B. Jaffe, R. S. Roth, and S. Marzullo, *J. Appl. Phys.*, 1954; 25: 809—810.
- [36] D. Schofield and R. F. Brown., *Canad. J. Phys.*, 1957; 35: 594—607.
- [37] D. A. Berlincourt, C. Cmolik, and H. Jaffe, *Proc. IRE*, 1960; 48: 220—229.
- [38] F. Kulcsar, *J. Am. Ceram. Soc.* 1959; 42: 343—349.
- [40] O. E. Mattiat *ed.*, “*Ultrasonic Transducer Materials*”, Plenum Press, 1971; 107.
- [41] D. Berlincourt, *U. S. Navy J. of Underwater Acoustic*, 1965; 15: 266—283.
- [42] H. H. A. Krueger, *J. Acoust. Soc. Am.*, 1968; 43: 583—591.
- [43] R. Halmshaw, *Non-destructive Testing*, Edanrd Arnold, 1987; 143—145.
- [44] 陈桂生。超声换能器, 海洋出版社, 1984.

-
- [45] 栾桂冬, 张金铎。应用声学, 1986; 5(1): 12—16。
- [46] 夏启清, 林维正, 魏墨盆。应用声学, 1990; 9(1): 1—7。
- [47] 肖今新, 丁训权, 蔡志恂。应用声学, 1990; 9(1), 24。
- [48] 殷庆瑞。应用声学, 1986; 5(4), 16。
- [49] 高宗发, 徐其昌。应用声学, 1984; 3(1), 8。
- [50] 马乐山, 姚纷玉等。应用声学, 1983; 2(2), 39。
- [51] 丁德胜, 千昌明, 杜功焕。应用声学, 1991; 11(4), 4。