

# DC-DC 变换器中非线性现象研究的发展综述

陈素芬 张波 华南理工大学电力学院 (广州 510640)

**摘要:**DC-DC 变换器电路有丰富的非线性特性,它们运行的一大特点是几个电路拓扑之间的循环切换,这就产生各种不同的非线性特性。本文回顾了 DC-DC 变换器电路观察到的混沌特性和分叉现象,列举了这方面相关的重要文献,着重说明电路运行的主要特性和建模方法。指出了从非线性动力学的角度去研究分叉与混沌行为是今后 DC-DC 变换器电路分析方法的一个发展方向。

**叙词:**DC-DC 变换器 非线性 混沌 电力电子

## 0 引言

电力电子学是从工业、商业、民用及航空领域的实际应用中孕育出来的一门学科。在过去的三十年里,实际应用的迫切需要促进了电力电子技术的发展,以 DC-DC 变换器为例,作为电力电子技术的重要内容之一,它已经在许多领域里广泛使用。然而,尽管电力电子技术已广泛应用,更深入的分析和建模工作直到今天仍方兴未艾,原因在于非线性现象在电力电子电路中普遍存在。

70 年代后期以来,非线性现象的研究成为科学界的热点问题,吸引了物理、数学、力学等诸学科科研工作者的注意,混沌理论得到了迅速发展。到 80 年代末,在混沌动力系统的数学基础、数值实验算法和实验室实验诸方面都取得了进展。随着对混沌现象研究的深入,90 年代以来,工程技术等应用问题中的混沌也逐步列入研究日程并取得一些进展。例如,在 DC-DC 变换器中,电路的非线性特性已经引起了越来越多的关注。

## 1 DC-DC 变换器电路中的非线性现象

电力电子电路是一个强非线性时变系统,电力电子工程师经常会遇到诸如次谐波振荡、周期跳跃、拟周期运动、分叉以及混沌等现象。例如,大多数电源工程师在调试开关变换器时会发现,当电路的一些参数发生变化的时候,如输入电压与反馈增益,系统的输出会变得杂乱无章。又如,调试 DC-DC 变换器时,常常会见到开关管的漏极有如图 1 的波形。对于这些奇异现象,通常认为是线路产生了自激振荡,而忽略了此时电路可能出现了混沌现象。一般采取的措施是通过调节电路元件的参数来避免它们的发生。长期以来,这些现象之所以一直保持着某种神秘,是因为确定论以及线性论的知识结构指导我们的思路,没有引起应有的重视。事实上,如果线性化的模型能够保证达到设计要求,那么似乎没有必要来研究诸如混沌及分叉等非线性现象。但是,在电力电子技术逐渐走向成熟,各行各业对电力电子系统与设备在功能、可靠性及性能上的要求日益高涨的今天,

深入研究电力电子电路中的非线性现象是非常有必要的,甚至是刻不容缓的。一方面,非线性现象的研究能够给我们所观察到的“神秘”的电路行为提供合理的解释;另一方面,如果这种非线性的运行机制(混沌运行机制)能被透彻地理解,并发展成为有效的电力电子混沌控制技术,那么将可以利用新的非线性控制策略来解决许多实际的工程应用问题。

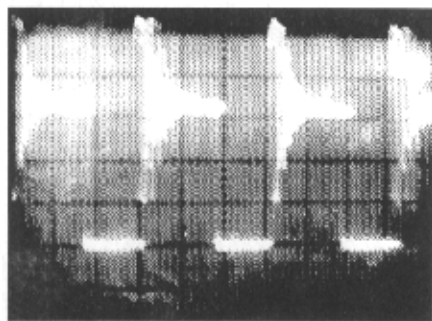


图 1 DC-DC 变换器开关管漏极波形

## 2 DC-DC 变换器中非线性现象研究近况

八十年代末,Deane 与 Hamill 提出了 DC-DC 变换器中分叉和混沌问题。1990 年,Krein 与 Bass 在实验中观察到电力电子电路中的“有界”、“震颤”及“混沌”等现象。这些早期的研究,虽然没有严格的理论分析,但是引起了电力电子学界研究电路中的非线性现象的浓厚兴趣。同年,Hamill 等人发表了关于工作在连续运行模式下的 Buck 变换器中的混沌研究一文,该文通过迭代映射、数值计算证实了倍周期分叉、次谐波及混沌的发生,并在电路的仿真与实验两方面得到了一致的结果。1991 年,该研究小组又发表了关于电流控制下的 Boost 变换器的迭代映射一文,分析了识别分叉与电路结构不稳定的方法。从此以后,一批电力电子电路研究者开始致力于研究与识别分叉类型与奇怪吸引子

的工作。下面列举的是关于 DC-DC 变换器中非线性的主要论文。1992 年, Deane 首次报道了在电流控制下的 Boost 变换器通往混沌的道路。1994 年, Tse 以一阶迭代映射来建立 Boost 变换器的数学模型, 通过判断迭代映射关于不动点的雅可比行列式的值来确定倍周期分叉的发生, 论述了工作在断续运行模式下的 Boost 变换器中的倍周期分叉现象。仿真与实验电路均证实了此结论。1995 年, Tse 与 Chan 用一个四阶迭代映射来描述电流控制下的四阶 Cuk 变换器的分叉现象, 通过数值方法证实了混沌的存在。同年, Chakrabarty 对 Buck 变换器的分叉现象作了进一步的研究, 具体分析了变换器由于电路参数(如储能电感、负载电阻、输出电容等)的单一变化而引起的分叉现象。1996 年, Fossas 和 Olivar 详细分析了 buck 变换器的动态特性, 定义其混沌吸引子的拓扑及对应于系统不同演变状态的吸引域。1997 年, Chan 与 Tse 通过选择不同的分叉参数研究了不同类型的通往混沌的道路。

图 2 为电流控制 boost 变换器数值仿真分叉图(以电感电流参考值为分叉参数)。如图 2(a)所示, boost 变换器具有跃迁的分叉特性, 由此可以观察到从周期突然跳跃到混沌, 但是这不能用典型分叉(如倍周期和鞍焦点)来解释, 这是因为它们属于开关动态系统特有的“边界冲撞”分叉。

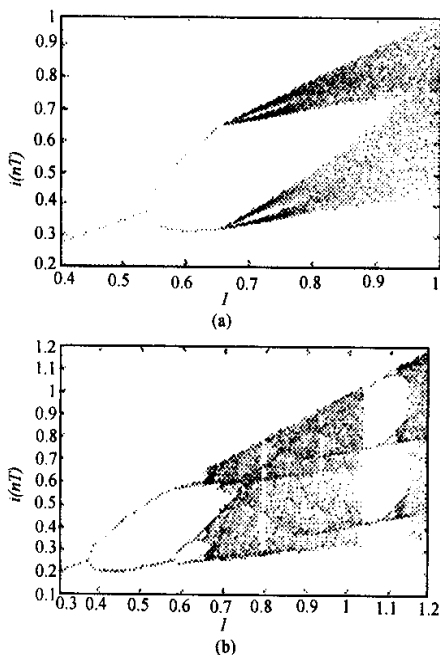


图 2 电流控制 Boost 变换器数值仿真分叉图

### 3 DC-DC 变换器中非线性现象研究的重要建模方法

#### 3.1 DC-DC 变换器电路中的线性化分析方法

DC-DC 变换器电路通常被描述成分段线性的开关式电路, 在不同的时间段里有着不同的拓扑。一般而言, 电路的拓扑个数是固定的, 而且各个拓扑都以周期的方式循环切换。为了加快电力电子系统的设计周期, 精确的简化模型是非常必要的, 但是简化的模型总是以牺牲精确度为代价的。众所周知, 闭环的稳定性与瞬态响应是 DC-DC 变换器设计中的两个基本要点, 一个能够直接进行频域分析的模型具有明显的优势。因此, DC-DC 变换器建模技术的研究大多都集中于如何获得一个适合于频域分析的线性模型上。例如, 状态空间平均法就是一个满足上述要求被开关式变换器广泛采用的建模方法。在实际应用中, 这样的平均模型几乎都被线性化, 直接进行拉普拉斯变换或是频域分析, 同时可以方便地进行变换器控制级的设计与动态特性的评估。事实上, 状态空间平均法虽然能较好地解决 DC-DC 变换器的稳态和动态低频小信号的分析问题, 但是由于系统的强非线性, 这种小信号线性化模型的适用范围受到了很大的限制, 在大信号条件下系统可能是不稳定的。

如果只考察系统在状态空间中某一点附近的局部特性, 线性化不失为一种有效的方法。然而, DC-DC 变换器运行于非线性的变化模式, 这种模式自然需要应用非线性方法进行分析 and 设计。下面主要总结两种有效的建模方法。

#### 3.2 连续时间平均法

平均法是 DC-DC 变换器中广泛采用的建模方法, 最初得到的简单的非线性模型不包含时变参数, 所以可方便的用于分析和设计。实际上, 平均法模型常常被线性化以得到线性时不变模型, 它可以直接在典型的 Laplace 变换域内或频域内进行研究, 使得研究者可以用熟悉的方法来设计控制方法和估计暂态响应。由于平均模型实质上没有考虑切换细节而只考虑动态动作的包络线, 这就使得它适合于考察运行于低频域的电力电子电路。

假设研究的 DC-DC 变换器在电路拓扑间进行切换。设  $x$  是状态变量,  $d_j$  是第  $j$  个拓扑的占空比,  $T$  是开关周期。显然有:  $d_1 + d_2 + \dots + d_N = 1$ 。于是有第一个周期的状态方程。

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1 x + B_1 U, & 0 \leq t < d_1 T \\ A_2 x + B_2 U, & d_1 T \leq t < (d_1 + d_2) T \\ \dots & \dots \\ A_N x + B_N U, & (1 - d_N) T \leq t < T \end{cases} \quad (1)$$

其中  $A_j$  和  $B_j$  是第  $j$  个拓扑的系统矩阵,  $U$  是输入电压。实际上, 大部分的 DC-DC 变换器运行于两个或三个拓扑, 因此常常可取  $N=2$  或  $3$ 。平均法建模关键一步是对系统矩阵的平均, 有如下平均模型(对所有的  $t$  都成立):

$$\dot{x} = A_m x + B_m U \quad (2)$$

其中

$$A_m = \sum_{j=1}^N d_j A_j \quad B_m = \sum_{j=1}^N d_j B_j \quad (3)$$

然后进一步表示控制环节。控制策略通常由一系列显式或隐式的  $d_j$  来定义的方程表示。一般形式如下:

$$\begin{cases} F_1(d_1, d_2, \dots, U, x) = 0 \\ F_2(d_1, d_2, \dots, U, x) = 0 \\ \dots \end{cases} \quad (4)$$

注意到,上述方程通常定义占空比  $d_j$  为系统状态和参数的非线性函数。因此,即使  $d_j$  不出现,所表示的模型仍然是非线性的。

通常的 PWM 反馈控制方法是根据控制信号和锯齿波的比较结果来进行,一旦这两个信号相交,系统就切换到另一个状态。在只有两个拓扑状态的 DC-DC 变换器中,控制环节只和占空比  $d_1$  有关,于是控制法可简单表示为:

$$V_{\text{ref}}(d_1 T) = v_c(x(d_1 T)) \quad (5)$$

其中  $V_{\text{ref}}(t)$  是锯齿波电压信号,  $v_c(\cdot)$  是一来自状态变量的控制信号。

实质上,当忽略动态细节时,平均法仍保持一个开关周期内的低频特性。通常,平均模型只在低于开关频率的低频内是准确的。鉴于此,当要考察出现在较宽频谱内的非线性现象时,平均法就不够准确了。然而,在分析只出现在低频的分叉现象时,平均模型还是有用的。比如,DC-DC 变换器中,平均模型可有效地用来研究 Hopf 分叉,并能解释由许多开关周期(低频轨道)组成的极限环的形成。

### 3.3 离散时间迭代映射法

建立 DC-DC 变换器电路精确模型的有效方法是建立恰当的离散时间映射,它是通过对系统状态进行均匀或不均匀采样得到的,其目的是得到关于每个采样瞬时的状态变量的迭代函数。

为说明此方法,考虑在周期  $T$  的整数倍时刻对系统变量进行均匀采样来得到映射。(这些映射通常称为频闪映射,以和不均匀采样或开关采样区分开来。参考(1)式,根据第  $j$  个拓扑的子区间的初始时刻的状态矢量  $x$  的值,可得到子区间最后时刻的  $x$  值的表达式。为简化,设  $t_j$  为第  $j$  个子区间的开始时刻,即电路由第  $j-1$  个结构切换到第  $j$  个结构的切换时刻。并设  $d_j$  为相应于  $t_j$  开始时的占空比。即  $d_j = (t_{j+1} - t_j)/T$ ,则有:

$$x(t_{j+1}) = \Phi_j(d_j T) x(t_j) + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \Phi_j(\xi) B_j d\xi \quad (6)$$

其中  $\Phi_j$  是相应于  $A_j$  的过渡矩阵。于是将一个开关周期内所有子区间的方程结合起来便得到需要的得到映射:

$$x_{n+1} = \Phi_T(d_1, d_2, \dots) x_n + \Psi_T(d_1, d_2, \dots) E \quad (7)$$

$$= F(x_n, d_n) \quad (8)$$

其中  $x_n$  表示  $t = nT$  时的状态向量,  $d_n$  表示  $t = nT$  为周期起始时刻的占空比,且

$$\Phi_T(\cdot) = \Phi_N(d_N T) \Phi_{N-1}(d_{N-1} T) \cdots \Phi_1(d_1 T) \quad (9)$$

$$\Psi_T(\cdot) = \Phi_N(d_N T) \Phi_{N-1}(d_{N-1} T) \cdots \Phi_2(d_2 T) \int_0^{t_1} \delta_0^T$$

$$\Phi_1(\xi) B_1 d\xi + \Phi_N(d_N T) \Phi_{N-1}(d_{N-1} T) \cdots$$

$$\Phi_3(d_3 T) \int_0^{t_2} \Phi_2(\xi) B_2 d\xi + \cdots \Phi_N(d_N T) \int_0^{t_{N-1}^T}$$

$$\Phi_{N-1}(\xi) B_{N-1} d\xi + \int_0^{t_N^T} \Phi_N(\xi) B_N d\xi \quad (10)$$

如平均法一样,最后需加入控制法则。这里采用(4)的形式。或者,可以采用每个切换周期初始时刻( $t = nT$ )的控制法则的离散形式  $d_j = f_j(x_j)$ 。

### 3.4 模型的适用性

平均法简单且易得到一个易解的数学和电路模型,但只适用于低频现象。相反,离散时间迭代映射复杂但却能提高系统动态特性的更完整的信息。两种方法都可用于研究开关变换器的分叉特性,关键是什么时候怎么用。平均模型为一组连续微分方程,迭代映射模型则是时间离散的,简要的说,平均模型可用于描述电路的低频特性,而采用迭代映射则可以说明更全面的动态特性。比如,在一个定周期运动经过 hopf 分叉裂变为极限环或具有更长周期的准周期的情况下,可用平均模型进行研究。另一方面,对倍周期和其他在高频域中产生解形式的分叉,只能用适当的离散时间模型来研究。

## 4 总结与展望

可以说 DC-DC 变换器领域的非线性现象的研究已经经历了它的第一个发展阶段。迄今为止大量的研究工作集中于识别混沌现象以及从非线性动力学的角度来解释这些现象。可以说,过去十年的研究工作有双重意义。一方面,对从事 DC-DC 变换器工作的工程师来说,那些普遍存在的不规则现象,如混沌与分叉,已经成为今后研究的主题,他们可以通过科学的手段获得对这一现象的掌握,而不仅仅是在实验室里观察这一所谓的坏现象。另一方面,对从事混沌与系统的理论研究的理论家来说,层出不穷的出版物证明了电力电子领域中丰富的动力学特性,并为他们提供了理论研究的一个新的方向。可以预见,识别混沌与分叉的工作依然是研究的重要组成部分,因为 DC-DC 变换器系统强调可靠性与可预测性,尽可能透彻地理解 DC-DC 变换器系统在各种运行模式下的行为是至关重要的。电力电子技术是一门新兴学科,新的电路与应用每天都在被创造。由于缺乏对非线性问题的统一解决办法,需要对每一个应用以及相关的非线性现象进行单独的研究。今后的工作将不可避免地朝着探索电力电子领域中的非线性特性和相关理论的方向发展。例如,可以利用混沌的宽频特性来控制电磁干扰的问题;在跟踪控制法的应用中,用尽可能少的迭代次数来引导系统的轨进入

预计轨道;DC-DC 变换器工作在周期运行模式下的稳定性问题等。

另外,DC-DC 变换器的混沌控制作为非线性控制理论的新分支,正成为一个很活跃的研究领域。它是建立在混沌动力学基础之上与传统的控制规则相区别的一类新的控制策略。一个混沌系统的行为是许多有序行为即周期行为的集合,但每一个有序行为在正常条件下都不占主导地位。近几年的研究结果表明:如果以适当的方法对系统中的某些参数进行微扰,就能促使该系统的输出从一种周期态向另一种周期态转变。由于混沌系统能在许多不同周期轨道中迅速转换,因此混沌控制对提高系统的瞬态响应是有利的,并且在控制上具有一定的柔性。目前,国外学者主要集中研究 DC-DC 变换器混沌产生的机理并取得了共识,而对混沌控制方法的研究,仍处于起步阶段。由此可见,对功率变换器中混沌控制方法的研究是十分重要的,它可能是提高功率变换器性能指标的新途径。如何通过混沌控制的方法避免混沌的发生,并利用混沌自身的特性来改善 DC-DC 变换器的性能指标,将是一个非常有意义的研究课题。

### 参考文献

[1] C. K. Tse, Mario Di Bernardo. "Complex Behavior in Switching Power Converters". Proceedings of the IEEE, vol. 90, pp. 768 - 781, NO. 5, May 2002.

[2] Mario di Bernardo, Francesco Vasca, . "Discrete-Time Maps for the Analysis of Bifurcations and Chaos in DC/DC Converters". IEEE Trans. Circuit and Systems I: Fundamental Theory and Applications, vol. 47, pp. 130 - 143, NO. 2, Feb. 2000.

[3] M. Di Bernardo, F. Garofalo, L. Glielmo, and F. Vasca. "Switchings, bifurcations and chaos in DC/DC converters". IEEE Trans. Circuit and Systems I, vol. 45, pp. 133 - 141, Feb. 1998.

[4] 丘水生. "混沌机理研究的新进展"(I)、(II)。

[5] 张鸿,刘嘉勇. "开关功率变换器中的混沌现象研究". 成都科技大学学报, vol. 90, pp. 90 - 95. NO2, 1996

[6] C. K. Tse, Y. M. Lai, and H. H. C. Lu. "Hopf bifurcation and chaos in a free-running current-controlled C' uk switching regulator". IEEE Trans. Circuits and Systems I, vol. 47, pp. 448 - 457, Apr. 2000.

[7] A. El Aroudi. "Hopf bifurcation and chaos from torus breakdown in a pwm voltage-controlled dc - dc boost converters". IEEE Trans. Circuits and Systems. I, vol. 46, pp. 1374 - 1382, Nov. 1999.

### 作者简介



陈素芬,女,硕士生,研究方向电力电子技术。

张波,男,博士,教授,博士生导师,研究方向电力电子技术。

(上接第 75 页)

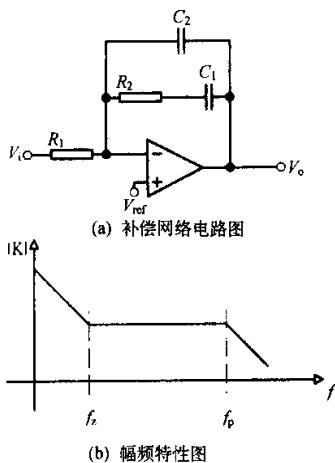


图 6

零点频率  $f_z = \pi R_2 C_2$ , 极点频率  $f_p = \pi R_2 (C_1 // C_2)$

本电源零点频率  $f_z$  取 500Hz, 极点频率  $f_p$  取 40kHz, 经过补偿后低频段增益高, 中频段以 -1 斜率穿越 0dB 线, 保证系统稳

定, 高频段增益快速减小, 以减小高频噪音。实际中通过多次调节相应元件使补偿网络既能减小低频纹波, 又能保证系统稳定的工作。

## 7 结论

本电源设计中成功解决了半桥串联谐振电路中低频振荡问题, 采用合理的滤波电路和补偿网络使输出纹波小于 0.1% (峰峰值 90mV)。该电源已应用于多台脉冲多谱勒天气雷达, 各项指标高, 且稳定可靠。

### 参考文献

[1] King, R. J., (1983) Transformer Induced Instability of the Series Resonant Converter. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, . AES - 19 (MAY 1983), 474 - 48

### 作者简介

吕富勇,男,1974 年 10 月生,工程师。主要从事高频逆变电源及高压大功率发射机电源的研制工作。

崔海安,男,1968 年 4 月生,高级工程师。主要从事高频逆变电源及高压大功率发射机电源的研制工作。

胡中兵,男,1978 年 5 月生,工程师。主要从事高压变压器的研制工作。