实验7　　矩阵运算实例

本工作页介绍使用Mathcad 进行矩阵运算.

1. 定义矩阵的方法可以使用热键Ctrl+M 或者点击Matrix 运算板上的矩阵符号按钮, 在弹出的matrix对话框中, 输入待产生的矩阵的阶数, 点击OK.
2. 接着在矩阵的各个占位符处输入矩阵元素即可.
3. 有关矩阵的运算（如加减法, 乘法, 数乘, 方阵求逆等）皆与数学书籍中一致.

1 设 $M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 7 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ $N := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -3 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ 则

$M + N = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 & 2 \\ -2 & 11 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ $M - N = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & -7 \\ 3 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ $3 \cdot M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 & 6 \\ 0 & 21 & 6 & -6 \\ 6 & -3 & 9 & 15 \end{pmatrix}$

$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 7 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M^3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 343 & 8 & -8 \\ 8 & -1 & 27 & 125 \end{pmatrix}$

$A := M^T \cdot N$ $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -8 & 2 \\ -13 & 30 & -18 & 34 \\ -9 & 1 & -13 & 13 \\ 3 & -16 & -13 & -5 \end{pmatrix}$ $B := M \cdot N^T$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 4 \\ 3 & 12 & -22 \\ -3 & 8 & -4 \end{pmatrix}$

$\mathrm{rank}(A) = 3$ 矩阵求秩函数

$\mathrm{rank}(B) = 3$ $|B| \to 1610$ B的行列式

B的逆矩阵 $|B| \neq 0 = 1$ $B^{-1} \to \begin{pmatrix} \frac{64}{805} & \frac{38}{805} & \frac{-29}{161} \\ \frac{39}{805} & \frac{-2}{805} & \frac{10}{161} \\ \frac{6}{161} & \frac{-13}{322} & \frac{3}{322} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.08 & 0.047 & -0.18 \\ 0.048 & -0.002 & 0.062 \\ 0.037 & -0.04 & 0.009 \end{pmatrix}$

$$\frac{1}{B} \to \begin{pmatrix} \frac{64}{805} & \frac{38}{805} & \frac{-29}{161} \\ \frac{39}{805} & \frac{-2}{805} & \frac{10}{161} \\ \frac{6}{161} & \frac{-13}{322} & \frac{3}{322} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.08 & 0.047 & -0.18 \\ 0.048 & -0.002 & 0.062 \\ 0.037 & -0.04 & 0.009 \end{pmatrix}$$

2 设 $X := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ $\quad \operatorname{rank}(X) = 3 \quad \operatorname{tr}(X) = -2$ **方阵X的迹, tr(X)为求迹函数.**

$$X^2 \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix} \qquad X^3 \rightarrow \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ -8 & -2 & 5 \\ 3 & 6 & -11 \end{pmatrix} \qquad X^{-2} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{-13}{25} & \frac{3}{25} & \frac{-1}{25} \\ \frac{-3}{25} & \frac{-7}{25} & \frac{-6}{25} \\ \frac{-12}{25} & \frac{-3}{25} & \frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{X^2} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{X^2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \\ 9 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

在Mathcad中, 有一种矩阵的向量运算, 需注意符号运算等号---> 和等号= 在矩阵向量运算中的差异!

$$\overrightarrow{X^3} \rightarrow \begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ -8 & -2 & 5 \\ 3 & 6 & -11 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{X^3} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 8 & -1 & 1 \\ 27 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

设 $Y := \begin{pmatrix} 49 & 81 & 0 \\ 36 & 1 & 25 \\ 9 & 16 & 4 \end{pmatrix}$ $\qquad \sqrt{Y} \rightarrow$

只有浮点运算结果
而无符号运算结果

$$\overrightarrow{\sqrt{Y}} = \begin{pmatrix} 7 & 9 & 0 \\ 6 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\sqrt[3]{Y}} = \begin{pmatrix} 3.659 & 4.327 & 0 \\ 3.302 & 1 & 2.924 \\ 2.08 & 2.52 & 1.587 \end{pmatrix}$$