Mathcad Examination Paper
Mathcad 期末考试试卷

姓名： **学号** No：

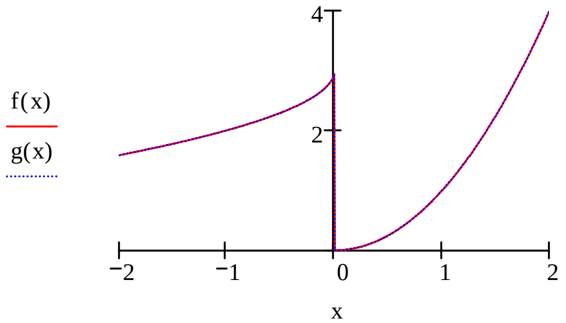
班级： **考试时间：**2002. 12. 30

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total

1 **定义分段函数** $f(x)=\begin{cases} 3-\sqrt{-x}, & x<0 \\ x^2, & x\ge 0 \end{cases}$ ，**并作出它的图形。**

解：定义函数：

$f(x) := \mathrm{if}\left(x<0, 3-\sqrt{-x}, x^2\right)$ $\qquad$ $g(x) := \begin{vmatrix} 3-\sqrt{-x} & \text{if } x<0 \\ x^2 & \text{otherwise} \end{vmatrix}$



2 **求下列方程组的解：** $2x+y-z=0 \quad 3x+2y+z=3 \quad x-y-z=1$

解：方法1：定义方程组的系数矩阵和常数列向量：

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad X := A^{-1}\cdot b \qquad X^T \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{9}{7} & \frac{-8}{7} & \frac{10}{7} \end{pmatrix}$$

方法2 ：使用Given...Find 求解模块：

Given

$$2x+y-z=0 \qquad 3x+2y+z=3 \qquad x-y-z=1$$

$$\mathrm{Find}(x,y,z)^T \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{9}{7} & \frac{-8}{7} & \frac{10}{7} \end{pmatrix}$$

方法3：使用solve求解命令：

$$\begin{pmatrix} 2x+y-z=0 \\ 3x+2y+z=3 \\ x-y-z=1 \end{pmatrix} \text{solve},(x\ \ y\ \ z) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{9}{7} & \frac{-8}{7} & \frac{10}{7} \end{pmatrix}$$

方法4 使用reff 函数, 对增广矩阵施行行变换。

$$Z := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{rref}(Z) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{9}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-8}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{10}{7} \end{pmatrix}$$

解为: $X := \text{submatrix}(\text{rref}(Z),0,2,3,3) \qquad X \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{9}{7} \\ \frac{-8}{7} \\ \frac{10}{7} \end{pmatrix}$

3 **调用Mathcad的函数提取方程** $3\cdot x^4 - 3\cdot x^2 - x + 1 = 0$ **的系数, 并求出它的根**.

解 使用符号运算板上的coeffs命令, 提取多项式系数, 再调用polyroots函数求根：

$$3\cdot x^4 - 3\cdot x^2 - x + 1 \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad a := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \text{polyroots}(a) = \begin{pmatrix} -0.738 + 0.396i \\ -0.738 - 0.396i \\ 0.475 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4 **计算下列函数的导数和在相应区间上的定积分**:

(1) $y = \dfrac{1+\sin(x)}{1+\cos(x)} \quad \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ (2) $y = e^{-x^2}\cdot\cos\left(x^2\right) \quad (0,1)$

解 对给定的函数使用符号运算功能或者浮点运算功能可得到：

(1) $\dfrac{d}{dx}\dfrac{1+\sin(x)}{1+\cos(x)} \text{ simplify } \rightarrow \dfrac{(\cos(x)+\sin(x)+1)}{\left(1+2\cdot\cos(x)+\cos(x)^2\right)} \qquad \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\sin(x)}{1+\cos(x)}\,dx \rightarrow 1+\ln(2)$

(2) $\dfrac{d}{dx}e^{x^2}\cdot\cos\left(x^2\right) \rightarrow 2\cdot x\cdot \exp\left(x^2\right)\cdot\cos\left(x^2\right) - 2\cdot\exp\left(x^2\right)\cdot\sin\left(x^2\right)\cdot x \qquad \displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\cdot\cos\left(x^2\right)dx = 0.699$

5 **将下列函数展开成幂级数 , 展开到6项,**

(1) $f(x) := \sin(2\cdot x - 1)$ (2) $g(x) := \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

解 使用符号运算板上的series命令 ：

$$\sin(2\cdot x-1)\ \text{series}, x, 6\ \rightarrow -\sin(1)+2\cdot\cos(1)\cdot x+2\cdot\sin(1)\cdot x^2-\frac{4}{3}\cdot\cos(1)\cdot x^3-\frac{2}{3}\cdot\sin(1)\cdot x^4+\frac{4}{15}\cdot\cos(1)\cdot x^5$$

$$\frac{\ln(x+1)}{x^2}\ \text{series}, x, 6\ \rightarrow \frac{1}{x}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot x-\frac{1}{4}\cdot x^2+\frac{1}{5}\cdot x^3$$

6 定义函数输出九九表：

解 定义函数 $f(x,y) := (x+1)(y+1)$ ，再调用matrix函数：

$$\text{matrix}(9,9,f)=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 & 27 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 & 24 & 28 & 32 & 36 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 & 30 & 35 & 40 & 45 \\ 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 & 42 & 48 & 54 \\ 7 & 14 & 21 & 28 & 35 & 42 & 49 & 56 & 63 \\ 8 & 16 & 24 & 32 & 40 & 48 & 56 & 64 & 72 \\ 9 & 18 & 27 & 36 & 45 & 54 & 63 & 72 & 81 \end{pmatrix}$$

7 使用 odesolve 函数求微分方程初值问题 $x''(t)+2\cdot t\cdot x'(t)-x(t)=\sin(t)\quad x(0)=0\quad x'(0)=1$ 以0.01为步长, 给出在区间[0,5]上解曲线的图形。

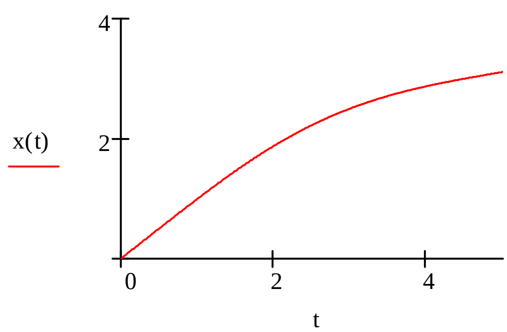
解 使用given...odesolve求解模块：

Given

$$x''(t)+2\cdot t\cdot x'(t)-x(t)=\sin(t)\qquad x(0)=0\qquad x'(0)=1$$

$x := \text{odesolve}(t,5,0.01)$

$t := 0, 0.01 .. 5$



$x(t) =$

0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07

8 使用递归给出计算 $\frac{\pi^2}{6}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2}$ 的程序。 并与直接求和的结果比较。

解 所求的递归程序为：

$$\mathrm{Eular}(n) := \begin{Vmatrix} 1 \quad \text{if } n = 1 \\ \mathrm{Eular}(n-1) + \dfrac{1}{n^2} \quad \text{otherwise} \end{Vmatrix} \qquad \sum_{k=1}^{15} \frac{1}{k^2} = 1.58044$$

$$\mathrm{Eular}(15) = 1.58044$$

9 **编写程序计算1－100之中可被3和7整除的整数之和。**

解　求解程序为：

```
div := | s ← 0
       | for  k ∈ 1..100
       |   s ← s + k  if  mod(k,3) = 0 ∨ mod(k,7) = 0
       | s
```

div = 2208

```
d := | (s ← 0   s1 ← 0   s2 ← 0)
     | for  k ∈ 1..100
     |   | s ← s + k  if  mod(k,3) = 0
     |   | s1 ← s1 + k  if  mod(k,7) = 0
     |   | s2 ← s2 + k  if  mod(k,21) = 0
     | s + s1 − s2
```

d = 2208

10 **我国1990年人口为12亿3千万，假如以后按千分之12的增长率增长，问需要经过多少年将达到15亿，届时全国人口数是多少？编写程序求解。**

解　求解程序为：　以增长率r为自变量

```
speed(r) := | n ← 0
            | p ← 1.23·10^9
            | while  p < 1.5·10^9
            |   | p ← p·(1 + r)
            |   | n ← n + 1
            | ("Years"   "Populatin"
            |     n          p     )
```

令 $r = 0.012$ **可以得到：**

$$\mathrm{speed}(0.012) = \begin{pmatrix} \text{"Years"} & \text{"Populatin"} \\ 17 & 1506516262.011 \end{pmatrix}$$