

# 升壓型功率因數修正器操作在 不連續電流模式下的大信號分析（上）

文／羅有綱

## 一、前言

隨著工業的快速發展及能源的日益減少，人們越來越重視電力的品質與使用效率，大量地使用電力電子領域的種種電能轉換器，更使得此一課題愈形重要。一般的轉換器系統中通常需要交流對直流(AC/DC)的轉換過程，然而，傳統的AC/DC電能轉換器大都以被動元件所組成，如二極體橋式整流器等等。這些整流器雖然具有低成本，架構簡單以及堅固的優點，但由於其輸入電流相對於輸入電壓的正弦波而言，具有相當高的諧波失真，導致功率因數(Power factor, PF)偏低。如此畸變的電流波形對於電力系統而言，將會導致虛功率的不平衡，致使整個電力系統不穩定，增加電力公司供電的困擾，並降低電力系統的供電能力，嚴重時甚至會斷電，造成用電戶或工廠的損失，影響國家民生及工業的發展。

此外，整個電力供應系統的電力品質乃是取決於功率因數的高低，高的功率因數代表電源的可用性高，因此現今設計AC/DC轉換器皆以提供高的功率因數為導向。在一般的二極體整流之後加裝一具有開關元件的轉換器，利用開關的切換，使得電源電流能夠追蹤電源電壓，藉以提高整個電路的功率因數。本文嘗試提出一系列的方程式，藉以闡述不連續電流模式升壓型功率因數修正器(Power factor corrector, PFC)的不連續條件、輸出電壓、

輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角以及濾波前後的功率因數，並借重數值分析軟體Matlab的計算，對操作在不連續電流模式下的升壓型PFC進行詳細的大信號分析。

## 二、電路動作原理

升壓型PFC電路架構如圖1(a)所示，此電路的主要目的則是藉由開關的導通與截止，控制輸入電流的波形去追蹤輸入電壓的波形，藉以獲得較高的功率因數。其動作原理簡述如下：由於開關切換的頻率通常為數十或數百kHz以上，遠大於輸入電源的頻率60Hz，因此在每一個切換週期內輸入電壓可視為定值，此切換期間內電路可視為一種DC/DC的直流轉換器。再者，控制輸入電流操作在不連續的模式下，當輸入電源電壓 $v_{in}$ 為正時，若開關SW1導通，則電感器上的電壓為正值，電感電流 $i_L$ 從零隨時間直線上升；若開關SW1截止，則電感器上的電壓為負值，電感電流 $i_L$ 從最高點隨時間直線下降至零；當輸入電源電壓 $v_{in}$ 為負時，因前端橋式整流器之整流作用，其操作相同於正半週。如此則使得電感電流 $i_L$ (=| $i_{in}$ |)在每一個切換週期內的最高點會追隨輸入電壓絕對值| $v_{in}$ |的波形，換言之，輸入電流 $i_{in}$ 追隨著輸入電壓 $v_{in}$ 的波形，而實現功率因數修正之目的，以下將利用圖示及方程式說明之。

開關SW1導通的電路拓樸如圖1(b)所示，在開關SW1導通時，由於開關SW1控制信號的頻

率  $f_s = 1/T_s$  遠大於輸入電壓的頻率  $f_{in} = 60\text{Hz}$ ，而將輸入電壓  $v_{in}$  視為定值，同理，亦將電感電壓視為定值，亦即：

$$V_L = |v_{in}| = V_m \cdot |\sin \theta| = \text{常數} \quad (1)$$

$$I_p = \int_0^{DT_s} v_L dt = \frac{DT_s}{L} |v_{in}| = \frac{DT_s}{L} V_m |\sin \theta| \quad (2)$$

此時電感電壓  $v_L > 0$ ，電感電流  $i_L$  的斜率為正值，因此  $i_L$  隨時間上升。其中  $T_s$  為開關 SW1 控制信號的週期， $I_p$  為每一個切換週期內的電感電流  $i_L$  峰值， $D$  為開關控制信號的責任週期，即是開關 SW1 導通時間與控制信號週期之比例，而  $\theta$  為該切換週期的起始點。

開關 SW1 截止的電路拓樸如圖 1(c) 所示，在開關 SW1 截止時，快速二極體 SW2 因為電感電流  $i_L$  的連續性而導通，因此電感上的電壓為：

$$V_L = V_m \cdot |\sin \theta| - V_o \quad (3)$$

此時由於輸出電壓  $V_o$  大於輸入電壓峰值  $V_m$ ，電感電壓  $v_L < 0$ ，電感電流  $i_L$  的斜率為負值，致使  $i_L$  隨時間下降。

從以上的分析可知輸入電流峰值  $I_p$  追蹤著輸入電壓  $v_{in}$  的波形。然而對不連續的輸入電流而言，由於電流峰值  $I_p$  通常較高，設計者會於輸入端加裝一較大的濾波器，亦即在橋式整流器前端或後端加裝一電容器  $C_{in}$ ，藉以濾除輸入電流  $i_{in}$  的各次諧波，使整個輸入電流  $i_{in}$  的波形能夠追隨輸入電壓  $v_{in}$ ，進而實現上述功率因數修正之目的。

### 三、分析對策

如圖 1(a) 所示的升壓型 PFC 電路，其輸入電壓  $v_{in}$  為弦波信號，在每一個切換週期中，輸入電流的峰值會隨著輸入電壓的瞬間值變化；因此，在一整個  $60\text{Hz}$  的週期中，輸入電流實際上是由許多不連續的三角脈波所組成。為了能夠分析這種不連續的輸入電流，在此將其輸入電壓視為離散取樣的波形，即：

$$\begin{aligned} v_{in}(t) &= V_m \cdot \sin(2\pi \cdot f_{in} \cdot t) \\ v_{in,n} &= V_m \cdot \sin\{2\pi \cdot f_{in} \cdot [n-1]T_s + DT_s\} \quad (4) \\ n &= 1, 2, 3 \dots k = \frac{f_s}{f_m} \end{aligned}$$

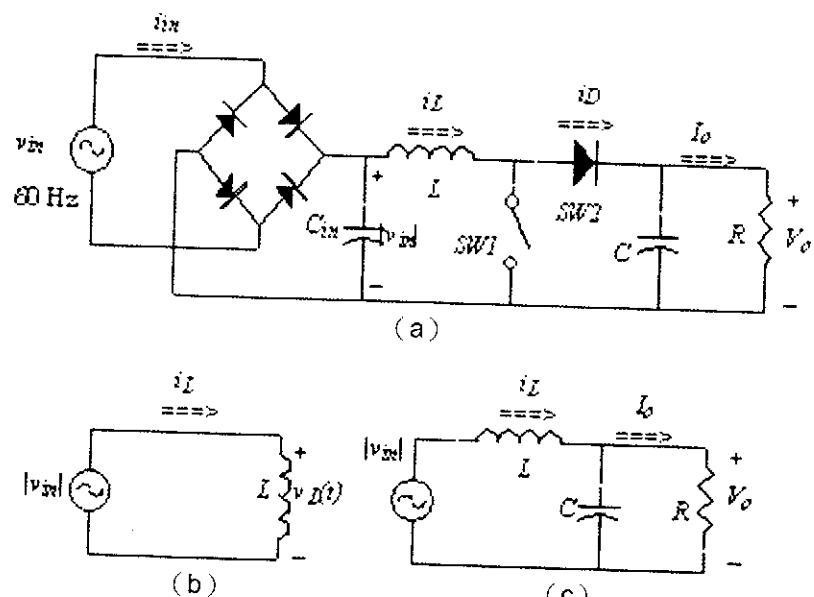


圖 1、(a) 升壓型 PFC 電路  
(b) 開關 SW1 導通之電路圖  
(c) 開關 SW1 截止之電路圖

其中的 $T_s$ 為切換週期， $f_{sr}$ 為切換頻率， $f_{in}$ 為電源輸入端的頻率60Hz，D為責任週期，k則等於 $f_{sr}/f_{in}$ 。如此可將原本為時域t的函數之輸入電壓轉化成離散取樣變量n的函數。舉例說明之，在定頻定責任週期下， $(n-1)T_s + DT_s$ 表示輸入電流第n個三角脈波峰值的時間點。接著，如圖2所示，我們可以將每個取樣點的輸入電流峰值 $i_{L,n}$ 進一步地表示為：

$$I_{L,n} = \frac{D \cdot T_s \cdot v_{in}}{L} \\ = \frac{D \cdot T_s \cdot V_o}{L} \cdot \sin\left(2\pi \cdot f_{in} \cdot [(n-1)T_s + DT_s]\right)$$
(5)

其中 $v_{control}$ 為開關的控制電壓， $v_L$ 為電感電壓，而 $i_L$ 則是電感上的電流。

無論就實際電路或理論而言，以離散取樣的集合來表示輸入電流的峰值，乃是非常貼的。以下各節對於不連續電流模式的種種分析，均以上述的推論結果為根據。

#### 四、不連續電流模式條件

根據電路的操作，輸入電壓會隨著時間以正弦波的形式變化，儘管開關的導通時間在每一個切換週期中皆相同，但是開關截止而尚有電流流經二極體的時間 $\Delta_1 T_s$ 卻非定值。因此我

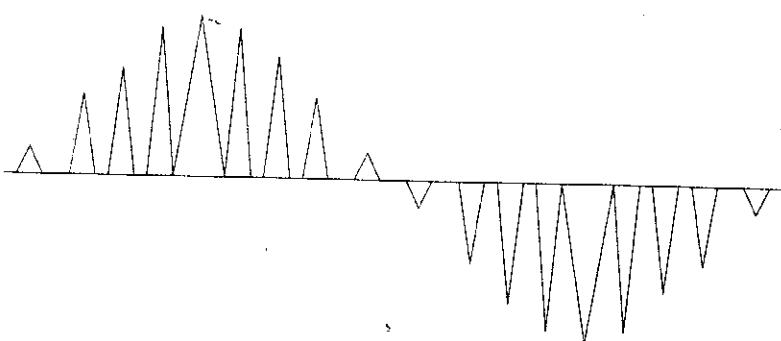


圖3、在連續與不連續邊界時的輸入電流(無加裝輸入濾波電容Cin)

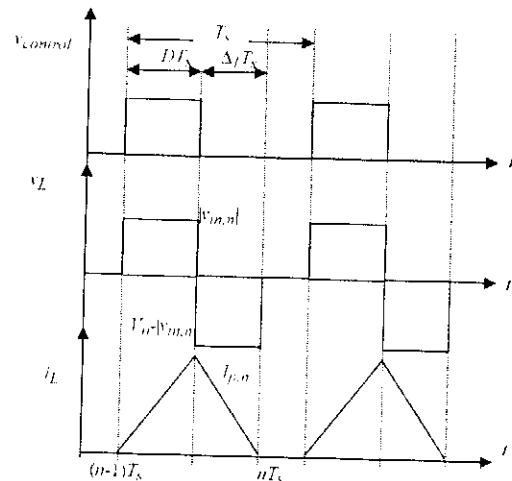


圖2、控制信號、電感電壓與輸入電流之波形

們取60Hz一周內最容易趨向連續的區段來推導輸入電流連續與不連續的邊界條件。

首先，如圖2所示，藉由  $\int_0^{T_s} v_L(t) dt = 0$  可知：

$$DT_s \cdot |v_{in,n}| = \Delta_1 T_s \cdot (V_o - |v_{in,n}|) \quad (6)$$

$$\Delta_1 T_s = DT_s \cdot \frac{|v_{in,n}|}{V_o - |v_{in,n}|} \\ = DT_s \cdot \frac{|V_o \cdot \sin\{2\pi \cdot f_{in} \cdot [(n-1)T_s + DT_s]\}|}{V_o - |V_o \cdot \sin\{2\pi \cdot f_{in} \cdot [(n-1)T_s + DT_s]\}|} \quad (7)$$

為求得  $\Delta_1 T_s$  的最大值，將 (7)式對  $(n-1)T_s + DT_s$  微分，即可得知 當  $\sin\{2\pi \cdot f_{in} \cdot [(n-1)T_s + DT_s]\} = 1$  時， $\Delta_1 T_s$  有極大值  $(\Delta_1 T_s)_{max}$ ，且：

$$(\Delta_1 T_s)_{max} = \frac{V_o}{V_o - V_m} \cdot DT_s \quad (8)$$

由電路操作的原理以及實驗亦可知，若開關在定頻定責任週期的切換下，當輸入電壓的瞬時值達到最大峰值時，電感在開關導通期間所累積的能量最大，使得開關截止之後釋放能量的時間最長，即此時  $\Delta_1 T_s$  為最大，亦最容易造成輸入電流成為連續波形，如圖3所示。

因此，只要令  $(\Delta_1 T_s)_{max}$  等於開關截止的時間，即可求得連續與不連續模式的邊界條件；令  $(\Delta_1 T_s)_{min}$  小於開關截止的時間，即可確保輸入電流必然操作在不連續的模式下。換言之：

$$(\Delta_1 T_s)_{max} = \frac{V_m}{V_o - V_m} DT_s \leq (1-D)T_s \quad (9)$$

$$D \leq 1 - \frac{1}{m}, m = \frac{V_o}{V_m} \quad (10)$$

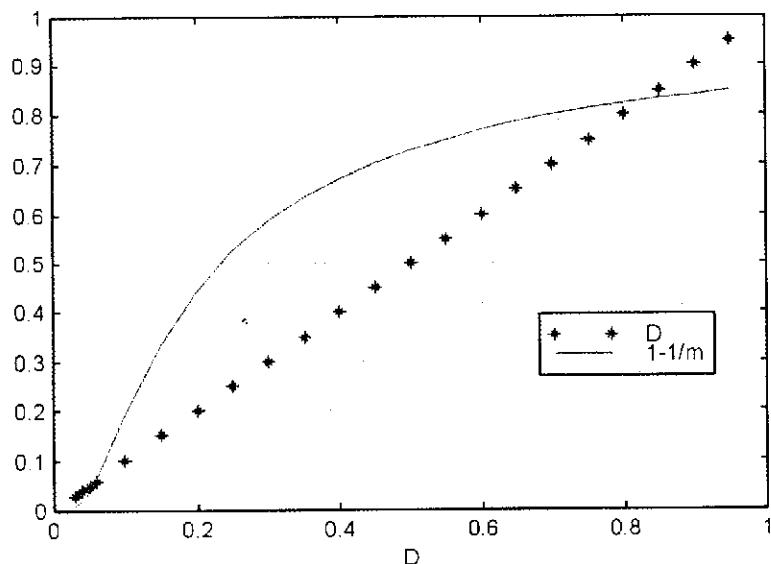


圖4、 $1 - \frac{1}{m}$  與D兩曲線的關係

再者，輸出電壓為責任週期的函數，在引用(10)式之前，必需先求出對應於該責任週期的輸出電壓，再代入(10)式中，即可得知當時電路是否滿足操作在不連續模式的條件。

假設參數為  $V_o = 15V$ ,  $f_o = 30kHz$ ,  $R = 500\Omega$ ,  $L = 100\mu H$ ,  $C = 2700\mu F$ ，我們利用Matlab軟體將  $(1 - \frac{1}{m})$  與責任週期D之間的關係及D的函數曲線繪於圖4。根據邊界條件公式可知，在圖4中只有D的曲線小於  $(1 - \frac{1}{m})$  曲線的部分，電路才是操作於不連續的模式，而D的曲線大於  $(1 - \frac{1}{m})$  曲線的部分，則是操作於連續的模式。

接著在同樣的條件下我們改變  $V_o = 50V$ ，以提高電路的操作功率。由於連續與不連續的條件只和m值有關，因此改變  $V_o = 50V$  後  $(1 - \frac{1}{m})$  與D的關係曲線圖並不會改變；換言之，公式計算的結果會相同於圖4的曲線。

# 升壓型功率因數修正器操作在不連續電流模式下的大信號分析（下）

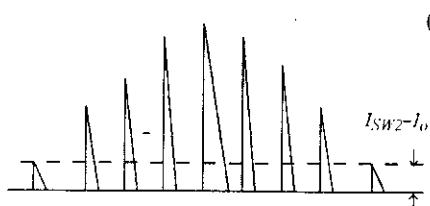
文／羅有綱

## 五、輸出電壓公式之推導與驗證

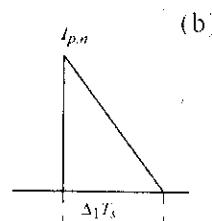
如圖1所示的升壓型PPC電路，其輸出電壓 $V_o$ 乃是由輸出平均電流 $I_o$ 乘以負載 $R$ 所構成， $V_o = I_o \cdot R$ ；而輸出平均電流 $I_o$ 則是等於二極體SW2上的電流平均值 $I_{SW2}$ 。二極體SW2上的電流 $i_{SW2}$ 為開關截止後二極體導通所形成的電流，如圖5(a)與(b)所示， $i_t$ 在時間區間 $\Delta_1 T_s$ 內所流動的電流即是 $i_{SW2}$ 。所以，在不連續的輸入電流模式下， $i_{SW2}$ 同樣也是由許多的三角脈波所組成，因此可以藉由計算其平均面積來得到 $I_{SW2}$ ，進而求得 $I_o$ 與 $V_o$ 。再者，輸入電壓經橋式整流之後的波形為具有120Hz頻率的脈動直流，而 $i_{SW2}$ 在一個週期內三角脈波的個數為 $f_s/2f_{in}$ ，因此 $k$ 值只要設為 $f_s/2f_{in}$ 即可。輸出電壓推導如下：

$$\sum_{n=1}^k \frac{1}{2} \frac{I_{in} \cdot A_1 T_s}{k \cdot T_s} = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (11)$$

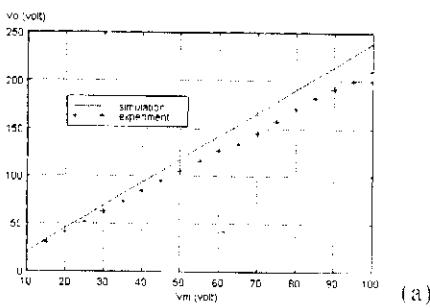
在公式(11)中，輸出電壓 $V_o$ 為輸入電壓振幅 $V_{in}$ 、責任週期 $D$ 、切換頻率 $f_s$ 或切換週期 $T_s$ 、輸出負載 $R$ 以及電感 $L$ 的函數。由於公式(11)的數學方程式相當地複雜，因此需要使用數值分析軟體，如Matlab，來解出 $m$ 及 $V_o$ 的數值。圖6顯示在不同參數下，所推導的公式與實驗結果相當吻合。



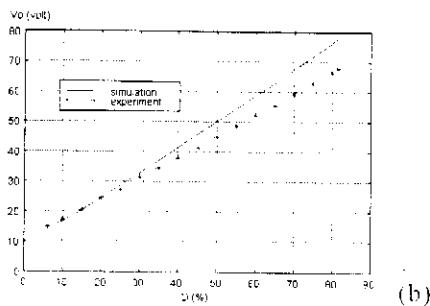
(a)



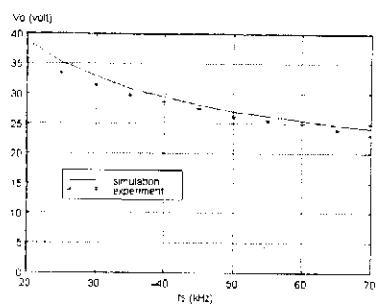
(b)



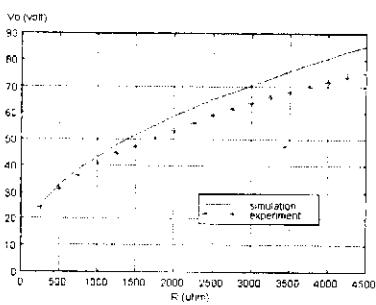
(a)



(b)



(c)

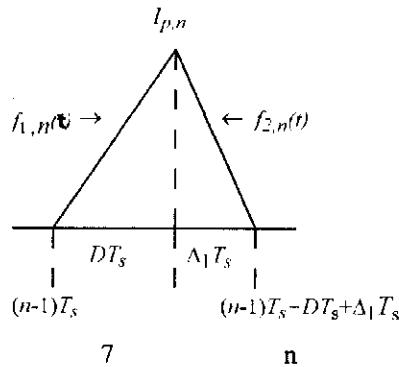


(d)

6 (a) $V_o$  vs.  $V_{in}$  (b) $V_o$  vs.  $D$ ,  
 (c) $V_o$  vs.  $f_s$  (d) $V_o$  vs.  $R$

## 六、輸入電流有效值之推導

為了能夠推導出輸入端的功率因數，必須先推導輸入電流的有效值，以利之後的推演。如圖7所示，第n個的三角脈波可以表示成兩個函數的相加，將這些三角脈波以n為變數連加，即可得到輸入電流完整的數學表示式。由於計算有效值需要函數平方的數值，因此不用考慮三角脈波所在的位置；換言之，在圖7中 $f_1(t)$ 的連加並不在意其第n個三角脈波何時開始與何時結束，只要考慮其時間區間為 $DT_s$ 即可。同樣地， $f_2(t)$ 只需要考慮其時間區間為 $\Delta_1 T_s$ 。



7 n

所以我們可以假設：

$$f_1(t) = \sum_{n=1}^k \frac{I_{p,n}}{DT_s} t, \quad 0 \leq t \leq DT_s \quad (12)$$

$$f_2(t) = \sum_{n=1}^k \frac{I_{p,n}}{DT_s} \left( \frac{I_{p,n}}{\Delta_1 T_s} t + I_{p,n} \right), \quad DT_s \leq t \leq \Delta_1 T_s \quad (13)$$

則輸入電流方程式可以表示為：

$$i_m(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (14)$$

再者，基於每一個三角脈波皆是獨立且互不相交的，因此：

$$f_1^2(t) = \left( \sum_{n=1}^k \frac{I_{p,n}}{DT_s} t \right)^2 = \sum_{n=1}^k \left( \frac{I_{p,n}}{DT_s} t \right)^2, \quad 0 \leq t \leq DT_s \quad (15)$$

$$f_2^2(t) = \sum_{n=1}^k \left[ \frac{I_{p,n}}{DT_s} \left( \frac{I_{p,n}}{\Delta_1 T_s} t + I_{p,n} \right) \right]^2, \quad DT_s \leq t \leq \Delta_1 T_s \quad (16)$$

$$i_m^2(t) = f_1^2(t) + f_2^2(t) \quad (17)$$

接著經由定義來求輸入電流的有效值：

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{P} \int_0^P i_m^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{n=1}^k \left( \frac{D + \Delta_1}{3k} I_{p,n}^2 \right)} \quad (18)$$

其中P為週期。將(5)及(7)式代入上式中，即可求得完整的輸入電流有效值之方程式。此外，將(11)式代入 $I_{rms}$ 的式子中，即可化簡成相當簡單的公式，如下所示：

$$I_{rms} = V_o \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{D \cdot T_s}{R \cdot L}} \quad (19)$$

應該注意的是，若不計前端橋式整流二極體的影響且不加裝輸入濾波電容器 $C_{in}$ ，電源輸入端與整流器後的電流有效值乃是相等的。

## 七、功率因數PF之推導

電路的輸入電壓為一60Hz正弦波，而輸入電流則是一連串的三角脈波之組合，具有各次的諧波，且尤以切換頻率的諧波影響最大。然而僅有輸入電流60Hz基本波的有效值以及其與輸入電壓間的相角差對輸入端的平均功率有影響。同時，假設電路中的所有元件皆是理想而無損耗的，則其輸出的平均功率會等於輸入的平均功率，即 $P_o = V_o \cdot I_o = P_{in} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos \phi$ ，其中 $V_{rms}$ 及 $I_{rms}$ 分別表示輸入電壓與輸入電流的基本波有效值， $\phi$ 表示輸入電流基本波與輸入電壓間的相角差。由於輸入電壓並無任何諧波，故可知 $V_{rms} = V_{in}$ 。因此，引用所導出的有效值公式，推導輸入端的功率因數如下：

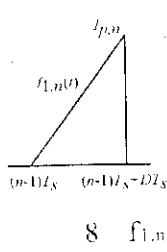
$$PF = m \cdot \sqrt{\frac{3L}{R \cdot DT_s}} \quad (20)$$

## 八、輸入電流之頻譜

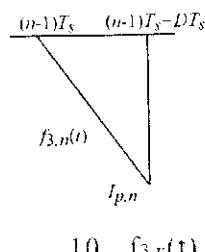
再者，若能以傅立葉級數將輸入電流展開，則可繪製其頻譜並可求得所要的基本波成份，進而能夠計算出輸入端的功率因數。但是，要以傅立葉級數展開輸入電流，則需要先

以完整的函數表示出輸入電流，此與之前所推導的輸入電流有效值不須考慮每一個三角脈波所在的位置不同，在函數中必須嚴謹地敘述每一個三角脈波開始與結束的位置，才能夠以傅立葉級數將其展開。我們已經將每一個三角脈波的峰值 $I_{p,n}$ ，與開關SW1截止之後電流流經二極體SW2的時間 $\Delta_1 T_s$ 轉化成離散取樣的函數，如此可使得輸入電流的傅立葉分析變得較為簡單。

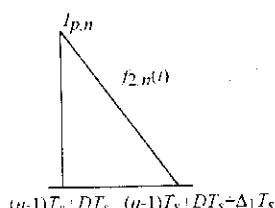
為了能夠表示出輸入電流完整的函數，如圖8至圖11所示，先假設四個獨立的函數 $f_{1,n}(t)$ ， $f_{2,n}(t)$ ， $f_{3,n}(t)$ ， $f_{4,n}(t)$ 。



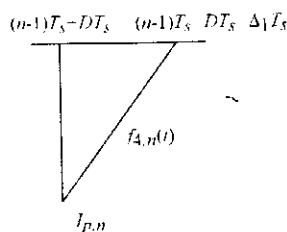
8  $f_{1,n}(t)$



10  $f_{3,n}(t)$



9  $f_{2,n}(t)$



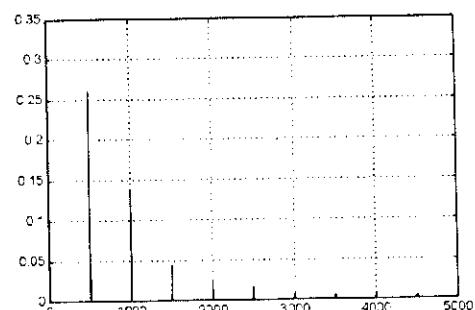
11  $f_{4,n}(t)$

輸入電流即可利用所假設的四個獨立且不相交的函數來表示：

$$i_{1,n}(t) = f_{1,n}(t) + f_{2,n}(t) + f_{3,n}(t) + f_{4,n}(t) \quad (21)$$

其中 $f_1(t)$ 至 $f_4(t)$ 分別為 $f_{1,n}(t)$ 至 $f_{4,n}(t)$ 由 $n=1$ 加總至 $n=k$ 之和，藉由傅立葉級數的定義，分別算出 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 、 $f_3(t)$ 及 $f_4(t)$ 的級數展開式，即可推導出輸入電流 $i_{1,n}(t)$ 完整的傅立葉級數展開式。以Matlab應用軟體繪出輸入電流頻譜，如圖12所示，在此參數設為 $V_s=15V$ ， $f_s=30kHz$ ， $R=500\Omega$ ， $L=100\mu H$ ， $C=2700\mu F$ ， $D=30\%$ 。

接著，藉由以上傅立葉分析的結果可求得基本波的有效值與功因角，以及功率因數PF。當然，如此複雜的分析必需借重Matlab軟體才能達成，由表1可知引用能量不滅原理與傅立葉級數分析所得的功率因數，如所預期的，兩者的計算結果相當吻合。



12

對同樣濾除第100次以上的諧波而言，改變責任週期D，傅立葉級數所計算的功率因數與電路實驗所量測到的數值則列於圖13及表2中。事實上，由圖12的分析可知，所使用的傅立葉分析方式從計算至第20次諧波到計算至第495次諧波所得的功率因數皆相同。但是當傅立葉分析計算至接近基本波或切換頻率的諧波時，所算出的功率因數值便有差異。特將計算至第3、第10、第250及第499次諧波的功率因數對責任週期之曲線繪於圖14，藉以更清楚地看出其間的差異。

▼表1、能量不滅原理與傅立葉級數分析所得的功率因數計算結果

$D=t_{on}/T$	$m=V_o/V_i$	$I_{in}$	能量不滅原理		傅立葉級數分析	
			$I_{in} \cdot \cos \phi$	PF	$I_{in} \cdot \cos \phi$	PF
6 %	1.0712	0.0752 A	0.0441 A	0.5867	0.0441 A	0.5867
10 %	1.2375	0.1122 A	0.0589 A	0.5250	0.0589 A	0.5250
15 %	1.5057	0.1672 A	0.0872 A	0.5216	0.0872 A	0.5216
20 %	1.8	0.2308 A	0.1246 A	0.5400	0.1246 A	0.5400
25 %	2.1055	0.3018 A	0.1705 A	0.5650	0.1705 A	0.5651
30 %	2.4682	0.3795 A	0.2247 A	0.5920	0.2247 A	0.5921
35 %	2.73142	0.4633 A	0.2870 A	0.6194	0.2870 A	0.6194
40 %	3.04808	0.5527 A	0.3574 A	0.6466	0.3574 A	0.6466
45 %	3.36612	0.6474 A	0.4359 A	0.6732	0.4359 A	0.6732
50 %	3.6851	0.7471 A	0.5224 A	0.6992	0.5224 A	0.6992
55 %	4.00478	0.8515 A	0.6169 A	0.7245	0.6169 A	0.7245
60 %	4.32496	0.9605 A	0.7194 A	0.7491	0.7195 A	0.7491
65 %	4.64555	1.0739 A	0.8302 A	0.7731	0.8302 A	0.7730
70 %	4.96647	1.1914 A	0.9488 A	0.7964	0.9488 A	0.7964
75 %	5.28763	1.3129 A	1.0755 A	0.8192	1.0755 A	0.8192

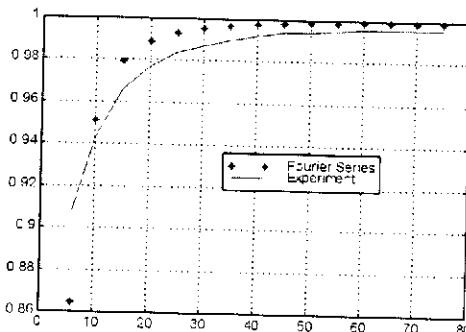
▼表2、傅立葉級數計算與電路實驗之功率因數數值

$D=t_{on}/T$	$m=V_o/V_i$	傅立葉級數		電路實驗	
		PF	PF	PF	PF
6 %	1.0712	0.8684	0.908	0.8684	0.908
10 %	1.2375	0.9510	0.943	0.9510	0.943
15 %	1.5057	0.9795	0.966	0.9795	0.966
20 %	1.8	0.9890	0.977	0.9890	0.977
25 %	2.1055	0.9932	0.984	0.9932	0.984
30 %	2.4682	0.9954	0.987	0.9954	0.987
35 %	2.73142	0.9967	0.99	0.9967	0.99
40 %	3.04808	0.9975	0.992	0.9975	0.992
45 %	3.36612	0.9981	0.993	0.9981	0.993
50 %	3.6851	0.9984	0.994	0.9984	0.994
55 %	4.00478	0.9987	0.995	0.9987	0.995
60 %	4.32496	0.9989	0.996	0.9989	0.996
65 %	4.64555	0.9991	0.996	0.9991	0.996
70 %	4.96647	0.9992	0.996	0.9992	0.996
75 %	5.28763	0.9993	0.996	0.9993	0.996

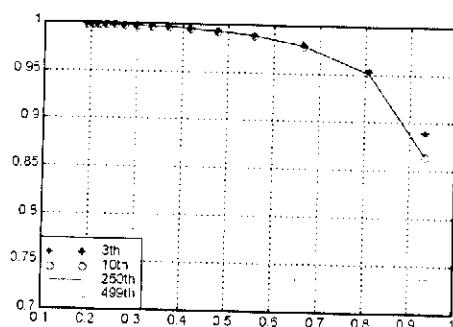
## 九、結論

本文對操作在不連續電流模式下的升壓型PFC做一系列的大信號分析，進而將各個分析公式化，提出不連續條件、輸出電壓、輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角以及濾波前後的功率因數等公式，並以實際的電路驗證了所推導的公式之可靠性與實用性。文中所推導的公式雖然大都相當複雜，但藉由Matlab數值分析軟體的計算，仍能夠簡易地將其解出。例如，將傅立葉級數分析結果撰寫於Matlab中，再輸入各個參數，便能簡易地計算出不加裝濾波器的輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角與功率因數等數值；以及在加裝濾波器之後，由使用者自行輸入濾至第幾次諧波，即可算出其輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角與功率因數等數值。

本文在此只提出單開關升壓型架構的大信號分析，對其他可操作在不連續電流模式的架構之大信號分析，皆可嘗試引用本文所提的分析方式進行。



▲圖13、傅立葉級數計算與電路實驗之功率因數曲線



▲圖14、傅立葉分析計算至第3、第10、第250及第499次諧波之功率因數曲線

▼表1、能量不滅原理與傅立葉級數分析所得的功率因數計算結果

$D=t_{on}/T$	$m=V_o/V_i$	$I_{in}$	能量不滅原理		傅立葉級數分析	
			$I_{in} \cdot \cos \phi$	PF	$I_{in} \cdot \cos \phi$	PF
6 %	1.0712	0.0752 A	0.0441 A	0.5867	0.0441 A	0.5867
10 %	1.2375	0.1122 A	0.0589 A	0.5250	0.0589 A	0.5250
15 %	1.5057	0.1672 A	0.0872 A	0.5216	0.0872 A	0.5216
20 %	1.8	0.2308 A	0.1246 A	0.5400	0.1246 A	0.5400
25 %	2.1055	0.3018 A	0.1705 A	0.5650	0.1705 A	0.5651
30 %	2.4682	0.3795 A	0.2247 A	0.5920	0.2247 A	0.5921
35 %	2.73142	0.4633 A	0.2870 A	0.6194	0.2870 A	0.6194
40 %	3.04808	0.5527 A	0.3574 A	0.6466	0.3574 A	0.6466
45 %	3.36612	0.6474 A	0.4359 A	0.6732	0.4359 A	0.6732
50 %	3.6851	0.7471 A	0.5224 A	0.6992	0.5224 A	0.6992
55 %	4.00478	0.8515 A	0.6169 A	0.7245	0.6169 A	0.7245
60 %	4.32496	0.9605 A	0.7194 A	0.7491	0.7195 A	0.7491
65 %	4.64555	1.0739 A	0.8302 A	0.7731	0.8302 A	0.7730
70 %	4.96647	1.1914 A	0.9488 A	0.7964	0.9488 A	0.7964
75 %	5.28763	1.3129 A	1.0755 A	0.8192	1.0755 A	0.8192

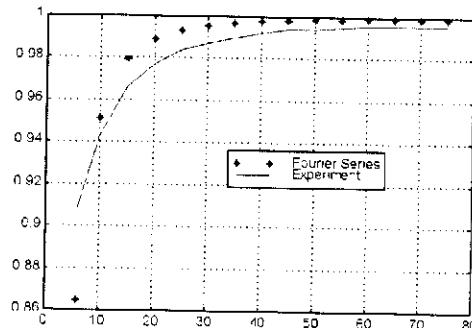
▼表2、傅立葉級數計算與電路實驗之功率因數數值

$D=t_{on}/T$	$m=V_o/V_i$	傅立葉級數		電路實驗	
		PF	PF	PF	PF
6 %	1.0712	0.8684	0.908		
10 %	1.2375	0.9510	0.943		
15 %	1.5057	0.9795	0.966		
20 %	1.8	0.9890	0.977		
25 %	2.1055	0.9932	0.984		
30 %	2.4682	0.9954	0.987		
35 %	2.73142	0.9967	0.99		
40 %	3.04808	0.9975	0.992		
45 %	3.36612	0.9981	0.993		
50 %	3.6851	0.9984	0.994		
55 %	4.00478	0.9987	0.995		
60 %	4.32496	0.9989	0.996		
65 %	4.64555	0.9991	0.996		
70 %	4.96647	0.9992	0.996		
75 %	5.28763	0.9993	0.996		

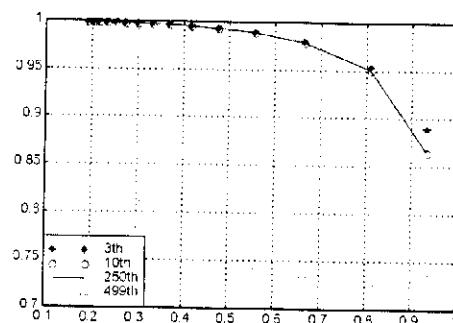
## 九、結論

本文對操作在不連續電流模式下的升壓型PFC做一系列的大信號分析，進而將各個分析公式化，提出不連續條件、輸出電壓、輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角以及濾波前後的功率因數等公式，並以實際的電路驗證了所推導的公式之可靠性與實用性。文中所推導的公式雖然大都相當複雜，但藉由Matlab數值分析軟體的計算，仍能夠簡易地將其解出。例如，將傅立葉級數分析結果撰寫於Matlab中，再輸入各個參數，便能簡易地計算出不加裝濾波器的輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角與功率因數等數值；以及在加裝濾波器之後，由使用者自行輸入濾至第幾次諧波，即可算出其輸入電流有效值、輸入電流基本波有效值、功率因數角與功率因數等數值。

本文在此只提出單開關升壓型架構的大信號分析，對其他可操作在不連續電流模式的架構之大信號分析，皆可嘗試引用本文所提的分析方式進行。



▲圖13、傅立葉級數計算與電路實驗之功率因數曲線



▲圖14、傅立葉分析計算至第3、第10、第250及第499次諧波之功率因數曲線

2. 低功率啟動功能。
3. 乘法器的交流增益可以很大。
4. 定導通時間，但變頻控制。
5.  $V_{out}$  輸出峰值電流可達 500 mA。

KA7524 功率因數控制 IC，係在電流不連續模式(Discontinuous Current Mode; DCM)下操作，其最大的特點在於其操作在 DCM 模式時不會有電流間隙(Current Gap)，其波形如圖 4-25 所示：

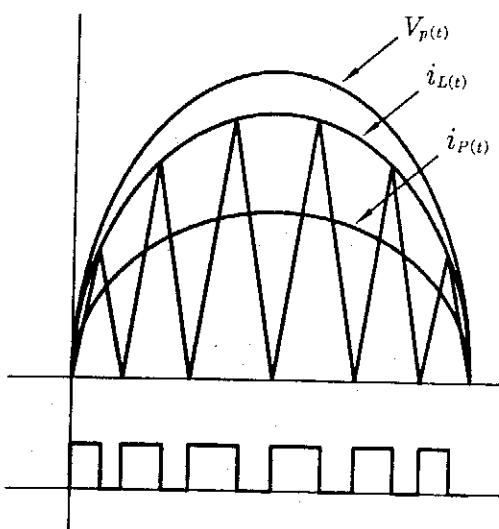


圖 4-25 電流斷續型電流波形

其原理為輸入端整流後之電壓  $V_{ml}$  與經過 error amplitude 放大之後的電壓  $V_{ea}$  相乘產生  $V_{mo}$ ，當 current sense voltage  $V_{cs}$  大於  $V_{mo}$  時，使功率開關 OFF，直到電感電流降至零時，再將功率開關 ON，此時電感電流上升，一直到使  $V_{cs}$  大於  $V_{mo}$  時，再來觸發下一次的 OFF。

此外，功率因數修正的另一項優點為抑制諧波失真，因電流波形的嚴重失真是造成功因下降及諧波成份上升的主因。主動型功率因數修正線路是在全波整流與濾波電容中加進的控制電路，設法使電流波形能「追蹤」電壓波形，使之功因能趨近於 1，並因而使諧波成份降到最小。

功率因數修正器的電感值計算式如表 4-2 所示：

表 4-2

$V_p$ 輸入峰值電壓(V)	311
$V_o$ 輸出直流電壓(V)	400
$P_o(\max)$ 輸出功率(W)	130
fboost 電晶體切換頻率(Hz)	50000
Lboost 電感(H)	0.000786
PFC 效率	0.95
$I_L(\text{pk})$ 值電流(A)	2.04
N 電感圈數(匝)	160
$\mu_e$	0.000001256
$Lg(\text{gap})$ 空隙寬度(cm)	0.1544

$$L = \frac{V_p(\min)^2 \times (V_o - V_p(\min))}{4 \times P_o(\max) \times V_o \times F(\text{con}) \min} \quad (\text{H}) \quad (4-23)$$

$$N = \frac{L \times I_L(\text{pk}) \times 10^4}{B \max \times A_e} \quad (\text{turns}) \quad (4-24)$$

$$I_L(pk) = 2I_L(avg)$$

$$I(gap) = \frac{\mu_0 \times \mu_r \times N^2 \times A_e \times 10^2}{L} \text{ (cm)}$$

其中： $V_p(min)$ ：PFC 之最小輸入電壓值，（均方根值）

$B_{max}$ ：電感鐵心之最大磁通密度，單位：Teslas

$V_o$ ：輸出負載之直流電壓值

$P_o(max)$ ：輸出負載端之最大功率

$I_L(pk)$ ：負載端之電流瞬時值

$I_L(avg)$ ：負載端之電流平均值

$N$ ：初級圈匝數

$A_e$ ：鐵心的有效面積，單位： $\text{cm}^2$

$\mu_0$ ：空氣導磁係數， $4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/M)}$

$\mu_r$ ：相對導磁係數