Chapter 8

傳輸線特性及量測技術

本章除了說明接地電阻的意義、特性及重要性，並提出各種接地電阻的評估方法作為參考，最後提出準確量測的技術。本章的內容包括：

本章要點

8-1 概論

8-2 電波在傳輸線傳輸的數學式

8-3 傳輸線特性參數

8-4 傳輸線的傳輸功率、效率及損耗

8-5 傳輸線終端的接續

8-6 不匹配的傳輸線

8-7 微帶線(Microstrip line)

8-8 實習項目

8

實習八　傳輸線特性及量測技術

8-1 概論

信號須經傳輸線由源端傳送到受信端，傳輸線有許多種形式，約可分為雙導體及單傳輸線，前者如同軸電纜、微帶線(Microstrip line)及雙絞線等，後者如導波管等如圖 8.1 所示。同軸電纜線(Coaxial cable)由中心導體與外部被覆層導體而中間以絕緣介質隔絕之所構成，如圖 8.2 所示，為增加架設的機械拉力，避免纜線施工時拉斷導線，因此，外部常附加一條鋼纜。微線帶由導線與地線及絕緣質所構成，導體間絕緣介質均非絕對完美(Perfect)，亦即導體有迴路電阻、電感、導體間的介質有電容與漏電電阻，同軸電纜的等效電路如圖 8.3 所示，其中 R(Ω)為單位長度的電阻、L(H)為單位長度的電感、G(S)單位長度電導、C(F)為單位長度的電容，在頻率不是很高，導線又非很長時，R 與 G 幾乎可忽略不計，在此情況下電纜線等效電路可簡化成如圖 8.4 所示分佈式的電容與電感等效電路圖。

由圖 8.3 或 8.4 得知，電感及電容沿傳輸線分佈且與傳輸線構造有關，纜線對應的特性阻抗(Characteristic impedance)由傳輸線的尺寸、導體間的絕緣材質等因素決定之。此時傳輸線相關的重要參數包括特性阻抗 Z_o，信號傳送相位速度 V_p 與傳播係數 γ，它們分別定義為：

$$Z_o=\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{8.1a}$$

$$V_p=\sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{8.1b}$$

$$\gamma = j\sqrt{LC} = j\beta \tag{8.1c}$$

式(8.1)僅適用於沒有損失的傳輸線，當頻率較高或傳輸線較長時，必須考慮傳輸線的損失 R 與 G，則在信號頻率為 $\omega = 2\pi f$ 時，將分別為：

$$Z_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \tag{8.2}$$

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} \tag{8.3}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \tag{8.4}$$

其中 ω 為信號的角頻率(Angular Frequency)，β 為傳輸線的相位常數，$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$，$\lambda$ 為信號在傳輸線內的波長，α 為傳輸線單位長度的衰減係數。

由式(8.2)到(8.4)得知，特性阻抗 Z_o 與傳輸線的構造、尺寸、導體絕緣材質等有關。一般同軸電纜的特性阻抗 Z_o 可由下式求之：

$$Z_o = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{D}{d}\right)(\Omega) \tag{8.5}$$

其中：D=導線外導體的直徑(mm)

d=導線內導體的直徑(mm)

ε_r=導線兩導體間絕緣層的介電常數。

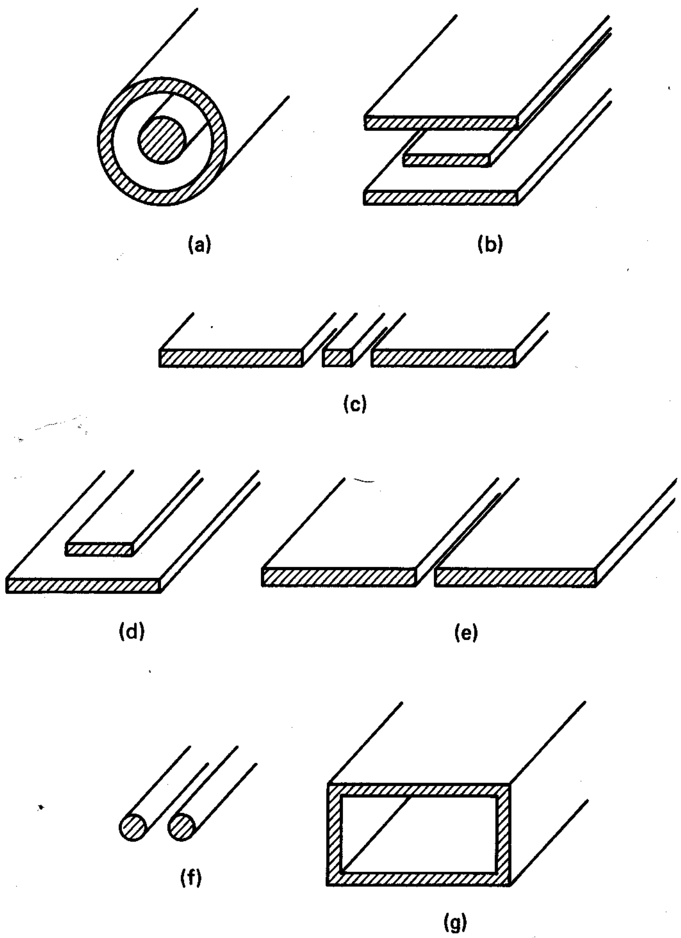


圖 8.1　各種不同類型的傳輸線(a)同軸電纜(b)帶線
(c)同平面導波管(d)微帶線 (e)槽線導波管
(f)雙絞線(g)導波管

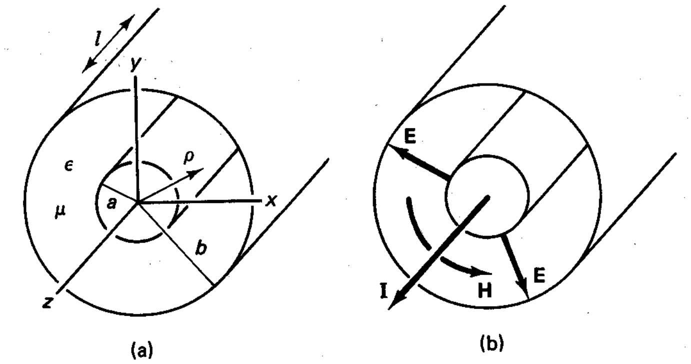
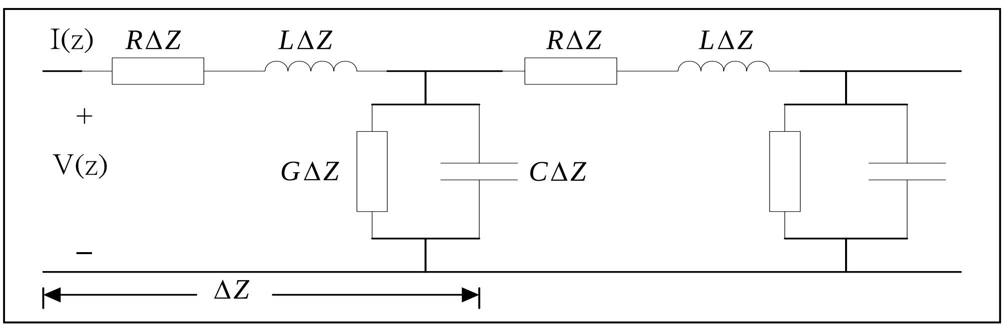


圖 8.2　同軸電纜(傳輸線)架構

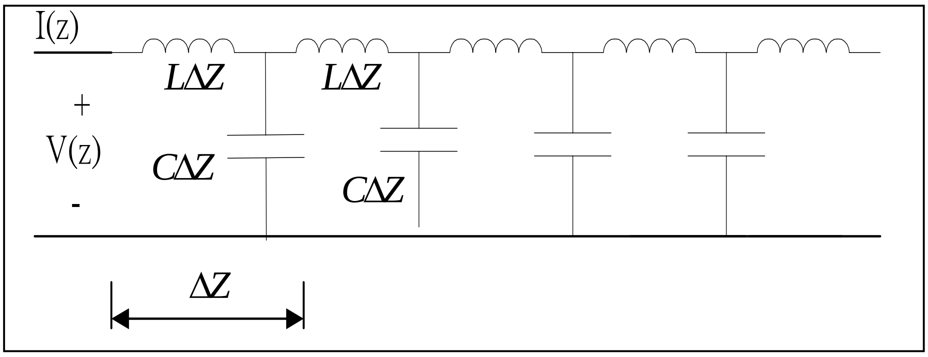
8-2 電波在傳輸線傳輸的數學式

高頻電路中由於集總元件(Lumped element)的尺寸相當接近波長，元件尺寸引起的效應不能再忽略，低頻等效電路的特性無法充分反應元件的功能，因此必須以分佈式元件(Distributed element)電路討論之。

分佈式電路將元件的尺寸效應納入考慮，如圖 8.3 所示，長度為 ΔZ 線段的等效電路，包括串接電感 L、電阻 R 及並接的電納 G、電容 C 等元件，這些元件的存在完全符合電磁理論的安培定律、法拉第定律等特性。



(a)



(b)

圖 8.3　高頻時傳輸導線的等效電路(a)有損失(b)無損失

若座標軸為 z 軸向，由圖 8.3 中的等效電路，應用 Kirchhoff 電流定律 $\sum i = 0$

$$i(z,t) - G\Delta z v(z+\Delta z,t) - C\Delta z \frac{\partial v(z+\Delta z,t)}{\partial t} - i(z+\Delta,t) = 0$$

Kirchhoff 電壓定律 $\sum e = 0$

$$v(z,t) - R\Delta z i(z,t) - L\Delta z \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} - v(z+\Delta,t) = 0$$

令 $\Delta z \to 0$ 得到如下列的方程式：

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -Ri(z,t) - L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \tag{8.6a}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -Gv(z,t) - C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \tag{8.6b}$$

在時變數為弦波函數時，時變電壓與電流可表示為：

$v(z,t) = V(z)e^{j\omega t}$ ， $i(z,t) = I(z)e^{j\omega t}$

其中複數 $j = \sqrt{-1}$

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z) = -ZI(z) \tag{8.7a}$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z) = -YV(z) \tag{8.7b}$$

式(8.7a)對 z 微分後，將式(8.7b)代入，則有：

$$\frac{d^2V(z)}{dz^2}-\gamma^2V(z)=0 \tag{8.8}$$

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2}-\gamma^2I(z)=0 \tag{8.9}$$

其中 γ 是傳輸線的傳播常數，數學式為：$\gamma^2=ZY=(R+j\omega L)(G+j\omega C)=\alpha+j\beta$

(8.10)

α = 衰減常數 (np/m)

β = 相位常數 (rad/m)

解(8.8) (8.9)得：

$$V(z)=V_o^+e^{-\gamma z}+V_o^-e^{\gamma z} \tag{8.11a}$$

$$I(z)=I_o^+e^{-\gamma z}+I_o^-e^{\gamma z} \tag{8.11b}$$

$$I(z)=\frac{\gamma}{R+j\omega L}(V_o^+e^{-\gamma z}-V_o^-e^{\gamma z})=\frac{V_o^+}{Z_o}e^{-\gamma z}-\frac{V_o^-}{Z_o}e^{\gamma z} \tag{8.12}$$

其中特性阻抗 $Z_o=\dfrac{R+j\omega L}{\gamma}=\sqrt{\dfrac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}=\sqrt{\dfrac{Z}{Y}}$ (8.13a)

以及 $\dfrac{V_o^+}{I_o^+}=Z_o=\dfrac{-V_o^-}{I_o^-}$ (8.13b)

頻域時，電壓波三維空間相量的數學式為：

$$\overline{E}(x,y,z)=\hat{a}_rE_o(x,y,z)e^{j\phi} \tag{8.14a}$$

或者

$$\overline{E}(x,y,z)=\hat{a}_rE_o(x,y,z)e^{j\phi} \tag{8.14b}$$

或者一般表示式

$$\overline{E}(x,y,z)=\hat{a}_rE_o(x,y,z)e^{-\overline{k}\bullet\overline{r}} \tag{8.14c}$$

其中：ϕ 為相位，簡化起見可設之為 0，而 $\overline{k}$ 為傳播常數(向量)。

又位置向量 $\overline{r}=\hat{a}_xx+\hat{a}_yy+\hat{a}_zz$

電場強度的時變函數 $\overline{\xi}(x,y,z,t)$ 為：

$$\overline{\xi}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}[\overline{E}(x,y,z)e^{j\omega t}]$$

8

$$\bar{\xi}(x,y,z,t)=\hat{x}E_1\cos(\omega t+\phi_1)+\hat{y}E_2\cos(\omega t+\phi_2)+\hat{z}E_3\cos(\omega t+\phi_3) \quad (8.15a)$$

對應的相量(Phasor)表示式為：

$$\bar{E}(x,y,z)=\hat{x}E_1(x,y,z)e^{j\phi_1}+\hat{y}E_2(x,y,z)e^{j\phi_2}+\hat{z}E_3(x,y,z)e^{j\phi_3} \quad (8.15b)$$

當使用傳輸線傳送信號時，只有一維參數，所以信號強度可表示為：

$$V(z)=V_o^+e^{-\gamma z}+V_o^-e^{\gamma z}$$

同理，時域的電壓表示式為

$$v(z,t)=\mathrm{Re}[V(z)e^{j\omega t}]$$

$$=|V_o^+|\cos(\omega t-\beta z+\phi^+)e^{-\alpha z}+|V_o^-|\cos(\omega t+\beta z+\phi^-)e^{+\alpha z} \quad (8.16)$$

其中 $\gamma=\alpha+j\beta$

其中 $\phi^{\pm}$ 是複數(Complex)電壓 $V_o^{\pm}$ 的相位角。

$$\lambda=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{2\pi f}{\beta f}=\frac{\omega}{\beta f} \quad (8.17a)$$

得 $$\beta=\frac{\omega}{v_p} \quad (8.17b)$$

或 $$v_p=\frac{\omega}{\beta}=f\bullet\lambda \quad (8.17c)$$

許多實例中，傳輸線的損失很小，因此可忽略不計其損失，也就是 R=G=0，此時傳播常數 γ 成為：

$$\gamma=\alpha+j\beta=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=j\omega\sqrt{LC} \quad (8.18a)$$

$$\beta=\omega\sqrt{LC}$$

$$\alpha=0$$

特性阻抗 Z_o

$$Z_o=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}=\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (8.18b)$$

相速度 $$v_p=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (8.18c)$$

其中 c 為真空中的光速，ε_r 為介質材料的相對介電係數。

$$V(z)=V_o^+e^{-j\beta z}+V_o^-e^{j\beta z} \quad (8.19a)$$

$$I(z)=\frac{V_o^+}{Z_o}e^{-j\beta z}-\frac{V_o^-}{Z_o}e^{j\beta z} \quad (8.19b)$$

波長則為

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \tag{8.20a}$$

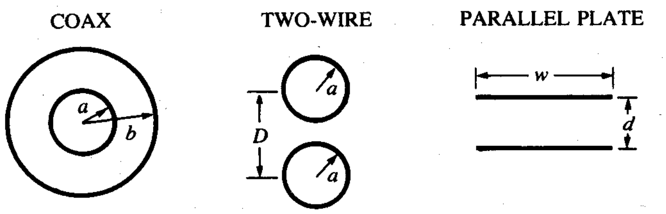
在無損耗($\alpha = 0$)材質中的相位速度為

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{8.20b}$$

8-3 傳輸線特性參數

以上的討論，傳輸線重要的參數特性與分佈參數 R、L、C、G 有關，其中的特性阻抗 Z_o 與傳播常數 $\gamma = \alpha + j\beta$ 均稱為傳輸線的特性參數，表 8.1 說明雙絞線、同軸電纜及平行板的分佈參數，傳輸線參數 R、L、C 與 G 的推導將於本章節中討論。

表 8.1 雙絞線、同軸電纜及平行板的分佈參數



	COAX	TWO-WIRE	PARALLEL PLATE
L	$\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$	$\frac{\mu}{\pi}\cosh^{-1}\left(\frac{D}{2a}\right)$	$\frac{\mu d}{w}$
C	$\frac{2\pi\epsilon'}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\epsilon'}{\cosh^{-1}(D/2a)}$	$\frac{\epsilon' w}{d}$
R	$\frac{R_s}{2\pi}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$	$\frac{R_s}{\pi a}$	$\frac{2R_s}{w}$
G	$\frac{2\pi\omega\epsilon''}{\ln b/a}$	$\frac{\pi\omega\epsilon''}{\cosh^{-1}(D/2a)}$	$\frac{\omega\epsilon'' w}{d}$

1. 特性阻抗 Z_o

特性阻抗 Z_o 的倒數為特性導納 Y_o，一般表示式為:

$$Y_o = \sqrt{\frac{G + j\omega C}{R + j\omega L}} = \frac{1}{Z_o} \tag{8.21a}$$

為一複數(Complex)且與信號頻率有關，若傳輸線是無損耗線(Lossless),

則 R=G=0,

$$Z_o = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (8.21b)$$

在此情況下，特性阻抗 Z_o 與頻率無關且為實數。

當傳輸線為低損耗時，亦即

$R << \omega L$　以及　$G << \omega C$

特性阻抗 Z_o 可化簡為

$$Z_o = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}(1+\frac{R}{j\omega L})^{1/2}(1+\frac{G}{j\omega C})^{-1/2}$$

$$\approx \sqrt{\frac{L}{C}}(1+\frac{1}{2}\frac{R}{j\omega L})(1-\frac{1}{2}\frac{G}{j\omega C})$$

$$\approx \sqrt{\frac{L}{C}}[1+\frac{1}{2}(\frac{R}{j\omega L}-\frac{G}{j\omega C})]$$

$$\approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\Omega)$$

雙導線的特性阻抗為：

$$Z_o = 120\ln[\frac{D}{d}+\sqrt{(\frac{D}{d})^2-1}] \approx 120\ln\frac{2D}{d}\ \Omega \qquad (8.22a)$$

其中的 D 為兩導線中心的距離，d 為導線的直徑。

同軸電纜的特性阻抗為：

$$Z_o = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\frac{b}{a} \quad (\Omega) \qquad (8.22b)$$

其中 b 為外導體半徑(cm)，a 為內導體半徑(cm)。

兩面平行板傳輸線的特性阻抗為：

$$Z_o = \frac{d}{W}\eta \quad (\Omega) \qquad (8.22c)$$

8

其中 d 為兩平行板的間距，W 為平行板的寬度，η為平行板間介電材料的電波特性阻抗。

2. 傳播常數γ

傳播常數表示電磁波沿傳播路徑行進時衰減與相位變化的參數。

$$\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=\alpha+j\beta$$

其中α（np/m）為衰減係數，β(rad/m)為相位常數(Phase constant).

無損耗傳輸線時，亦即 R=G=0， $\gamma=j\omega\sqrt{LC)}=j\beta$

$$\alpha=0,\ \ \beta=\omega\sqrt{LC}$$

低損耗傳輸線時，亦即 $R<<\omega L$ and G<<ωC，則

$$\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=j\omega\sqrt{LC}\sqrt{(1+\frac{R}{j\omega L})(1+\frac{G}{j\omega C})}$$

$$\approx j\omega\sqrt{LC}[(1+\frac{1}{2}\frac{R}{j\omega L})(1+\frac{G}{j\omega C})]$$

$$\approx j\omega\sqrt{LC}[1+\frac{1}{2}(\frac{R}{j\omega L}+\frac{G}{j\omega C})]$$

$$=\frac{1}{2}(R\sqrt{\frac{C}{L}}+G\sqrt{\frac{L}{C}})+j\omega\sqrt{LC}=\alpha+j\beta$$

$$\alpha=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}+\frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}})=\frac{R}{2Z_o}+\frac{GZ_o}{2}=\alpha_c+\alpha_d$$

及 $\beta=\omega\sqrt{LC}$

其中 $\alpha_c=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{R}{2Z_o}$ 表示傳輸導線的導電損失(Conduction loss)，

$\alpha_d=\frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{GZ_o}{2}$ 為傳輸導線的介電損失(Dielectric loss)

當 R 與 G 的數值無法明確判斷而不能作近似運算時，由 $\gamma=\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}=\alpha+j\beta$，直接求出$\alpha$與$\beta$之值分別為

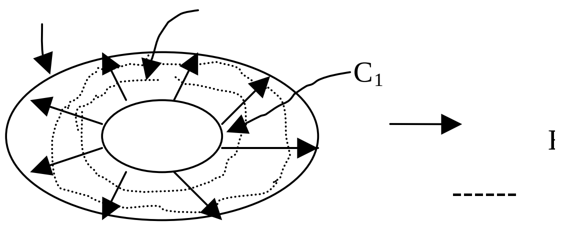
$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(RG-\omega^2 LC)+\sqrt{(R^2+\omega^2 L^2)(G^2+\omega^2 C^2)}} \qquad (8.23a)$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{-(RG-\omega^2 LC)+\sqrt{(R^2+\omega^2 L^2)(G^2+\omega^2 C^2)}} \qquad (8.23b)$$

如同低損失傳輸線的情況，β求出後可依序計算信號的波長λ、相速度v_p等參數。另外依低損失或無損失的條件，式(8.23)必須能被簡化成前述對應的數學式。

傳輸線的 R、L、C 與 G 可由電磁理論與電路理論推導之，如下圖所示的傳輸線，單位長度儲存的磁能為

$$W_m = \frac{\mu}{4}\int_S \overline{H}\bullet\overline{H}^* dS$$



電路理論得知，磁能為$W_m = L|I_o|^2/4$，可以獲的電感值

$$L = \frac{\mu}{|I_o|^2}\int_S \overline{H}\bullet\overline{H}^* dS \qquad \text{H/m} \qquad (8.24a)$$

同理，電場儲存的能量為

$$W_e = \frac{\varepsilon}{4}\int_S \overline{E}\bullet\overline{E}^* dS$$

電路理論得知，電能為$W_e = C|V_o|^2/4$，則可以獲得電容值為

$$C = \frac{\varepsilon}{|V_o|^2}\int_S \overline{E}\bullet\overline{E}^* dS \qquad \text{F/m} \qquad (8.24b)$$

針對傳輸線導體的損失時，單位長度功率的損耗為

$$P_c = \frac{R_S}{2}\int_{C_1+C_2} \overline{H}\bullet\overline{H}^* dl$$

由電路理論得知，導體因電阻而產生的功率消耗 P_c 為 $P_c = R|I_o|^2/2$

則 $R = \dfrac{R_S}{|I_o|^2} \int_S \overline{H} \bullet \overline{H}^* dS \qquad \Omega / m \qquad (8.24c)$

其中 $R_S = \dfrac{1}{\sigma \delta_S}$ 稱為導電體的表面電阻，$\delta_S = \sqrt{\dfrac{2}{\omega \sigma \mu_o}}$ 為導體的集膚深度。對於導體間的介電材料而言，單位長度所造成的功率損耗為

$P_d = \dfrac{\omega \varepsilon''}{2} \int_S \overline{E} \bullet \overline{E}^* dS$，由電路理論得知，對應的介電材料的功率消耗為 $P_d = C |V_o|^2 / 2$，因此，對應的介電電納(Conductance)為

$$G = \frac{\omega \varepsilon''}{|V_o|^2} \int_S \overline{E} \bullet \overline{E}^* dS \qquad \text{S/m} \qquad (8.24d)$$

例題:8.1：在表 8.1 的同軸電纜，傳送 TEM 電磁信號，圓柱座標位置為 (ρ, ϕ, z)，對應的電場與磁場強度分別為 $\overline{E} = \dfrac{V_o \hat{\rho}}{\rho \ln(b/a)} e^{-\gamma z}$，$\overline{H} = \dfrac{I_o \hat{\phi}}{2\pi\rho} e^{-\gamma z}$，其中 b 與 a 分別為電纜外導體與內導體的半徑，V_o 與 I_o 分別為導體外加的信號電壓及電流振幅，求同軸電纜的 R、L、G 與 C。

解：$L = \dfrac{\mu}{(2\pi)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^{b} \dfrac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \dfrac{\mu}{2\pi} \ln \dfrac{b}{a} \qquad \text{H/m}$

$$R = \frac{R_S}{(2\pi)^2} \{ \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{a^2} a d\phi + \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{1}{b^2} b d\phi \} = \frac{R_S}{2\pi} (\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \qquad \Omega / m$$

$$C = \frac{\varepsilon'}{(\ln b/a)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^{b} \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi\varepsilon'}{\ln(b/a)}$$

$$G = \frac{\omega \varepsilon''}{(\ln b/a)^2} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=a}^{b} \frac{1}{\rho^2} \rho d\rho d\phi = \frac{2\pi\omega\varepsilon''}{\ln b/a} \qquad \text{S/m}$$

8-4 傳輸線的傳輸功率、效率及損耗

設傳輸線均勻且傳播方向為 z 軸向，座標位置定於信號源端(即 z=0)，往負載方向為正方向，又 $\gamma=\alpha+j\beta\,(\alpha\neq 0)$，則傳輸線的電壓、電流表示式為：

$$V(z)=V_o^+(e^{\gamma z}+\Gamma e^{-\gamma z})=V_o^+(e^{\alpha z}e^{j\beta z}+\Gamma e^{-\alpha z}e^{-j\beta z})$$
$$=V_o^+e^{\alpha z}e^{j\beta z}(1+\Gamma e^{-2\alpha z}e^{-j2\beta z}) \tag{8.25a}$$

$$I(z)=\frac{V_o^+}{Z_o}(e^{\gamma z}-\Gamma e^{-\gamma z})=\frac{V_o^+}{Z_o}(e^{\alpha z}e^{j\beta z}-\Gamma e^{-\alpha z}e^{-j\beta z})$$
$$=\frac{V_o^+}{Z_o}e^{\alpha z}e^{j\beta z}(1-\Gamma e^{-2\alpha z}e^{-j2\beta z}) \tag{8.25b}$$

其中反射係數　定義為

$$\Gamma=\frac{V_o^-}{V_o^+} \tag{8.25c}$$

傳輸線上任一點傳送的功率由下式計算。

$$\mathrm{P(z)}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[V(z)I(z)^*]=\frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}e^{2\alpha z}(1-|\Gamma|^2\,e^{-4\alpha z}) \tag{8.26}$$
$$=P^+(z)-P^-(z)$$

亦即傳輸線上任意點的信號傳送功率等於前向功率減去反射功率。設負載端的位置為 z=0，則由負載端往信號源端時座標方向為負值，若負載與信號源之傳輸線長度為 l，此時信號源端的座標為 $z=-l$，將此特性代入(8.26)，則輸入端的入射功率為：

$$P(l)=\frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}e^{-2\alpha l}[1-|\Gamma|^2\,e^{4\alpha l}] \tag{8.27}$$

此時 Γ 為負載端的反射係數。

若在負載端 z=l=0，傳送到負載端的功率為：

$$P(l=0)=\frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}[1-|\Gamma|^2] \tag{8.28}$$

則傳輸線的傳輸效率為：

$$\eta=\frac{\text{傳送到負載端的功率}P(l=0)}{\text{輸入端的功率}P(l)}=\frac{1-|\Gamma|^2}{e^{2\alpha l}[1-|\Gamma|^2\,e^{-4\alpha l}]} \tag{8.29}$$

當負載與傳輸線特性阻抗匹配時，亦即反射係數為 0 或者 $|\Gamma|=0$，反射功率為 0，此時的信號傳輸效率最高，其值為：

$$\eta_{\max} = e^{-2\alpha l}$$

因此，傳輸效率取決於傳輸線的損耗與負載端的匹配狀況。傳送到負載的功率成為

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{V_{in} I_{in}^{*}\} = \frac{12}{}|V_{in}|^{2}\ \mathrm{Re}\{\frac{1}{Z_{in}}\} = \frac{1}{2}|V_g|^{2}|\frac{Z_{in}}{Z_{in}+Z_g}|^{2}\ \mathrm{Re}\{\frac{1}{Z_{in}}\}$$

$Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$　　以及　$Z_g = R_g + jX_g$

$$P = \frac{1}{2}|V_g|^{2}\ \frac{R_{in}}{(R_{in}+R_g)^{2}+(X_{in}+X_g)^{2}} \qquad (8.30)$$

若負載端 $Z_L = Z_o$　則 $\Gamma_L = 0$ 以及輸入端 $Z_{in} = Z_o$

傳送到負載的功率成為

$$P = \frac{1}{2}|V_g|^{2}\ \frac{Z_o}{(Z_o+R_g)^{2}+X_g{}^{2}} \qquad (8.31a)$$

若　$Z_L = Z_g$

傳送到負載的功率成為

$$P = \frac{1}{2}|V_g|^{2}\ \frac{R_g}{4(R_g{}^{2}+X_g{}^{2})} \qquad (8.31b)$$

欲得到輸出最大功率到負載，　功率對 R_{in} 的微分必須為 0，亦即

$$\frac{\partial P}{\partial R_{in}} = 0$$

$$\frac{1}{(R_{in}+R_g)^{2}+(X_{in}+X_g)^{2}} + \frac{-2R_{in}(R_{in}+R_g)}{[(R_{in}+R_g)^{2}+(X_{in}+X_g)^{2}]^{2}} = 0$$

或者

$$R_g^2 - R_{in}^2 + (X_{in}+X_g)^{2} = 0$$

同理，功率對 X_{in} 的微分必須為 0，亦即

$$\frac{\partial P}{\partial X_{in}} = 0$$

$$\frac{-2X_{in}(X_{in}+X_g)}{[(R_{in}+R_g)^{2}+(X_{in}+X_g)^{2}]^{2}} = 0$$

$$X_{in} = -X_g$$

$$Z_{in} = Z_g^{*} \qquad (8.32)$$

於此證明當信號源阻抗等於負載阻抗的共軛複數時，負載獲得最大的功率，此時輸出到負載的功率為：

$$P = \frac{1}{2}|V_g|^2 \frac{1}{4R_g} \tag{8.33}$$

8-5 傳輸線終端的接續

圖 8.4 說明無損失(Lossless)傳輸線接續任意負載 Z_L 的架構，z 軸向為信號源端至負載的方向，目前將座標定於負載端(即 z=0 的位置)，於此將探討傳輸線有關的反射特性。若輸入的信號為 $V_o^+ e^{-j\beta z}$，來之於位置 z<0 的信號源，傳輸的方向為 z 軸，電磁理論得知特性阻抗為前向(Forward)傳輸電壓與前向電流之比，亦即 $Z_o = \frac{V_o^+}{I_o^+}$，於此假設 $Z_L \neq Z_o$，由於不匹配，因此在負載端傳輸信號將產生反射，傳輸線上任意位置的電壓為入射電壓與反射電壓之和。

$$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z} + V_o^- e^{j\beta z}$$

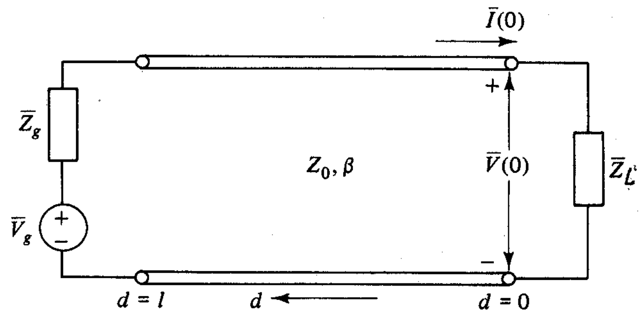


圖 8.4　無損耗傳輸線接續負載的架構

同理，傳輸線上任意位置的電流為；$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o} e^{-j\beta z} - \frac{V_o^-}{Z_o} e^{j\beta z}$，

負載阻抗等於負載電壓與電流之比，或者：

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} = \frac{V_o^+ + V_o^-}{V_o^+ - V_o^-} Z_o .$$

由上式求出 $V_o^- = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} V_o^+$

負載端的電壓反射係數 Γ_L 為：$\Gamma_L = \dfrac{V_o^-}{V_o^+} = \dfrac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$.

傳輸線上的電壓及電流分別為：

$$V(z) = V_o^+(e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{j\beta z}), \tag{8.34a}$$

$$I(z) = \frac{V_o^+}{Z_o}(e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{j\beta z}) \tag{8.34b}$$

當 $\Gamma_L = 0$ 或匹配時，$V(z) = V_o^+ e^{-j\beta z}$ 及 $I(z) = \dfrac{V_o^+}{Z_o} e^{-j\beta z}$，傳輸線上無反射電壓信號，此時傳輸線上任意點 z 的信號功率為：

$$P_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[V(z)I(z)^*] = \frac{1}{2}\frac{|V_o^+|^2}{Z_o}\mathrm{Re}\{1 - \Gamma_L{}^* e^{-j2\beta z} + \Gamma_L e^{j\beta z} - |\Gamma_L|^2\}$$

由 $A - A^* = 2j\,\mathrm{Im}(A)$ 為純虛數，因此，上式可化簡成為：

$$P_{av} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[V(z)I(z)^*] = \frac{1}{2}\frac{|V_o^+|^2}{Z_o}(1 - |\Gamma_L|^2), \tag{8.35}$$

當阻抗不匹配時，信號功率並非全部傳送到負載，而是有部份被反射回到信號源端，此種損失稱為反射損失(RL；Return loss)，以 dB 值表示時定義為

$$RL = -20\log|\Gamma| \qquad (\mathrm{dB}) \tag{8.36}$$

當匹配時($\Gamma = 0$)，$RL \to \infty$ dB，表示沒有功率反射，當 $|\Gamma| = 1$ 時 $RL = 0\,(\mathrm{dB})$，表示功率全反射，沒有傳送到負載，當為任意反射值時，傳輸線上的電壓將如下式所示。

$$|V(z)| = |V_o^+||1 + \Gamma_L e^{2j\beta z}| = |V_o^+||1 + \Gamma_L e^{-2j\beta l}|$$

$$= |V_o^+||1 + |\Gamma_L|e^{j(\theta - 2\beta l)}|_{z=-l} \tag{8.37}$$

當 $\theta - 2\beta l = 0$ 時，$e^{j(\theta - 2\beta l)} = 1$，則傳輸線上有最大的電壓值，

$$V_{\max} = |V_o^+|(1 + |\Gamma_L|) \tag{8.38}$$

$e^{j(\theta-2\beta l)}=-1$時，傳輸線上有最小的電壓值，$V_{\min}=|V_o^+|(1-|\Gamma_L|)$。

最大電壓值與最小電壓值之比定義為駐波比(VSWR 或 SWR;Voltage standing wave ratio)，數學式為：

$$SWR=\frac{V_{\max}}{V_{\min}}=\frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|}$$ 為一實數且 $1\le SWR\le\infty$.

當 $z=-l$ 時代表在信號源端，其反射係數為：

$\Gamma(l)=\dfrac{V_o^-e^{-j\beta l}}{V_o^+e^{j\beta l}}=\Gamma(0)e^{-j2\beta l}$，其中 $\Gamma(0)$ 為傳輸線在 z=0 時(或負載端)的反射係數。

在 $z=-l$ 時(信號源端)的輸入阻抗 Z_{in} 為

$$Z_{in}=\frac{V(-l)}{I(-l)}=\frac{V_o^+[e^{j\beta l}+\Gamma_L e^{-j\beta l}]}{V_o^+[e^{j\beta l}-\Gamma_L e^{-j\beta l}]}Z_o=\frac{1+\Gamma_L e^{-2j\beta l}}{1-\Gamma_L e^{-2j\beta l}}Z_o$$

$$=Z_o\frac{(Z_L+Z_o)e^{j\beta l}+(Z_L-Z_o)e^{-j\beta l}}{(Z_L+Z_o)e^{j\beta l}-(Z_L-Z_o)e^{-j\beta l}}$$

$$=Z_o\frac{Z_L\cos\beta l+jZ_o\sin\beta l}{Z_o\cos\beta l+jZ_L\sin\beta}$$

$$=Z_o\frac{Z_L+jZ_o\tan\beta l}{Z_o+jZ_L\tan\beta l}. \qquad (8.39)$$

這是負載端任意接續負載 Z_L 而傳輸線長度為 l 的輸入阻抗公式,本式相當有用，未來常常使用它，因此必須充分理解。

由於

$$V(z)=V_o^+(e^{-j\beta z}+\Gamma_L e^{j\beta z}),$$

$$I(z)=\frac{V_o^+}{Z_o}(e^{-j\beta z}-\Gamma_L e^{j\beta z})$$

8

若負載 $Z_L = 0$(短路)時，$\Gamma_L = -1, V(z) = -2jV_o^+ \sin\beta z$ ，

$I(z) = \dfrac{2V_o^+}{Z_o}\cos\beta z$ ，輸入阻抗為 $Z_{in} = \dfrac{V(z)}{I(z)}|_{z=-l} = jZ_o \tan\beta l$

有關沿著傳輸線上的電壓、電流及阻抗隨距離變化的特性如圖 8.6 所示，猶如前面負載短路或開路特性一樣，產生駐波，振幅變化的週期為 $\lambda/2$。

若負載為 Z_L ，傳輸線長為 $\dfrac{\lambda}{2}$ ，由傳輸線的數學式得輸入阻抗 Z_{in} 為

$Z_{in} = Z_L$。

同理，若負載為 Z_L ，傳輸線長為 $\dfrac{\lambda}{4}$ ，則輸入阻抗 Z_{in} 為

$Z_{in} = \dfrac{Z_o^2}{Z_L}$。

接續負載 Z_L 時，輸入阻抗為：

$$Z_{in} = Z_o \frac{Z_L + jZ_o \tan\beta l}{Z_o + jZ_L \tan\beta l} \tag{8.40}$$

以上所討論的傳輸線均假設不損耗功率，一般言之，傳輸線均有損耗功率，亦即電磁信號經過一段傳輸線傳輸後信號強度會變小的特性。如圖 8.5 所示的有損耗傳輸線，終端接續負載 Z_L ，於此討論由電源傳送到負載的信號功率強度

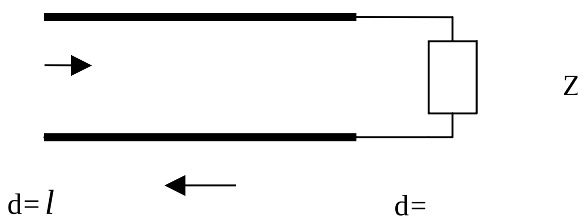


圖 8.5　有損耗傳輸線的信號傳輸

設 V_o^+ 為 z=0 時的信號強度，則離負載端 d 傳輸線上的反射係數可表示為

$$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-2j\beta d} e^{-2\alpha d} = \Gamma_L e^{-2\gamma d}. \tag{8.41}$$

其中 Γ_L 為負載端的反射係數。

離負載端 d 看入負載端的輸入阻抗為

$$Z_{in} = \frac{V(-d)}{I(-d)} = Z_o \frac{Z_L + Z_o \tanh \gamma d}{Z_o + Z_L \tanh \gamma d} \tag{8.42}$$

在位置 $z = -d$ 信號源輸入的信號功率為

$$P_{in} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{V(-d)I^*(-d)\} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}[e^{2\alpha d} - |\Gamma_L|^2 e^{2\alpha d}]$$

$$= \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}(1-|\Gamma_L(d)|^2)e^{2\alpha d} \tag{8.43}$$

傳送到負載的功率則成為

$$P_L = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{V(0)I^*(0)\} = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}(1-|\Gamma_L|^2) \tag{8.44}$$

因傳輸線有損耗功率,部份的電磁信號功率將由傳輸線的等效電阻轉換成熱能，損耗的功率由下式計算

$$P_{loss} = P_{in} - P_R = \frac{|V_o^+|^2}{2Z_o}[(e^{2\alpha d} - 1) + |\Gamma_L|^2 (1 - e^{-2\alpha d})] \tag{8.45}$$

上式右邊的第一項為輸入電波的功率損耗,第二項則為負載端不匹配時反射電波產生的功率損耗，若負載端匹配，亦即 $\Gamma_L = 0$ 時，傳輸線上任意點的電波信號功率為

$$P(z) = P_o e^{-2\alpha z}$$

其中 P_o 代表 z=0 時負載端的電波功率強度， $P_o = \dfrac{|V_o^+|^2}{2Z_o}$。

傳輸線單位長度的功率損耗為

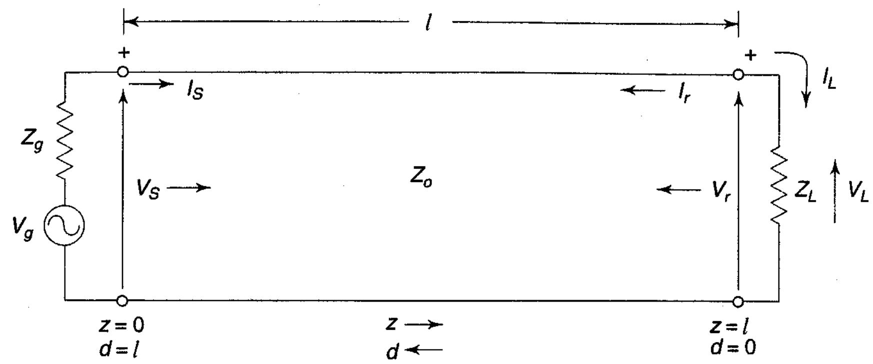
$$P_{loss}(z) = \frac{-\partial P(z)}{\partial z} = 2\alpha P_o e^{-2\alpha z} = 2\alpha P(z)$$

微分選用負號乃因 P_{loss} 必須為正的緣故。

因此衰減係數 α 由下式計算之

$$\alpha = \frac{P_{loss}(z)}{2P(z)} = \frac{P_{loss}(z=0)}{2P_o} \tag{8.46}$$

例題:8.2：如下圖所示，某傳輸線終接負載 $Z_L = 30 + j40\Omega$，特性阻抗 $Z_o = 50\Omega$，傳輸線長度為 $l = 0.725\lambda$，信號源阻抗 $Z_g = (10 + j10)\Omega$，信號源電壓 $V_g = 100\angle 0^o$ 伏，求傳送到負載的平均(Time-average)功率。



解：

(a). 求負載端的反射係數

$$\Gamma_L = \frac{Z_R - Z_o}{Z_R + Z_o} = 0.5\angle 90^o$$

(b). 求輸入端的反射係數

$$\Gamma_{in}(z = -d) = 0.9\angle 90^o \times e^{-j(4\pi/\lambda)(0.725\lambda)} = 0.5\angle -72^o$$

(c). 求輸入阻抗

$$Z_{in} = Z_{in}(z = -d) = Z_o \frac{1 + \Gamma_{in}(z = -d)}{1 - \Gamma_{in}(z = -d)} = 64.36\angle -51.74^o\Omega$$

$$= 39.86 - j50.54\Omega$$

(d). 計算信號源端的電流

$$I_g = I(z = -d) = \frac{V_g}{Z_g + Z_{in}} = 1.55\angle 39.1^o \quad \text{A}$$

(e). 計算輸入端的電壓

$$V_{in} = V(z = -l) = Z_{in} I(z = -l) = 64.36\angle -51.74^o \times 1.55\angle 39.1^o$$

$=100.16\angle -12.64^{o}$

(f). 計算輸入端的功率及負載端的功率

$$P_{in}=P_{L}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{V_{in}\times I_{in}^{*}\}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\{100.16\angle -12.64\times 1.55\angle -39.1^{o}\}$$

$$=\frac{1}{2}\times 100.16\times 1.55\times \cos(51.74^{o})$$

$$= 48.26\ \mathrm{W}$$

例題:8.3：某傳輸線 R= 6Ω /km、L=2.2mH/km、C=0.005 μF /km 與 G=0.05 μmho/km.若信號頻率 1kHz，求 Z_o、α、β及相位速度。若線長 100km，求信號的衰減量及相位偏移量。

解：$\omega = 2\pi \times 1000$=6280 rad/sec

$$Z_{o}=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}=692.5-j11.52\quad \Omega$$

$$\gamma=\alpha+j\beta=\sqrt{(R+j\omega L)+(G+j\omega C)}=0.0045+j0.0213$$

$\alpha =$　0.0045 Np/km

$\beta =$　0.0213 rad/km

若線長 100km，則

衰減量=0.0045×100=0.45 Np

相位偏移=2.13 rad.

信號的相位速度

$$v_{p}=\frac{\omega}{\beta}=2.94\times 10^{8}\ \ \mathrm{m/sec.}$$

8-6 不匹配的傳輸線

輸入端的源阻抗、輸出端的負載與傳輸線特性阻抗往往不匹配，信號經傳輸線傳送產生衰減損失、反射的特性，於傳輸線形成駐波，於此探討相關的一些

8

參數。

衰減損失(Attenuation loss) (dB)=$10\log\frac{\text{輸入功率}-\text{反射功率}}{\text{傳送到負載功率}}$

$$10\log\frac{|V_s|^2-|V_r|^2}{(|V_s|^2-|V_r|^2)e^{-2\alpha l}}=8.686\alpha l$$

反射損失(Reflection loss) (dB)=$10\log\frac{\text{輸入功率}}{\text{輸入功率}-\text{反射功率}}$

$$=10\log\frac{1}{1-|\Gamma|^2}=10\log\frac{(SWR+1)^2}{4\times SWR}$$

傳輸損失(Transmission loss) (dB)= $10\log\frac{\text{輸入功率}}{\text{穿透功率}}$

$$=10\log\frac{|V_s|^2}{(|V_s|^2-|V_r|^2)e^{-2\alpha l}}=10\log\frac{e^{2\alpha l}}{1-|\Gamma|^2}$$

$$=8.686\alpha l+10\log\frac{1}{1-|\Gamma|^2}$$

= 衰減損失(dB) + 反射損失 (dB)

回射損失(RL；Return loss)(dB) =$10\log\frac{\text{入射到元件的功率}}{\text{元件反射的功率}}$

$$=-20\log|\Gamma|$$

介入損失(Insertion loss) (dB)=$10\log\frac{\text{輸入功率}}{\text{輸出功率}}=10\log\frac{P_1}{P_2}$

介入損失通常與下列三項因素有關：

1. 輸入端的不匹配損失
2. 元件產生的衰減損失
3. 輸出端的不匹配損失

例題:8.4：無損失傳輸線特性阻抗為 300Ω饋入內阻為 100Ω的信號源 $1\angle 0^o$，線長為 100m，輸出端負載為 200Ω，計算反射損失(Reflection loss)、傳送損失(Transmission loss)及回射損失(Return loss)。

解：Z_g=100Ω, Z_o=300Ω, $l=100$m 與 Z_L=200Ω

輸出端的反射係數：$\Gamma_L = \dfrac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} = -\dfrac{1}{5}$

反射損失= $10\log\dfrac{1}{1-|\Gamma|^2} = 0.177 \quad (dB)$

傳送損失= 衰減損失 (dB) +反射損失(dB)

$= 0 + 0.177 = 0.177$ dB

回射損失 $= -20\log|\Gamma| = -20\log(\dfrac{1}{5}) = 14 \quad (dB)$

例題:8.5：頻率 1GHz 時某傳輸線的參數有 L=250nH/m、C=95pF/m、R=0.06Ω/m 與 G=0, (a).求衰減係數α (b).相位常數β (c).相速度v_p (d).介電係數ε_r (e).當輸入功率為 500 瓦時，長度 10m 的功率損失。

解：

$f = 1GHz$　　$\omega = 2\pi f = 6.28\times10^9$ rad.

$\omega C = 5.97\times10^{-1}$ mho/m　　$\omega L = 1.57k\Omega/m$

而 R=0.06Ω/m

得到$\omega L >> R$與$\omega C >> G = 0$

$$Z_o \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{250\times10^{-9}}{95\times10^{-12}}} = 51.3\,\Omega$$

(a). $\alpha \approx \dfrac{R}{2Z_o} = \dfrac{0.06}{2\times51.3} = 5.85\times10^{-4}$ np/m $= 5.08\times10^{-3}$ dB/m

(b). $\beta = \omega\sqrt{LC} = 6.28\times10^9\sqrt{250\times10^{-9}\times95\times10^{-12}} = 30.6$ rad/m

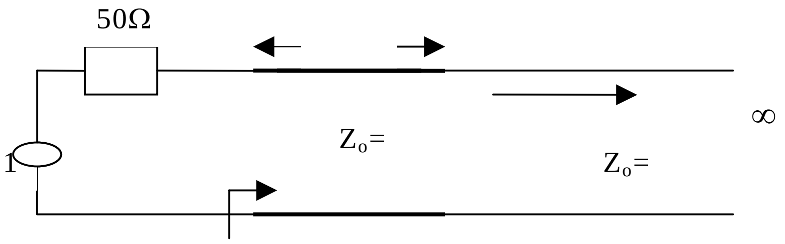
(c). $v_p = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2.05\times10^8$ m/sec

(d). $v_p = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2.05\times10^8 = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \dfrac{3\times10^8}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$\varepsilon_r = 2.14$

(e). $P_{loss} = P_{in} \times 2\alpha \times l = 500 \times 2 \times 5.85 \times 10^{-4} \times 10 = 5.85$ watts.

例題:8.6：如下圖所示的傳輸線電路，試計算信號的入射功率、反射功率與傳送到負載 75 Ω 的功率。



解： $Z_{in} = 50\dfrac{75 + j50\tan\beta(\lambda/2)}{50 + j75\tan\beta(\lambda/2)} = 75\Omega$

信號源的輸出功率 $P_s = \dfrac{1}{2}\dfrac{(10)^2}{50+75} = 0.4$ W

消耗在 50 Ω 電阻的功率為 $P_{50} = \dfrac{1}{2} \times 50 \times (\dfrac{10}{50+75})^2 = 0.16$ W

傳送到 75 Ω 傳輸線的功率為 $P_{75} = \dfrac{1}{2} \times 75 \times (\dfrac{10}{50+75})^2 = 0.24$ W

入射功率 $P_{in} = \dfrac{1}{2}(50)(\dfrac{10}{50+50})^2 = 0.25$ W

反射功率=入射功率-傳送到 75 Ω 傳輸線的功率= 0.25–0.24 = 0.01 W

或者　　反射功率=入射功率 $\times |\Gamma|^2 = 0.25 \times |\dfrac{75-50}{75+50}|^2 = 0.01$ W

例題:8.7 信號產生器的內阻為 1 Ω，信號電源為 $V_g(t) = 0.3\cos(2\pi \times 10^8 t)$ (V) 連接到 50 Ω 特性阻抗無損耗的傳輸線，線長 l =4m，信號在傳輸線上的相位速度為 $v_p = 2.5 \times 10^8$ m/s。若負載匹配，求(a)傳輸線上任意位置 x 電壓與電流時間表示式(b)負載端電壓與電流的時間表示式(c)傳送到負載的信號平均功率。

解：(a) 設座標如下，源端 z=0，負載端 $z = l$，則有

$V_g = 0.3\angle 0^o$ (V)

$Z_g = R_g = 1\Omega$

$Z_o = R_o = 50\Omega$

$\omega = 2\pi \times 10^8$ (rad/s)

$v_p = 2.5\times 10^8$ m/s

$l = 4m$

輸入電壓 $V_i = \dfrac{50}{1+50}\times 0.3\angle 0^o = 0.294\angle 0^o$ (V)

$$I_i = \frac{0.3\angle 0^o}{1+50} = 0.0059\angle 0^o \qquad \text{(A)}$$

無損失傳輸線 $\alpha = 0$

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \frac{2\pi\times 10^8}{2.5\times 10^8} = 0.8\pi \qquad \text{(rad/m)}$$

得　$V(z) = 0.294 e^{-j0.8\pi z}$ (V)

$I(z) = 0.0059 e^{-j0.8\pi z}$ (A)

對應的時變電壓與電流數學式為

$$V(t) = \mathrm{Re}[0.294 e^{-j0.8\pi z} e^{j\omega t}] = 0.294\cos(2\pi\times 10^8 t - 0.8\pi z) \quad \text{(V)}$$

$$I(t) = \mathrm{Re}[0.0059 e^{-j0.8\pi z} e^{j\omega t}] = 0.0059\cos(2\pi\times 10^8 t - 0.8\pi z) \quad \text{(A)}$$

(b) 在負載端 $l = 4m$

$V(t) = 0.294\cos(2\pi\times 10^8 t - 3.2\pi)$ (V)

$I(t) = 0.0059\cos(2\pi\times 10^8 t - 3.2\pi)$ (A)

(c). $(P_{av})_{load} = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}[V(z)\times I^*(z)] = \dfrac{1}{2}(0.294\times 0.0059) = 8.7\times 10^{-4}$ =0.87mW.

8

8-7 微帶線(Microstrip line)

微帶線由 PCB 所構成，如圖 8.6 所示的一導電面及窄的傳輸導線，中間由介電材料基板(Substrate)隔離，常用於電子電路及高頻電路，不但降低成本，同時也降低組件的體積及重量等，由於傳輸線寬度很窄，電力線不再完全集中於兩導體間，導體邊緣也有電力線輻射，此時邊緣產生的效應(Edge effects)必須加以考慮，傳送損失、特性阻抗、等效介電係數等將會加以討論。

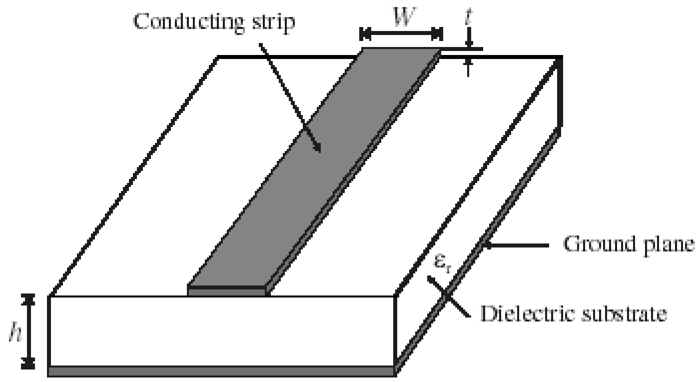


圖 8.6　微帶線傳輸線架構

由於材料結構的複雜特性，難以有完整的理論推導，數學表示式大都為近似式，但對於使用者而言也已相當足夠準確。若已知導線的寬度時，特性阻抗 Z_o 由下式計算之

$$Z_o=\begin{cases}\dfrac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\ln\left(\dfrac{8h}{W}+\dfrac{W}{4h}\right) & \dfrac{W}{h}\le 1\\[2ex] \dfrac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\left[\dfrac{W}{h}+1.393+0.667\ln\left(\dfrac{W}{h}+1.444\right)\right]} & \dfrac{W}{h}\ge 1\end{cases} \qquad (8.47a)$$

其中有效介電係數 ε_{eff} 由下式計算之：

$$\varepsilon_{eff}=\frac{\varepsilon_r+1}{2}+\frac{\varepsilon_r-1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+12h/W}} \qquad (8.47b)$$

更精確的計算式可用下式(8.47c)。

$$Z_o=\frac{\eta}{2\pi\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\ln\left[\frac{F}{u}+\sqrt{1+\left(\frac{2}{u}\right)^2}\right] \qquad (8.47c)$$

其中 $u=\frac{W}{h}$ 以及 $\eta=120\pi\cong 377\Omega$，而

$$F=6+(2\pi-6)\exp[-(\frac{30.666}{u})^{0.7528}]$$

對於已知的特性阻抗 Z_o 及介電材料係數 ε_r，W/h 可由下式計算之：

$$\frac{W}{h}=\begin{cases}\dfrac{8e^{A}}{e^{2A}-2}\ for\ \dfrac{W}{h}<2\\ \dfrac{2}{\pi}[B-1-\ln(2B-1)+\dfrac{\varepsilon_r-1}{2\varepsilon_r}\{\ln(B-1)+0.39-\dfrac{0.61}{\varepsilon_r}\}]\ for\ \dfrac{W}{h}>2\end{cases} \quad (8.48)$$

其中：$A=\frac{Z_o}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r+1}{2}}+\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}(0.23+\frac{0.11}{\varepsilon_r})$　　$B=\frac{377\pi}{2Z_o\sqrt{\varepsilon_r}}$

考慮微帶線為準 TEM (Quasi-TEM) 信號傳輸線時，源之於介電損失的衰減量可由下式計算之：

$$\alpha_d=\frac{k_o\varepsilon_r(\varepsilon_{eff}-1)\tan\delta}{2\sqrt{\varepsilon_{eff}}(\varepsilon_r-1)}\quad \text{np/m} \quad (8.49a)$$

其中： $\tan\delta$ 為介電材料的損失正切(loss tangent)。

由導體損失產生的衰減係數為

$$\alpha_c=\frac{R_s}{Z_oW}\quad \text{np/m} \quad (8.49b)$$

其中：$R_s=\sqrt{\frac{\omega\mu_o}{2\sigma}}$ 為導體的表面電阻(Surface resistance)，一般而言表面電阻遠大於導線的 DC 電阻 R_{dc}，亦即

$R_s >> R_{dc}=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{A}$.

其中 σ 為導體導電率、l 為導體長度、A 為導體橫截面積。

使用方便起見，依式(8.46)繪出圖 8.7 特性阻抗與 W/h 的關係曲線，圖 8.7 表示介電係數變化時曲線稍有變化，作為設計微帶線導體寬度相當有參考價值，有必要充分了解。

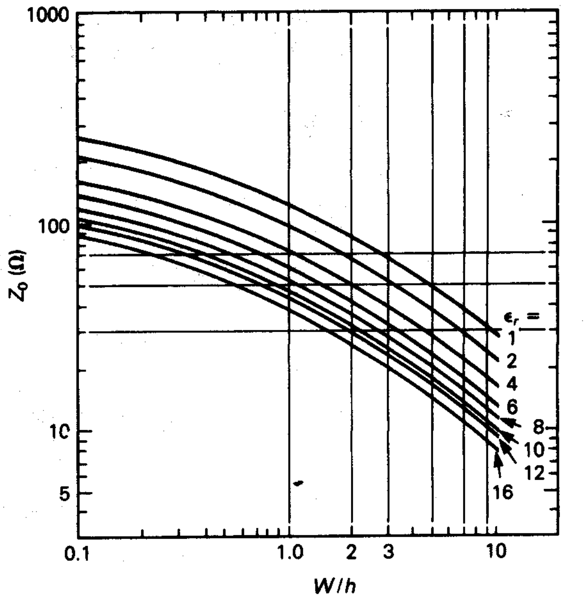


圖 8.7　特性取阻抗與 W/h 的關係曲線

微帶線導體厚度過薄(小於集膚厚度)時，會增加串接傳輸線阻抗而降低頻寬，為增加導體厚度，必要時微帶線可鍍銀、鍍金以提高使用的頻寬，又電路板絕緣材料之介電係數對頻寬也有影響，不同材料而有寬窄之分，電路板的地平面要有較大的面積，正負電源也須成大面積平面佈線且要以寬頻電容傍路交流信號以穩定直流偏壓。

例題:8.8：在 2.5GHz 時，微線帶為 50Ω、相位偏移 90^o，若基板厚度 d=0.127cm，同時介電係數 ε_r=2.20，計算該微線帶的寬度與長度。

解：由下列公式

$$\frac{W}{h}=\begin{cases}\dfrac{8e^{A}}{e^{2A}-2}\ for\ \dfrac{W}{h}<2\\[2ex] \dfrac{2}{\pi}[B-1-\ln(2B-1)+\dfrac{\varepsilon_r-1}{2\varepsilon_r}\{\ln(B-1)+0.39-\dfrac{0.61}{\varepsilon_r}\}]\ for\ \dfrac{W}{h}>2\end{cases}$$

其中: $A=\dfrac{Z_o}{60}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_r+1}{2}}+\dfrac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}(0.23+\dfrac{0.11}{\varepsilon_r})$、$B=\dfrac{377\pi}{2Z_o\sqrt{\varepsilon_r}}$

Z_o = 50Ω，首先 try W/h > 2 的數學式，得

B = 7.985， W/h = 3.081

因此取 W/h > 2，否則再試 W/h < 2。

W = 3.081h =0.391cm. 另外由(8.47b) 得 ε_{eff} =1.87.

90^o 相移的微線帶 $\phi = 90^o = \beta l = \sqrt{\varepsilon_{eff}}\, k_o l$

而 $k_o = \dfrac{2\pi f}{c}$ =52.35 m^{-1}

$$l = \frac{90^o(\pi/180^o)}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}\, k_o} = 2.19\text{cm.}$$

練習 8.1：上題可以將 Z=50Ω 改為 100Ω，相移改為 120^o，求 W 與 h。

8-8 實習項目