4.2 热传导

4.2.1 傅立叶定律 Fourier's Law

法国数学家**Fourier:** 法国拿破仑时代的高级官员。曾于**1798-1801**追随拿破仑去埃及。后期致力于传热理论，**1807**年提交了**234**页的论文，但直到**1822**年才出版。

◆**1822**年，法国数学家傅里叶（**Fourier**）在实验研究基础上，发现导热基本规律 —— 傅里叶定律

$$\mathrm{d}Q = -\lambda \mathrm{d}A \frac{\partial t}{\partial n} \qquad q = -\lambda \, grad t$$

傅里叶定律：系统中任一点的热流密度与该点的温度梯度成正比而方向相反

式中　$\mathrm{d}Q$ —— 热传导速率，W或J/s；

dA —— 导热面积，m^2；

$\partial t/\partial n$ —— 温度梯度，℃/m或K/m；

λ — 导热系数 ,W/(m·℃)或W/(m·K)。

$$\vec{q} = q_x \vec{i} + q_y \vec{j} + q_z \vec{k} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \vec{i} - \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \vec{j} - \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \vec{k}$$

- 负号表示传热方向与温度梯度方向相反
- 用热通量来表示 $q=\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A}=-\lambda\frac{\partial t}{\partial n}$
- 对一维稳态热传导 $\mathrm{d}Q=-\lambda\mathrm{d}A\frac{dt}{dx}$
- λ表征材料导热性能的物性参数

  λ越大，导热性能越好

注：傅里叶定律只适用于各向同性材料

各向同性材料：热导率在各个方向是相同的

4.2.2 导热系数　thermal conductivity

$$\lambda = -\frac{q}{\partial t / \partial n}$$

(1) λ在数值上等于单位温度梯度下的热通量。

(2)　λ是分子微观运动的宏观表现,反映了物质微观粒子传递热量的特性。

λ = f(物质的种类、材料成分、温度、 湿度、压力、密度等)

导热系数与物质几何形状无关,实验测定。

(3) 各种物质的导热系数

$$\lambda_{金属固体} > \lambda_{非金属固体} > \lambda_{液体} > \lambda_{气体}$$

Jack的死因

$$\lambda_{固相} > \lambda_{液相} > \lambda_{气相}$$

0°C时：

$$\lambda_{冰} = 2.22 w/m \bullet °C$$

$$\lambda_{水} = 0.551 w/m \bullet °C$$

$$\lambda_{蒸汽} = 0.0183 w/m \bullet °C$$

不同物质热导率的差异：构造差别、导热机理不同

1) 固体

- 金属：$\lambda_{纯金属} > \lambda_{合金}$
- 非金属：同样温度下，ρ越大， λ越大。

在一定温度范围内： $$\lambda = \lambda_0(1 + at)$$

式中 λ_0, λ —— 0℃, t℃时的导热系数，W/(m·K)；

a —— 温度系数。

对大多数金属材料a < 0， t↑ λ↓

对大多数非金属材料a > 0 ， t↑ λ↑

2)液体

- 液体的导热：主要依靠晶格的振动
- 晶格：理想的晶体中分子在无限大空间里排列成周期性点阵，即所谓晶格

- 金属液体λ较高，非金属液体λ低，水的λ最大。
- 一般来说，纯液体的大于溶液
- t↑λ↓（除水和甘油）
- P↑λ↑

3)气体

◆气体的导热：由于分子的热运动和相互碰撞时发生的能量传递

- t↑ λ↑

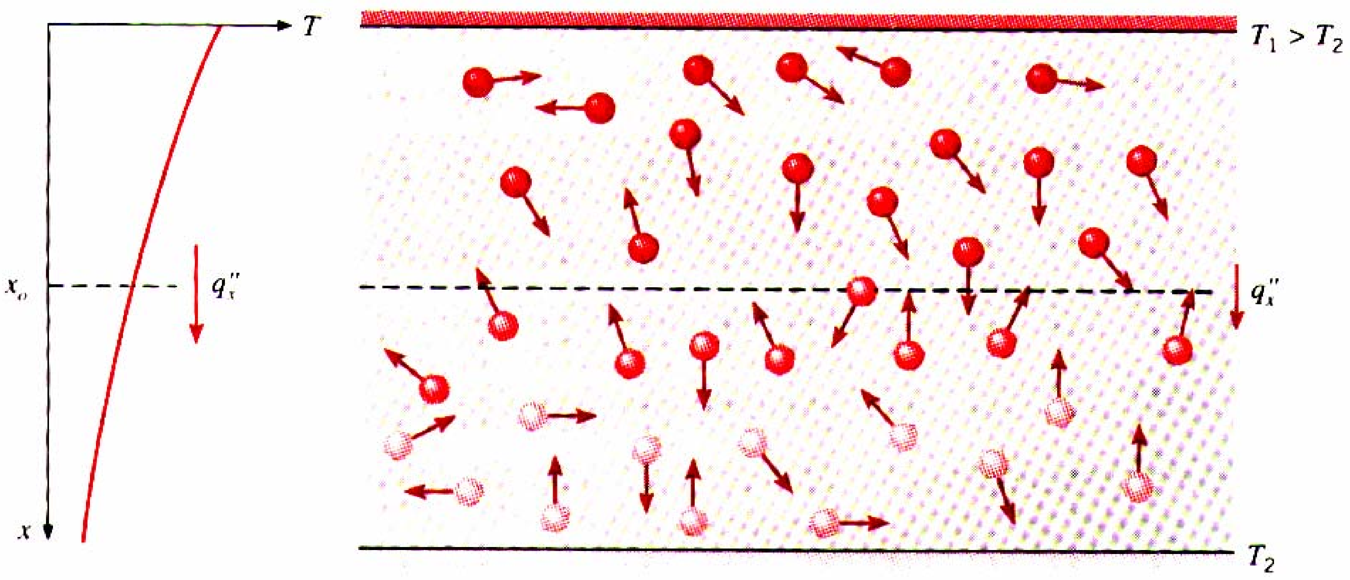


FIGURE 1.2 Association of conduction heat transfer with diffusion of energy due to molecular activity.

气体分子运动理论：常温常压下气体热导率可表示为：

$$\lambda = \frac{1}{3}\bar{u}\rho l c_v$$

- $\bar{u}$：气体分子运动的均方根速度
- l：气体分子在两次碰撞间平均自由行程
- ρ：气体的密度；c_v：气体的定容比热

- 气体的压力升高时：气体的密度增大、平均自由行程减小、而两者的乘积保持不变。
- 除非压力很低或很高，在**2.67*10^{-3}MPa ~ 2.0*10^{3}MPa**范围内，气体的热导率基本不随压力变化
- 气体的温度升高时：气体分子运动速度和定容比热随 T 升高而增大。 气体的热导率随温度升高而增大
- 混合气体热导率不能用部分求和的方法求；只能靠实验测定

- 分子质量小的气体（H_2、He）热导率较大 — 分子运动速度高

气体不利用导热，但可用来保温或隔热。

- 许多绝热材料有意做成疏松或多孔状，使其中保存较多λ较小的空气，以降低导热能力。

------晒后的被子变暖

- 保温材料（或称绝热材料）：用于保温或隔热的材料。国家标准规定，温度低于350℃时导热系数小于0.12 W/(mK)的材料称为保温材料。

4.2.3 导热微分方程式（Heat Diffusion Equation）

- 傅里叶定律： $\vec{q} = -\lambda \mathrm{grad}\, t \quad [\mathrm{W/m^2}]$
- 确定热流密度的大小，应知道物体内的温度场:

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

- 确定导热体内的温度分布是导热理论的首要任务

导热微分方程式的理论基础：傅里叶定律+能量守恒。它描写物体的温度随时间和空间变化的关系；没有涉及具体、特定的导热过程。通用表达式。

单值性条件：确定唯一解的附加补充说明条件，包括四项：几何、物理、初始、边界

完整数学描述：导热微分方程 + 单值性条件

西安交通大學

1、几何条件：说明导热体的几何形状和大小，如：平壁或圆筒壁；厚度、直径等

2、物理条件：说明导热体的物理特征如：物性参数 λ、c 和 ρ 的数值，是否随温度变化；有无内热源、大小和分布；

3、初始条件：又称时间条件，反映导热系统的初始状态

$$t = f(x, y, z, 0)$$

4 、边界条件:反映导热系统在界面上的特征，也可理解为系统与外界环境之间的关系。

（Boundary conditions）边界条件常见的有三类

（1）第一类边界条件:该条件是给定系统边界上的温度分布，它可以是时间和空间的函数，也可以为给定不变的常数值

$$t|_s = t_w$$

（2）第二类边界条件:该条件是给定系统边界上的温度梯度，即相当于给定边界上的热流密度，它可以是时间和空间的函数，也可以为给定不变的常数值

- 特例：绝热边界面：

（3）第三类边界条件:该条件是第一类和第二类边界条件的线性组合，常为给定系统边界面与流体间的换热系数和流体的温度，这两个量可以是时间和空间的函数，也可以为给定不变的常数值

导热微分方程式的求解方法

- 积分法、杜哈美尔法、格林函数法、拉普拉斯
- 变换法 、分离变量法、积分变换法、数值计算法

- 导热微分方程＋单值性条件＋求解方法 ➔温度场

导热微分方程式的不适应范围：非傅里叶导热过程

- 极短时间产生极大的热流密度的热量传递现象，如激光加工过程。
- 极低温度(接近于0 K)时的导热问题。

4.2.4　稳定热传导（Steady-State Conduction）

稳态导热 $\partial t / \partial \tau = 0$

直角坐标系：$\dfrac{\partial}{\partial x}(\lambda\dfrac{\partial t}{\partial x})+\dfrac{\partial}{\partial y}(\lambda\dfrac{\partial t}{\partial y})+\dfrac{\partial}{\partial z}(\lambda\dfrac{\partial t}{\partial z})+q_v=0$

平壁的长度和宽度都远大于其厚度，因而平板两侧保持均匀边界条件的稳态导热就可以归纳为一维稳态导热问题。

从平板的结构可分为单层壁，多层壁和复合壁等类型 。

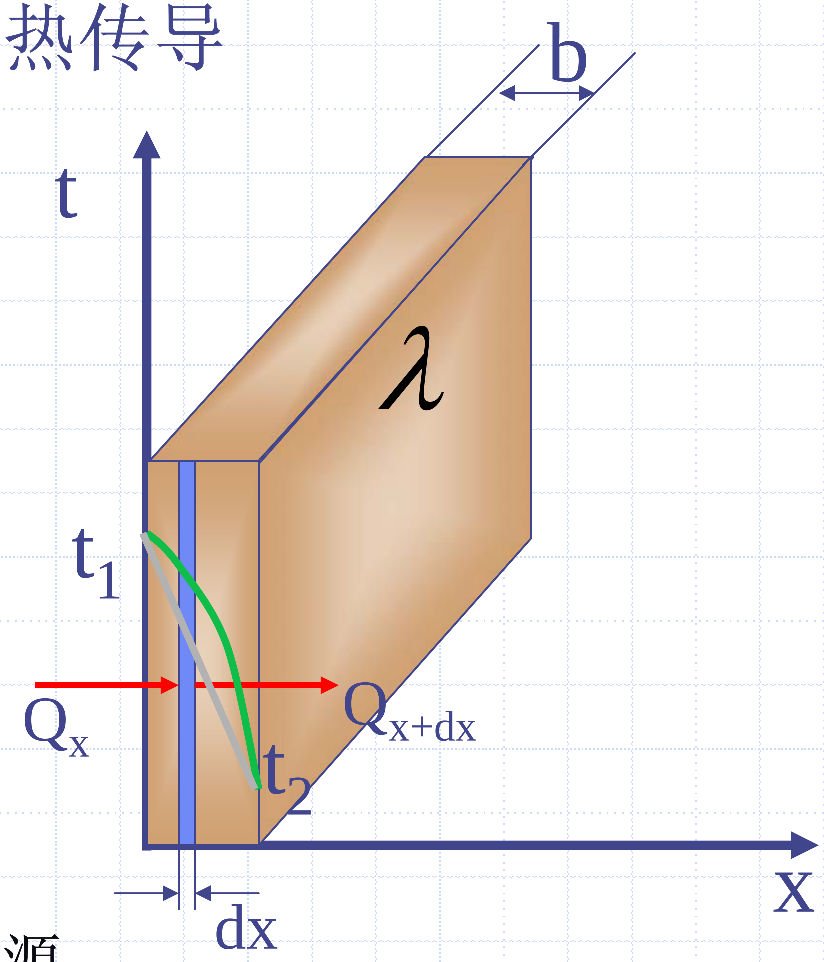
一、 通过单层平壁的稳定热传导

假设：

(1) A大，b小；

(2) 材料均匀；

(3)温度仅沿x变化，且不随时间变化。



a 几何条件：单层平板；δ

b 物理条件：ρ、c、λ 已知；无内热源

c 时间条件： 稳态导热:$\partial t/\partial \tau = 0$

d 边界条件：第一类

西安交通大學

取dx的薄层，作热量衡算：

$$Q_x = Q_{x+dx} + \mathrm{d}x \cdot A \cdot \rho \cdot c_p \frac{\partial t}{\partial \theta}$$

对于稳定温度场 $\frac{\partial t}{\partial \theta} = 0$

$$\therefore \quad Q_x = Q_{x+dx} = Q = \mathrm{const}$$

傅立叶定律： $Q = -\lambda A \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}$

边界条件为：

$x = 0$时， $t = t_1$ $x = b$时， $t = t_2$

得：
$$\int_0^b Q dx = -\int_{t_1}^{t_2} \lambda A dt$$

设λ不随t而变
$$Q = \frac{\lambda}{b} A(t_1 - t_2) = \frac{t_1 - t_2}{\dfrac{b}{\lambda A}}$$

式中 Q —— 热流量或传热速率，W或J/s；

A —— 平壁的面积，m^2；

b —— 平壁的厚度，m；

λ —— 平壁的导热系数，W/(m·℃)或W/(m·K)；

t_1, t_2 —— 平壁两侧的温度，℃。

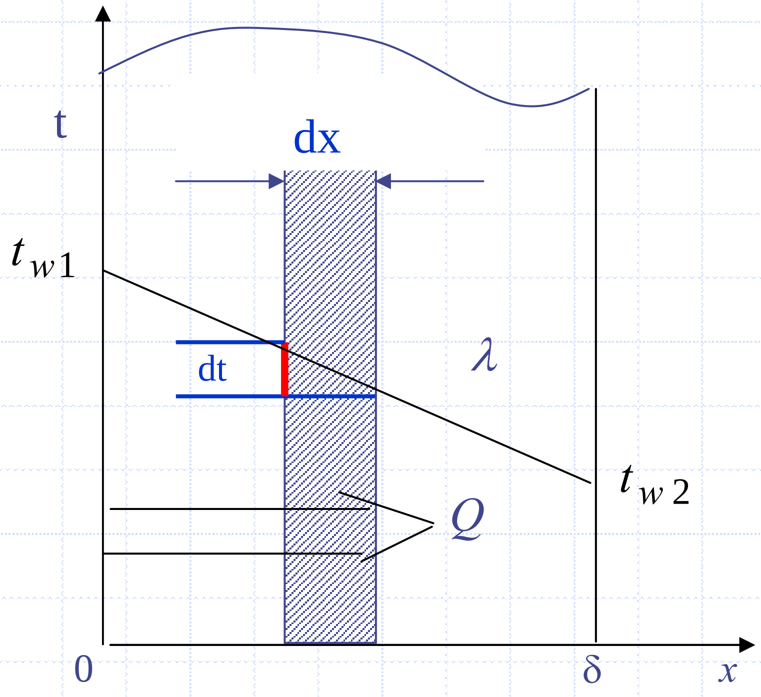
$$q=\frac{t_{w1}-t_{w2}}{\frac{\delta}{\lambda}}=\frac{\Delta t}{r_\lambda}$$

$$\Phi=\frac{t_{w1}-t_{w2}}{\frac{\delta}{A\lambda}}=\frac{\Delta t}{R_\lambda}$$

$$R_\lambda=\frac{\delta}{A\lambda}$$ —— 导热热阻

Thermal resistance for conduction

$$r_\lambda=\frac{\delta}{\lambda}$$ —— 单位导热热阻



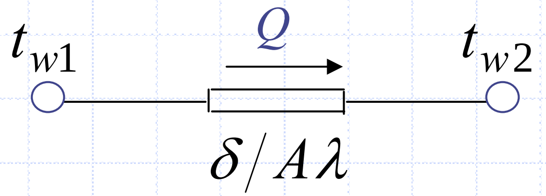


图　导热热阻的图示

讨论：

1．可表示为 $Q=\dfrac{\Delta t}{R}=\dfrac{\text{推动力}}{\text{热阻}}$

推动力：$\Delta t=(t_1-t_2)$ 热阻：$R=\dfrac{b}{\lambda A}$

2．分析平壁内的温度分布

$$\int_0^b Qdx=-\int_{t_1}^{t_2}\lambda A dt$$

上限由 $x=b$时，$t=t_2$ 为 $x=x$时，$t=t$

$$Q=\frac{\lambda}{x}A(t_1-t) \quad \Rightarrow \quad t=t_1-\frac{Qx}{\lambda A}$$

线性分布

λ不随t变化， t～x成呈线形关系。

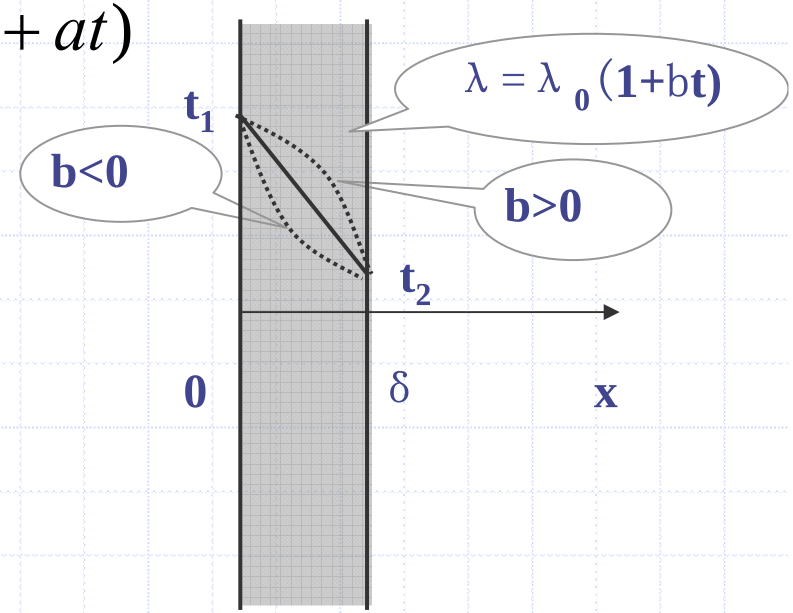
若λ随t变化关系为： $\lambda = \lambda_0(1+at)$

则t～x呈抛物线关系。

3. 当λ随t变化时

如： λ_1～t_1， λ_2～t_2

$$\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$$

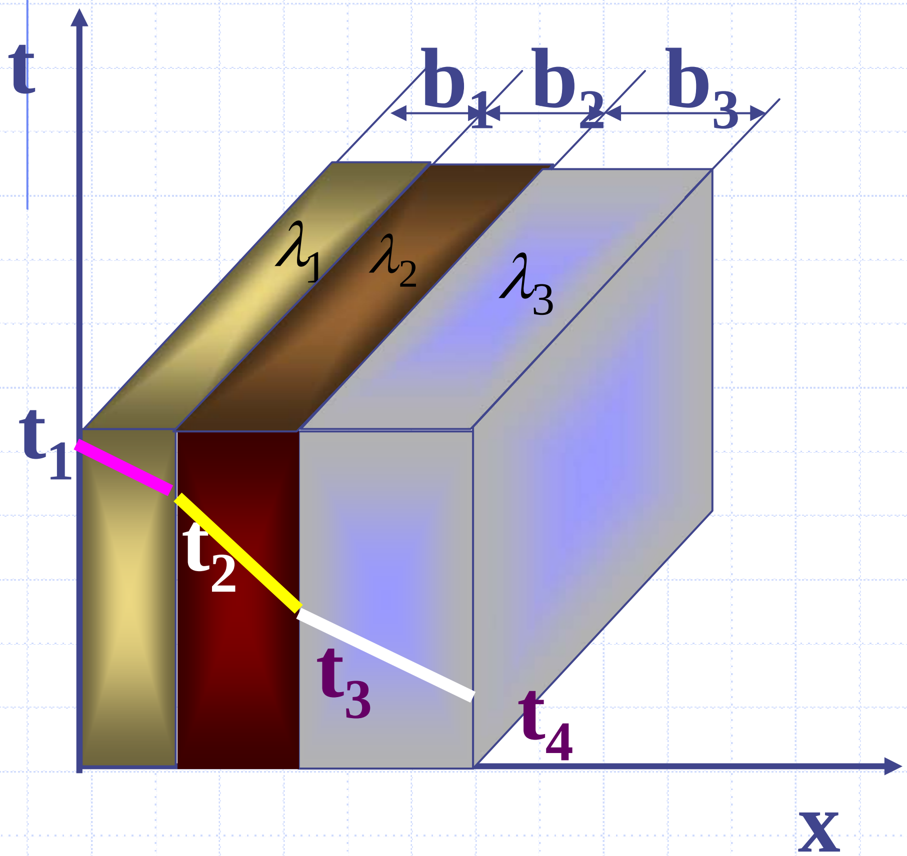


当**b<0**， **$\lambda = \lambda_0(1+bt)$**，随着**t**增大， λ 减小，高温区的温度梯度**dt/dx**较大。

西安交通大學

二、 通过多层平壁的稳定热传导

例：房屋的墙壁 — 白灰内层、水泥沙浆层、红砖（青砖）主体层等组成



假设：

(1) A大，b小；

(2) 材料均匀；

(3) 温度仅沿x变化，且不随时间变化。

(4) 各层接触良好，接触面两侧温度相同。

$$Q=\frac{t_1-t_2}{\dfrac{b_1}{\lambda_1 A}}=\frac{t_2-t_3}{\dfrac{b_2}{\lambda_2 A}}=\frac{t_3-t_4}{\dfrac{b_3}{\lambda_3 A}}$$

$$=\frac{\sum \Delta t_i}{\sum \dfrac{b_i}{\lambda_i A}}=\frac{t_1-t_4}{\sum\limits_{i=1}^{3}\dfrac{b_i}{\lambda_i A}}=\frac{t_1-t_4}{\sum R_i}=\frac{\text{总推动力}}{\text{总热阻}}$$

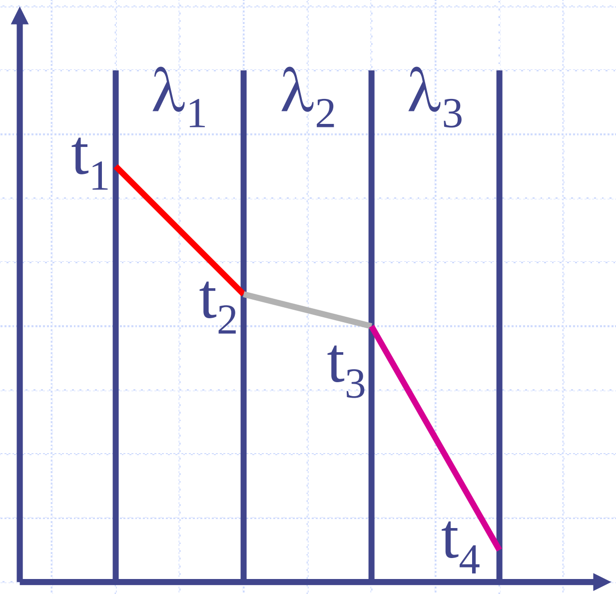
推广至n层： $$Q=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{b_i}{\lambda_i A}}=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n}R_i}$$

三、各层的温差

$$\left(t_1-t_2\right):\left(t_2-t_3\right):\left(t_3-t_4\right)=\frac{b_1}{\lambda_1 A}:\frac{b_2}{\lambda_2 A}:\frac{b_3}{\lambda_3 A}=R_1:R_2:R_3$$

思考：

厚度相同的三层平壁传热，温度分布如图所示，哪一层热阻最大，说明各层λ的大小排列。

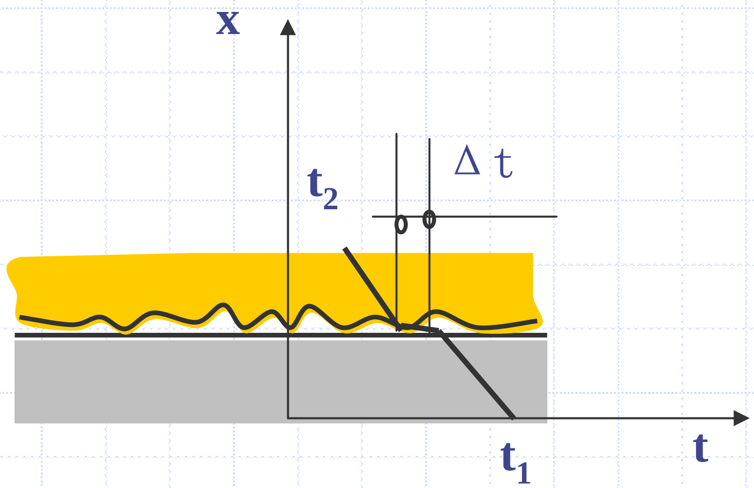


$$\lambda_2 > \lambda_1 > \lambda_3$$

温差与热阻成正比，与导热系数成反比

两壁面之间只有接触的地方才直接导热，在不接触处存在空隙。

热量是通过充满空隙的流体的导热、对流和辐射的方式传递的，因而存在传热阻力，称为接触热阻。(Thermal contact resistance）



接触热阻是普遍存在的，而目前对其研究又不充分，往往采用一些实际测定的经验数据。

通常，对于导热系数较小的多层壁导热问题接触热阻多不予考虑；但是对于金属材料之间的接触热阻就是不容忽视的问题。

例2－2由三层材料组成的加热炉炉墙。第一层为耐火砖。第二层为硅藻土绝热层，第三层为红砖，各层的厚度及导热系数分别为δ_1＝240mm，λ_1=1.04W/(m·℃)，δ_2＝50mm, λ_2=0.15W/(m·℃)，δ_3＝115mm，λ_3=0.63W/(m·℃)。炉墙内侧耐火砖的表面温度为1000℃。炉墙外侧红砖的表面温度为60℃。试计算硅藻土层的平均温度及通过炉墙的导热热流密度。

解：

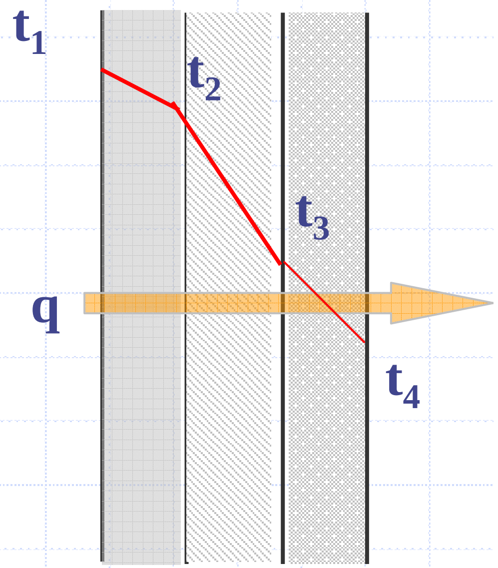
已知 δ_1＝0.24m，λ_1=1.04W/(m·℃)

δ_2＝0.05m，λ_2=0.15W/(m·℃)

δ_3＝0.115m，λ_3=0.63W/(m·℃)

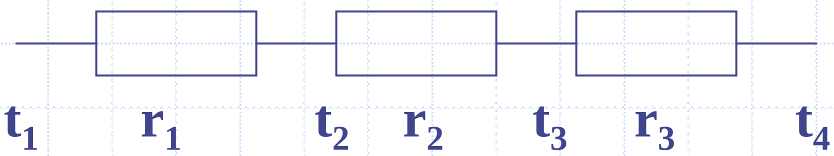
t_1=1000℃　t_2=60℃

$$q=\frac{t_1-t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\frac{\delta_3}{\lambda_3}}=1259W/m^2$$



$$t_2=t_1-q\frac{\delta_1}{\lambda_1}=700℃$$

$$t_3=t_2-q\frac{\delta_2}{\lambda_2}=289℃$$



硅藻土层的平均温度为

$$\frac{t_2+t_3}{2}=499℃$$

◆一个双层玻璃窗，高2m，宽1m，玻璃厚度0.3mm，玻璃的导热系数为1.05W/(mK)，双层玻璃中间的空气厚度为5mm，夹层中的空气完成静止，空气导热系数为0.025W/(mK)。如果冬季室内外玻璃表面温度为15 ℃和5 ℃，试求玻璃窗的散热损失为多少？

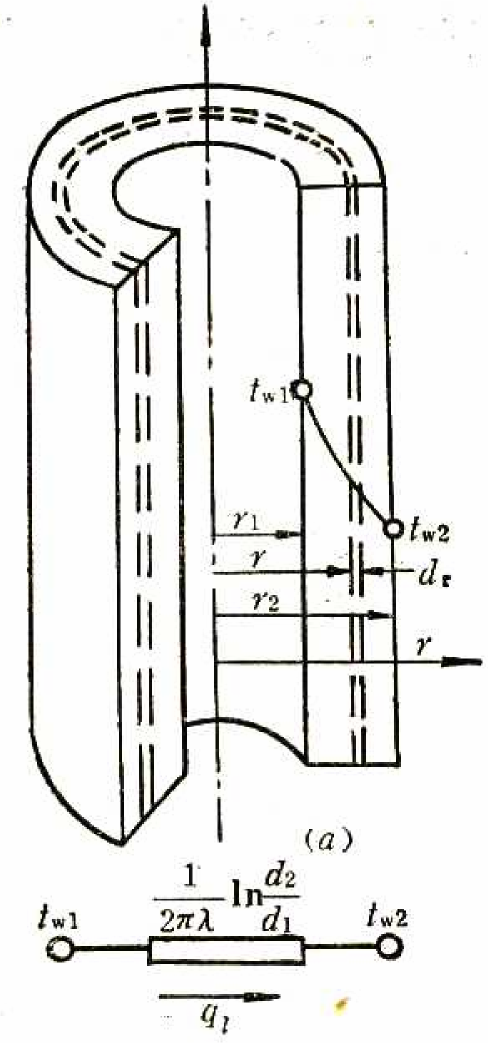
$$\frac{t_{w1}-t_{w2}}{R_1+R_2+R_3}=\frac{15-5}{\dfrac{0.003}{2\times0.5}+\dfrac{0.005}{2\times0.025}+\dfrac{0.003}{2\times0.5}}=94.3W$$

◆可见单层玻璃热阻为0.003K/W,空气夹层为0.1K/W,是玻璃的33.3倍。

◆采用单层玻璃的热损失？

4.2.5 通过圆筒壁的稳定热传导

一、 通过单层圆筒壁的稳定热传导



假定：

(1) 稳定温度场；

(2) 一维温度场。

比平壁复杂在于传热面积是个变量！

西安交通大學

取dr同心薄层圆筒，作热量衡算：

$$Q_r = Q_{r+dr} + 2\pi rldr\frac{\partial t}{\partial \theta}$$

对于稳定温度场 $\frac{\partial t}{\partial \theta} = 0$

$$\therefore \qquad Q_r = Q_{r+dr} = Q = \text{const}$$

傅立叶定律 $Q = -\lambda A\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}$

$$Q = -\lambda A\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = -\lambda \cdot 2\pi rl\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}$$

边界条件　$r = r_1$时，$t = t_1$　$r = r_2$时，$t = t_2$

得：
$$\int_{r_1}^{r_2} Q dr = -\int_{t_1}^{t_2} \lambda \cdot 2\pi \cdot r l dt$$

设λ不随t而变
$$Q = \frac{2\pi \cdot \lambda \cdot l(t_1 - t_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi \cdot l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

式中　Q —— 热流量或传热速率，W或J/s；

λ —— 导热系数，W/(m·℃)或W/(m·K)；

t_1,t_2 —— 圆筒壁两侧的温度，℃；

r_1,r_2 —— 圆筒壁内外半径，m。

讨论：

1. 上式可以为写

$$Q=\frac{2\pi\cdot\lambda\cdot l(t_1-t_2)(r_2-r_1)}{(r_2-r_1)\ln\frac{r_2}{r_1}}=\frac{\lambda\cdot(t_1-t_2)(A_2-A_1)}{b\ln\frac{A_2}{A_1}}$$

$$=\frac{(t_1-t_2)}{\frac{b}{\lambda A_m}}=\frac{\Delta t}{R}=\frac{\text{推动力}}{\text{热阻}}$$

$$A=2\pi\cdot rl$$

$$b=r_2-r_1$$

$$A_m=\frac{A_2-A_1}{\ln A_2/A_1}$$ 对数平均面积

2. $\dfrac{r_2}{r_1} < 2$ $\qquad A_m = \dfrac{A_1 + A_2}{2}$

3. 圆筒壁内的温度分布

$$\int_{r_1}^{r_2} Qdr = -\int_{t_1}^{t_2} \lambda \cdot 2\pi \cdot rldt$$

上限从 $r = r_2$时，$t = t_2$ 改为 $r = r$时，$t = t$

$$Q = -2\pi \cdot \lambda \cdot l(t - t_1)\ln\frac{r_1}{r} \quad \Rightarrow \quad t = t_1 - \frac{Q}{2\pi \cdot \lambda \cdot l}\ln\frac{r}{r_1}$$

t～r成对数曲线变化(假设λ不随t变化)

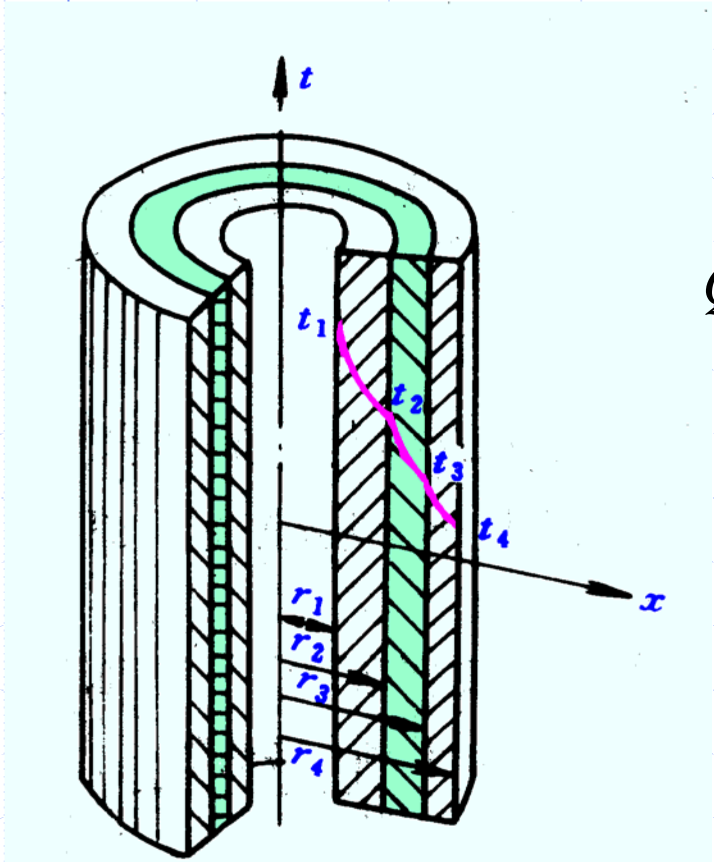
西安交通大學

$Q = -\lambda \frac{dt}{dr}(2\pi rL)$ ，r大，面积A大，dt/dr必然小；反之，A小处，dt/dr必然大。

4．平壁：各处的***Q***和***q***均相等；

圆筒壁：不同半径***r***处***Q***相等，但***q***却不等。

二、通过多层圆筒壁的稳定热传导



$$Q=\frac{2\pi L(t_1-t_2)}{\dfrac{1}{\lambda_1}\ln\dfrac{r_2}{r_1}}=\frac{2\pi L(t_2-t_3)}{\dfrac{1}{\lambda_2}\ln\dfrac{r_3}{r_2}}=\frac{2\pi L(t_3-t_4)}{\dfrac{1}{\lambda_3}\ln\dfrac{r_4}{r_3}}$$

$$=\frac{2\pi L(t_1-t_4)}{\sum\limits_{i=1}^{3}\dfrac{1}{\lambda_i}\ln\dfrac{r_{i+1}}{r_i}}$$

对于n层圆筒壁：

$$Q=\frac{2\pi L(t_1-t_{n+1})}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{r_{i+1}}{r_i}}=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{b_i}{\lambda_i A_{mi}}}=\frac{t_1-t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n}R_i}$$

$$Q=2\pi\cdot r_1 l q_1=2\pi\cdot r_2 l q_2=2\pi\cdot r_3 l q_3=\cdots$$

$$r_1 q_1=r_2 q_2=r_3 q_3=\cdots$$

式中 q_1,q_2,q_3分别为半径r_1,r_2,r_3处的热通量。

例题4.2.1

内径为15mm，外径为19mm的钢管，其λ_1 为20 W/m ℃，其外包扎一层厚度为30mm，λ_2为0.2 W/m ℃的保温材料，若钢管内表面温度为580℃,保温层外表面温度为80℃,试求:

(1)每米管长的热损失;

(2)保温层中的温度分布。

例题4.2.2

有一蒸汽管道，外径为25mm，管外包有两层保温材料，每层材料均厚25mm，外层保温材料与内层材料导热系数之比$\lambda_2/\lambda_1=5$，此时单位时间的热损失为Q；现工况将两层材料互换，且设管外壁与保温层外表面的温度t_1、t_3不变，则此时热损失为Q’，求Q’/Q=？

例：一根直径为3mm的铜导线，每米长的电阻为$2.22\times10^{-3}\,\Omega$。导线外包有1mm、导热系数0.15w/m.k的绝缘层。限定绝缘层的最高温度为65℃，最低温度0℃，试确定这种条件下导线中允许通过的最大电流。

解：最大允许通过电流发生在绝缘层表面温度为65℃，最低温度0℃的情形。此时每米导线的导热量：

$$\frac{Q}{l}=2\pi\lambda\frac{\Delta t}{\ln{d_2}/{d_1}}=3.14\times0.15\times\frac{65}{\ln{5}/{3}}=119.9W/m$$

最大允许通过电流满足

$$I_m^2 R = 119.9$$

$$I_m = 232.4A$$

例：一直径为30mm、壁温为100℃的管子向温度为20℃的环境散热，热损失率为100W/m。为把热损失减小到50W/m，有两种材料可以同时被利用。材料A的导热系数为0.5 w/m•K，可利用度为$3.14\times10^{-3}m^3/m$；材料B的导热系数为0.1 w/m•K，可利用度为$4.0\times10^{-3}m^3/m$。试分析如何敷设这两种材料才能达到上要求。假设敷设这两种材料后，外表面与环境间的表面传热系数与原来一样。

解：对表面的换热系数α应满足下列热平衡式：

$$\alpha(100-20)\times 3.14\times 0.03=100$$

由此得α **=13.27 w/m²•K**

每米长管道上绝热层每层的体积为

$$V=\frac{\pi}{4}(d_{i+1}{}^{2}-d_{i}{}^{2})$$

当**B**在内，**A**在外时，**B**与**A**材料的外径为$\mathbf{d_2}$、$\mathbf{d_3}$可分别由上式得出。

$$d_2 = \sqrt{V/0.785 + d_1^2} = \sqrt{4\times10^{-3}/0.785 + 0.03^2} = 0.0774$$

$$d_3 = \sqrt{V/0.785 + d_2^2} = \sqrt{3.14\times10^{-3}/0.785 + 0.0774^2} = 0.1$$

此时每米长度上的散热量为：

$$\frac{Q}{l} = \frac{100-20}{\dfrac{\ln(77.4/30)}{6.28\times0.1} + \dfrac{\ln(100/77.4)}{6.28\times0.5} + \dfrac{1}{13.27\times3.14\times0.1}} = 43.7$$

当**A**在内，**B**在外时，**A**与**B**材料的外径为$\mathbf{d_2}$、$\mathbf{d_3}$可分别由上式得出。

$$d_2 = \sqrt{V/0.785 + d_1^2} = \sqrt{3.14\times10^{-3}/0.785 + 0.03^2} = 0.07$$

$$d_3 = \sqrt{V/0.785 + d_2^2} = \sqrt{4\times10^{-3}/0.785 + 0.07^2} = 0.1$$

此时每米长度上的散热量为:

$$\frac{Q}{l} = \frac{100-20}{\frac{\ln(70/30)}{6.28\times0.5} + \frac{\ln(100/70)}{6.28\times0.1} + \frac{1}{13.27\times3.14\times0.1}} = 74.2$$

绝热性能好的材料**B**在内才能实现要求。

西安交通大學

作业：1、2、5