## Modeling Current-Controlled Buck PWM DC-DC Converters

WU Shuang-ju, WU Jin

(Microelectronic Center, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract : Current-Controlled PWM Switching Regulators have been widely used nowadays. In this article, the derivation of transfer functions of the power stage in the system is presented, and then a block diagram of the whole system is porposed. The model is partly verified by an example on analyzing an average-current-controlled converter. Key words : buck PWM DC-DC converter ; modeling ; current loop gain EEACC : 1290B ; 8360 ; 6120

# 电流环控制的降压 PWM 开关电源系统的建模分析

### 吴霜菊,吴 金

(东南大学微电子中心, 南京 210096)

**摘要:PWM**开关电源系统普遍采用电流、电压双闭环控制。在建立**PWM**降压开关电源功率级模型的基础上,得出 基于平均电流控制的降压**PWM**开关电源的系统传递函数框图,并用 Matlab 对电流环增益进行了分析。 关键词:降压 PWM开关电源;建模;电流环增益

中图分类号 :IN86 文献标识码 :A 文章编号 :1005 - 9490 (2003) 04 - 0457 - 04

随着便携式电子设备产品的发展,**PWM DC-DC** 开关电源获得了广泛应用。在系统的功率级电路 中,主开关和辅助开关呈现非线性特性,给系统建模 增加了难度,但系统中除主开关和辅助开关外,其余 部分均是线性电路。因此,系统分析的关键在功率 级模型的建立。

本文从 PWM 降压开关电源的拓扑结构和功率 开关的线性等效电路入手,研究功率级的传递函数, 再与控制电路的模型相结合,提出了整个系统的框 图结构,它适于采用双闭环控制的 PWM 开关电源系 统。通过应用 Matlab 分析一个基于平均电流控制的 PWM 降压开关电源系统的实例,这些传递函数的准 确性得到验证。

#### 1 功率开关的线性等效电路

图1给出了PWM降压开关电源系统的拓扑图,



图1 PWM降压开关电源拓扑图

其中 r。为滤波电容 C 的寄生电阻。从三端网络的 观点考察其中的 PWM 功率开关<sup>[11]</sup> a 端为主开关 ;p 端为辅助开关,即整流管 ;c 端为两管的公共端。文 献[1]给出网络各端口的电流电压与系统的稳态分 量和瞬态分量之间的相互关系式为:

$$\mathbf{i}_{a} = \mathbf{D}\mathbf{i}_{c} + \mathbf{I}_{c}\mathbf{d}$$
(1)

收稿日期:2003-06-25

① 作者简介:吴霜菊(1972-),女,硕士生。从事模拟和数?模混合集成电路与系统研究,lanyn8968@163.ccm.

$$\mathbf{v}_{ap} = \frac{\mathbf{v}_{ap}}{\mathbf{D}} - \frac{\mathbf{V}_{ap}}{\mathbf{D}}\mathbf{d}$$
(2)

式中 D表示系统稳定状态下的占空比,d为D的扰 动量;各大写电压、电流符号表示稳态分量,小写电 压、电流符号表示瞬态分量。由此导出开关级的线 性等效电路如图2。



图 2 功率开关的线性等效电路

#### 2 降压开关电源的功率级的模型

将开关级的线性等效电路嵌入 PWM 降压开关 电源拓扑图中,得图3(a)所示等效电路。很明显,负 载电压 vs 和电感电流 iL 同时受输入电压 vs 和占空 比扰动 d 的调节。欲分析功率级的工作状况,首先 需要考虑各种因素独立作用的影响,即必须先求出 以下四个传递函数<sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{V}_{0}(\mathbf{s})}{\mathbf{V}_{g}(\mathbf{s})} |_{d=0} \quad \mathbf{M}_{i} = \frac{\mathbf{I}_{L}(\mathbf{s})}{\mathbf{V}_{g}(\mathbf{s})} |_{d=0}$$
$$\mathbf{T}_{pi} = \frac{\mathbf{I}_{L}(\mathbf{s})}{\mathbf{D}(\mathbf{s})} |_{\mathbf{v}_{g}=0} \text{ fl } \mathbf{T}_{p} = \frac{\mathbf{V}_{0}(\mathbf{s})}{\mathbf{D}(\mathbf{s})} |_{\mathbf{v}_{g}=0} \text{ o}$$



图 3 不同条件下的功率级线性等效电路

 $\mathbf{R}_{\mathrm{L}}$  > >  $\mathbf{r}_{\mathrm{c}}$ ,经整理后得到:

$$\mathbf{M}_{i} = \frac{\mathbf{I}_{c}(\mathbf{s})}{\mathbf{V}_{g}(\mathbf{s})} \approx \frac{\mathbf{D}}{\mathbf{R}_{c}} \cdot \frac{1 + (\mathbf{R}_{c} + \mathbf{r}_{c}) \mathbf{Cs}}{1 + (\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}_{c}} + \mathbf{Cr}_{c}) \mathbf{s} + \mathbf{LCs}^{2}}$$
(6)

4) 求 T<sub>pi</sub>

令  $V_{g} = 0$ ,得图 3(d) 电路。由  $V_{cp}(s) = DV_{bp}(s)$ 以及初、次级两侧的回路电压方程,得:

$$\mathbf{D} \cdot \frac{\mathbf{V}_{ap}}{\mathbf{D}} \mathbf{D}(\mathbf{s}) = \mathbf{I}_{L}(\mathbf{s}) \cdot \{\mathbf{L}\mathbf{s} + \mathbf{R}_{L}??[\mathbf{r}_{C} + (1?\mathbf{C}\mathbf{s})]\}$$
(7)

代入 
$$\mathbf{V}_{ap} = \mathbf{V}_{g}$$
,可得  

$$\mathbf{T}_{pi} = \frac{\mathbf{I}_{L}(\mathbf{s})}{\mathbf{D}(\mathbf{s})} \approx \frac{\mathbf{V}_{g}}{\mathbf{R}} \cdot \frac{1 + (\mathbf{R}_{L} + \mathbf{r}_{C}) \mathbf{C}\mathbf{s}}{1 + (\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}_{L}} + \mathbf{C}_{C}) \mathbf{s} + \mathbf{I}\mathbf{C}\mathbf{s}^{2}}$$
(8)

令 d = 0,得图 3(c)。由  $V_{cp}(s) = DV_{g}(s)$ 及次级侧的

$$\mathbf{V}_{0}(\mathbf{s}) = \mathbf{D}\mathbf{V}_{g}(\mathbf{s}) \cdot \frac{\mathbf{R}_{c} ??[\mathbf{r}_{c} + (1?\mathbf{C}\mathbf{s})]}{\mathbf{L}_{s} + \mathbf{R}_{c}??[\mathbf{r}_{c} + (1?\mathbf{C}\mathbf{s})]} (3)$$

见图 3(b)。在初级侧有  $V_{ap} = V_g$ ;在次级侧有

 $V_{cp} = V_0$ ,  $I_c = V_{cp}$ ? R\_,结合 PWM 降压开关电源的稳

考虑到  $\mathbf{R}$  > >  $\mathbf{r}_{c}$ ,整理后有:

1) 稳态直流分析

2) 求**M** 

分压关系,列得:

态关系式  $V_0 = DV_g$ ,有  $I_s = DV_g$ ? R\_。

$$\mathbf{M}_{r} = \frac{\mathbf{V}_{0}(\mathbf{s})}{\mathbf{V}_{g}(\mathbf{s})} \approx \mathbf{D} \frac{1 + \mathbf{r}_{C}\mathbf{C}\mathbf{s}}{1 + (\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}_{L}} + \mathbf{C}\mathbf{r}_{C})\mathbf{s} + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{s}^{2}}$$
(4)

3) 求Mi

> 由图3(c),根据次级侧回路电压方程,有:  $\mathbf{I}_{\mathrm{L}}(\mathbf{s}) \cdot \{\mathbf{L}_{\mathrm{S}} \mathbf{R}_{\mathrm{L}}??[\mathbf{r}_{\mathrm{C}} + (1?\mathbf{C}_{\mathrm{S}})]\} = \mathbf{D} \mathbf{V}_{\mathrm{g}}(\mathbf{s}) \quad (5)$ 5) 求 T

 $V_{o}(s) = I_{L}(s) \cdot \{R_{c}??[r_{c} + (1?Cs)]\}$  (9) 由式(8)有  $I_{L}(s) = T - pi \cdot D(s)$ ,代入(9)式,即可 得:

$$\mathbf{T}_{p} = \frac{\mathbf{V}_{0}(\mathbf{s})}{\mathbf{D}(\mathbf{s})} \approx \mathbf{V}_{g} \cdot \frac{1 + \mathbf{r}_{C}\mathbf{C}\mathbf{s}}{1 + (\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}} + \mathbf{C}\mathbf{r}_{C})\mathbf{C}\mathbf{s} + \mathbf{I}\mathbf{C}\mathbf{s}^{2}}$$
(10)

式(4)、(6)、(8)、(10)即为**PWM**降压开关电压 系统的功率级的主要传递函数。应用叠加原理,并 考虑  $v_0$ 和  $v_g$ 对占空比的前馈影响因子  $G_0$ 、 $G_6$ <sup>[3]</sup>, 可建立功率级的传递函数框图。

#### 3 系统实例分析

采用平均电流控制的 PWM 降压开关电源系统 结构如图 4。控制电路包含两个负反馈环路:内环 为由电流检测放大器、电流调节器、占空比调制器和 功率级组成的电流控制环:外环则是包含了电阻分 压器、误差放大器、电流调节器、占空比调制器和功 率级的电压控制环。本文综合控制电路复频域模 型<sup>[3,4]</sup>(详见附录 1),提出基于平均电流控制的 PWM 降压开关电源系统的完整的模型如图 5。



图4 采用平均电流控制的 PWM 降压开关电源系统图

电流环环路增益 T<sub>i</sub>(s)定义为在复频域中,当 电压环开路时,电流环的开环增益。因为采用双闭 环控制,系统存在稳定性问题<sup>[5]</sup>,所以分析 T<sub>i</sub>(s)对 设定电流调节器的电路参数、以及综合平衡系统的 稳定性和快速性有重要意义。

由图5断开电压负反馈环,算得电流环环路增



图 5 采用平均电流控制的 PWM 降压开关电源系统框图 益  $T_i(s) = T_{pi} R_i G_{TL}(s) F_m$ 。参照文献[3]提供的电 路参数值,通过 Matlab 模型画出  $T_i(s)$ 的 Bode 图如 图 6 所示。为验证本文提出的模型的准确性,文献 [3]的理论结果也在图 6 中给出。

#### 4 结 论

本模型能准确反映电流环环路增益的低频增益、截止频率和相位裕度。因为考虑了 r。的影响,本文的结果更逼近实际情况。另外,由于功率级模型也采用了框图形式,各环节与实际电路结构对应更为明确,有利于系统的分析与设计。

若移除图 4 中的电流调节器,令图 5 电流环中的  $G_{L}(s) = 1$ ,并去掉电压环中的 1 +  $G_{L}(s)$ 环节,可得到采用峰值电流控制的 PWM 降压开关电源系统的框图。

准确的数学模型是进行系统分析与设计的必要 工具,利用本模型和 Matlab 软件可以很方便地对系 统进行分析、设计与调试。

附录1 控制电路各环节传递函数<sup>[3,4]</sup>  $R_i = A_{L2} \cdot R_s$ ;  $G_C(S) = -\frac{1}{R} \cdot \frac{sR_c C_c + 1}{s(sR_c C_c C_c + C_c + C_c)}$ ;  $H = \frac{R_s}{R_s + R_i}$ ;  $G_L(s) = \frac{\omega_{CL}}{s} \cdot \frac{1 + s? \omega_{CLZ}}{1 + s? \omega_{CLR}}$ , 其中  $\omega_{CLI} = 1?[R_{CL} (C_{CL} + C_{CL2})]$ ,  $\omega_{CLZ} = 1?R_{CL2} C_{CL2})$ ,  $\omega_{CLP} = (C_{CL} + C_{CL2})?(R_{CL2} C_{CL1} C_{CL2})$ ;



$$\mathbf{F}_{m} = \frac{1}{\mathbf{V}_{PP}}$$

由上表数据可知,散热器材料选取铜或者铝对 于散热器性能并没有太大影响,这表明限制散热器 热阻的一般是固体 - 流体表面的热阻。如果散热器 表面未进行氧化处理,对于散热器热阻和性能有较 大影响。所以散热器一般都要进行煮黑氧化处理, 降低散热器热阻,减小热源结温,使得器件更安全可 靠工作。

#### 3 误差分析

选取热源与散热器上的若干点,分别进行软件 模拟分析与实际热测量,热测量采用的是 HP 34970A温度测量仪,测温误差为±0.5℃,得到的结 果见表9所示:

表9 模拟分析与实际测量温度对照表

	1	2	3	4	5
软件模拟分析值 ℃	42.1	47.9	52.7	49.3	44 .9
实际测量值 ℃	44.3	49.7	55.9	52.3	47.1
误差 %	4.9	3.6	5.7	5.7	4.6

误差 = 
$$\left| \frac{ \Delta \text{ 所 } \hat{\text{ I } } - \text{ 实 测 } \hat{\text{ I } } \right| \times 100 \%$$

从表9可以看出,模拟分析的最大误差为5.7%,满 足工程要求。 参考文献:

- Vatche Vorperian. Simplified Analysis of PWM Converters Using Model of PWM Switch Part I :Continuous Conduction Mode[J]. IEEE Transactions on Aerospace and electronic systems, 1990, 26 (3):490 - 496.
- Marian K. Kazimierczuk. Transfer Function of Current Modulator in PWM Converters with Current-Mode Control [J].
   IEEE transactions on circuits and systems, 2000, 47 (9): 1407 1412.
- [3] Philip Cooke . Modeling Average Current Mode Control [J] .IEEE 2000 : 256 262 .
- [4] Wei Tang; Fred C. Lee and Raymond B. Ridley. Small-Signal Modeling of Average Current-Mode Control [J]. IEEE Transactions on power electronics, 1993,8(2):112-119.
- [5] Tse C K and Lai Y M. Control of Bifurcation in Current-Programmed DC:DC Converters 'A Reexamination of Slop Compensation [C]. In :IEEE International symposium on circuits and systems, geneva Switzerland 2000 :F671 - F674.

#### 4 小 结

在上述改变散热器各几何参数中,并没有改变 基座的几何参数,由于散热器主要是靠肋片增加散 热器表面积达到有效散热,基座对于散热器的影响 并不明显。而且改变基座的尺寸在工程实际中不易 实现,还会使散热器成本太高。因此一般散热器优 化设计时不考虑散热器基座的尺寸。

综合以上数据分析可知,散热器肋片的厚度对 散热器性能的影响不如散热器其他几何参数的影响 明显。而肋片高度对散热器散热性能的影响比肋片 长度影响大,适当增加散热器肋片的长度、高度和厚 度可以增加散热面积,改善散热效果,但散热器尺寸 大到一定程度时,对于散热器散热性能的影响不明 显,还会增加体积、重量和成本。因此,在进行散热 器优化设计时,应考虑影响散热器散热性能的主要 因素,合理选择散热器的几何尺寸,在保证散热器体 积小、重量轻的情况下达到最佳的散热效果。

#### 参考文献:

- [1] 余建祖.电子设备热设计及分析技术[**M**],北京航空航 天大学.2000.
- [2] 王健石.半导体器件散热器图册[M],中国标准出版 社.1995.
- [3] Seri Lee, Optimm Design and Selection of Heat Sink [J], 1995, IEEE Tians on Components, Packing, and ManufacturingTechnology, PartA, 1995, 8 (4) 812 – 816.