

第3章 磁路和变压器

学习要点

- 简单磁路概念和分析方法
- 变压器工作原理

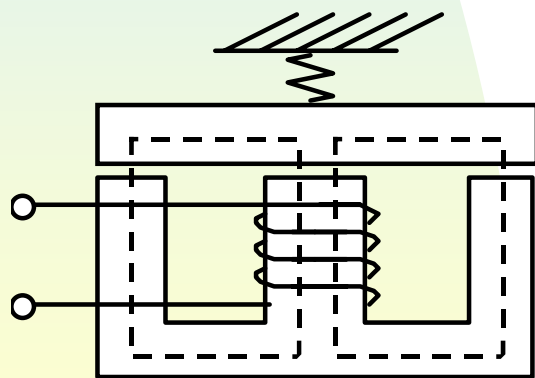
- 3.1 磁路

- 3.2 变压器

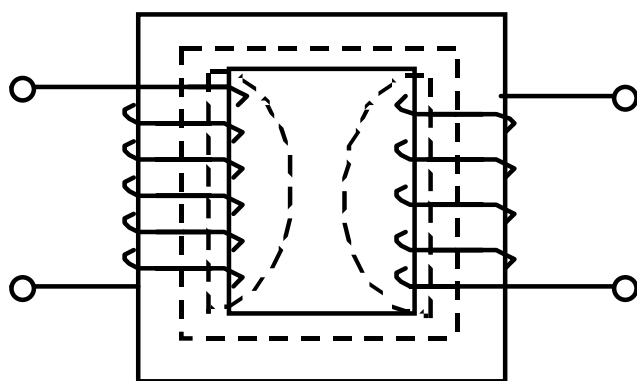


3.1 磁路

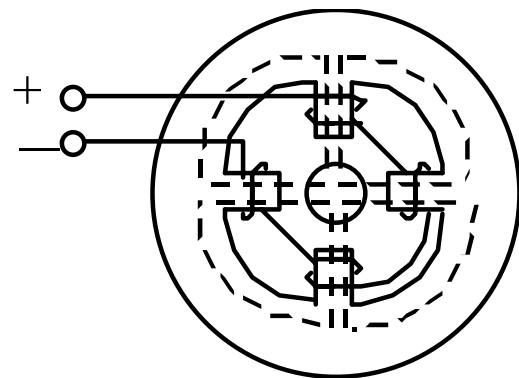
实际电路中有大量电感元件的线圈中有铁心。线圈通电后铁心就构成磁路，磁路又影响电路。因此电工技术不仅有电路问题，同时也有磁路问题。



(a) 电磁铁的磁路



(b) 变压器的磁路



(c) 直流电机的磁路



3.1.1 磁路的基本物理量

1. 磁感应强度 B

磁感应强度 B 是表示磁场内某点磁场强弱及方向的物理量。 B 的大小等于通过垂直于磁场方向单位面积的磁力线数目， B 的方向用右手螺旋定则确定。单位是特斯拉(T)。

2. 磁通 Φ

均匀磁场中磁通 Φ 等于磁感应强度 B 与垂直于磁场方向的面积 S 的乘积，单位是韦伯(Wb)。

$$\Phi = BS$$



3. 磁导率 μ

磁导率 μ 表示物质的导磁性能，单位是亨/米(H/m)。

真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

非铁磁物质的磁导率与真空极为接近，铁磁物质的磁导率远大于真空的磁导率。相对磁导率 μ_r ：物质磁导率与真空磁导率的比值。非铁磁物质 μ_r 近似为1，铁磁物质的 μ_r 远大于1。



4. 磁场强度 H

$$H = \frac{B}{\mu}$$

或 $B = \mu H$

磁场强度只与产生磁场的电流以及这些电流分布有关，而与磁介质的磁导率无关，单位是安 / 米（ A / m ）。是为了简化计算而引入的辅助物理量。



3.1.2 磁场的基本定律

1. 安培环路定律

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I$$

计算电流代数和时，与绕行方向符合右手螺旋定则的电流取正号，反之取负号。

若闭合回路上各点的磁场强度相等且其方向与闭合回路的切线方向一致，则：

$$Hl = \sum I = NI = F$$

$F=NI$ 称为磁动势，单位是安（A）。



2. 磁路欧姆定律

$$\Phi = BS = \mu HS = \mu \frac{NI}{l} S = \frac{NI}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{F}{R_m}$$

$R_m = \frac{l}{\mu S}$ 称为磁阻，表示磁路对磁通的阻碍作用。

因铁磁物质的磁阻 R_m 不是常数，它会随励磁电流 I 的改变而改变，因而通常不能用磁路的欧姆定律直接计算，但可以用于定性分析很多磁路问题。



3. 电磁感应定律

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

式中 N 为线圈匝数。感应电动势的方向由 $\frac{d\Phi}{dt}$ 的符号与感应电动势的参考方向比较而定出。当 $\frac{d\Phi}{dt} > 0$ ，即穿过线圈的磁通增加时， $e < 0$ ，这时感应电动势的方向与参考方向相反，表明感应电流产生的磁场要阻止原磁场的增加；当 $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ ，即穿过线圈的磁通减少时， $e > 0$ ，这时感应电动势的方向与参考方向相同，表明感应电流产生的磁场要阻止原磁场的减少。



3.1.3 铁磁材料的磁性能

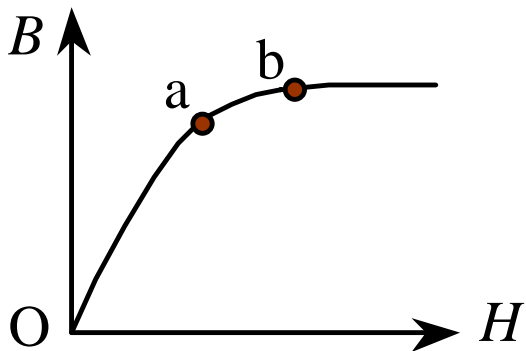
高导磁性：磁导率可达 $10^2 \sim 10^4$ ，由铁磁材料组成的磁路磁阻很小，在线圈中通入较小的电流即可获得较大的磁通。

磁饱和性： B 不会随 H 的增强而无限增强， H 增大到一定值时， B 不能继续增强。

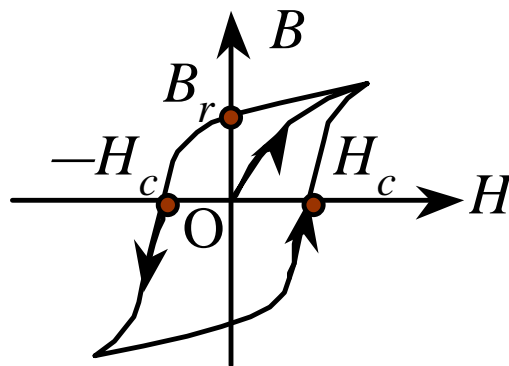
磁滞性：铁心线圈中通过交变电流时， H 的大小和方向都会改变，铁心在交变磁场中反复磁化，在反复磁化的过程中， B 的变化总是滞后于 H 的变化。



磁化曲线



磁滞回线



铁磁材料的类型：

软磁材料：磁导率高，磁滞特性不明显，矫顽力和剩磁都小，磁滞回线较窄，磁滞损耗小。

硬磁材料：剩磁和矫顽力均较大，磁滞性明显，磁滞回线较宽。

矩磁材料：只要受较小的外磁场作用就能磁化到饱和，当外磁场去掉，磁性仍保持，磁滞回线几乎成矩形。

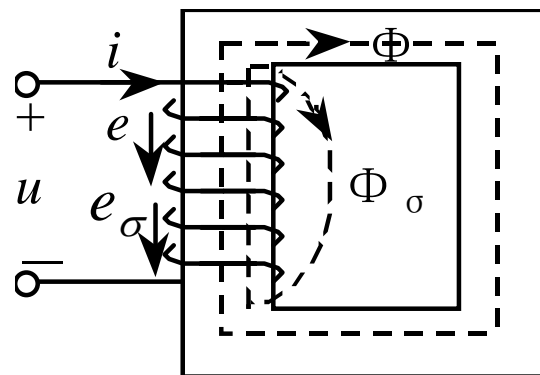


3.1.4 交流铁心线圈电路

1. 电压、电流和磁通的关系

设线圈的电阻为 R ，主磁电动势为 e 和漏感电动势为 e_{σ} ，由KVL，有：

$$u + e + e_{\sigma} = iR$$



设主磁通按正弦规律变化： $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ ，则：

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\omega N \Phi_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

e 的有效值为：

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega N \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4.44 f N \Phi_m$$



设漏磁电感为 L_σ ，

$$e_\sigma = -L_\sigma \frac{di}{dt}$$

则：

$$\therefore u = iR + (-e_\sigma) + (-e) = iR + L_\sigma \frac{di}{dt} + N \frac{d\Phi}{dt} = u_R + u_\sigma + u'$$

写成相量形

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_\sigma \dot{I} + \dot{U}' = \dot{U}_R + \dot{U}_\sigma + \dot{U}'$$

式：

式中 $X_\sigma = \omega L_\sigma$ 为漏磁感抗，简称漏抗。由于线圈的电阻 R 和漏磁通 Φ_σ 都很小， R 上的电压和漏感电动势 e_σ 也很小，与主磁电动势比较可以忽略不计。于是：

$$u \approx -e = u' = N \frac{d\Phi}{dt}$$

表明在忽略线圈电阻 R 及漏磁通 Φ_σ 的条件下，当线圈匝数 N 及电源频率 f 为一定时，主磁通的幅值 Φ_m 由励磁线圈外的电压有效值 U 确定，与铁心的材料及尺寸无关。



2. 功率损耗

$$P = UI \cos \varphi = \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R + I^2 R_0$$

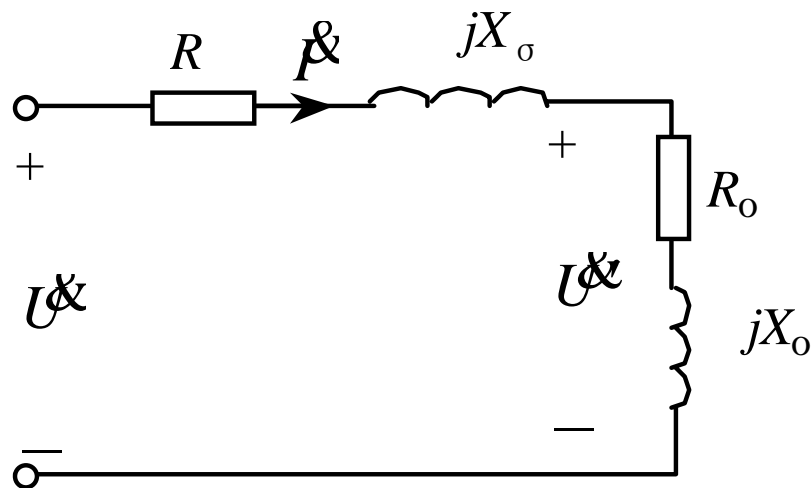
式中 I 是线圈电流， R 是线圈电阻， R_0 是和铁损相应的等效电阻。

铜损 $\Delta P_{\text{Cu}} = I^2 R$ 由线圈导线发热引起。

铁损 $\Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R_0$ 主要是由磁滞和涡流产生的。

3. 等效电路

图中 X_0 是反映线圈能量储放的等效感抗。



例：有一铁心线圈，接到 $U = 220 \text{ V}$ 、 $f = 50 \text{ Hz}$ 的交流电源上，测得电流 $I = 2 \text{ A}$ ，功率 $P = 50 \text{ W}$ 。

(1) 不计线圈电阻及漏磁通，试求铁心线圈等效电路的 R_o 及 X_o ；

(2) 若线圈电阻 $R = 1 \Omega$ ，试计算该线圈的铜损及铁损。

解：(1) 由 $P = UI \cos \varphi$ ，得：
$$\varphi = \arccos \frac{P}{UI} = \arccos \frac{50}{220 \times 2} = 83.5^\circ$$

阻抗：
$$Z = R_o + jX_o = \frac{U}{I} \angle \varphi = \frac{220}{2} \angle 83.5^\circ = 110 \angle 83.5^\circ = 12.5 + j109.3 \Omega$$

$$R_o = 12.5 \Omega, \quad X_o = 109.3 \Omega$$

(2) 铜损：
$$\Delta P_{\text{Cu}} = I^2 R = 2^2 \times 1 = 4 \text{ W}$$

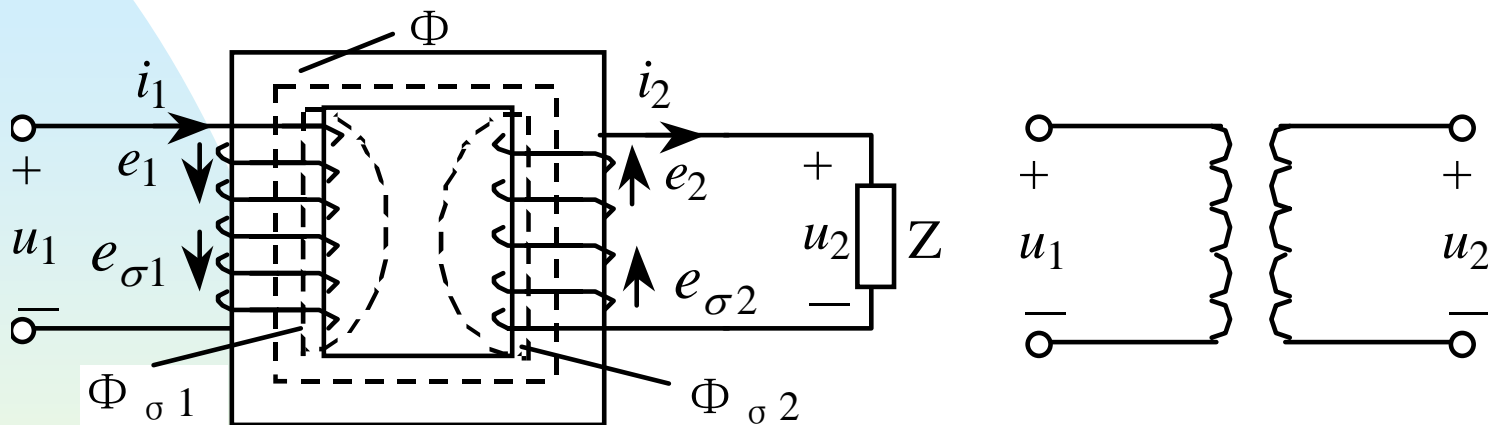
铁损：
$$\Delta P_{\text{Fe}} = P - \Delta P_{\text{Cu}} = 50 - 4 = 46 \text{ W}$$

或：
$$\Delta P_{\text{Fe}} = I^2 R'_o = 2^2 \times (12.5 - 1) = 46 \text{ W}$$



3.2 变压器

3.2.1 变压器的工作原理



(a) 变压器结构示意图

(b) 变压器的符号

原绕组匝数为 N_1 ，电压 u_1 ，电流 i_1 ，主磁电动势 e_1 ，漏磁电动势 $e_{\sigma 1}$ ；副绕组匝数为 N_2 ，电压 u_2 ，电流 i_2 ，主磁电动势 e_2 ，漏磁电动势 $e_{\sigma 2}$ 。



1. 电压变换

原绕组的电压方程 $U_1 = R_1 I_1 + jX_{\sigma 1} I_1 - E_1$

忽略电阻 R_1 和漏抗 $X_{\sigma 1}$ 的电压, $U_1 \approx -E_1$

则: $U_1 \approx E_1 = 0.44 f N_1 \Phi_m$

副绕组的电压方程 $U_2 = E_2 - R_2 I_2 - jX_{\sigma 2} I_2$

空载时副绕组电流 $I_2 = 0$, 电压 $U_{20} = E_2$

$$U_{20} = E_2 = 0.44 f N_2 \Phi_m$$

$$\frac{U_1}{U_{20}} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

k 称为变压器的变比。



在负载状态下，由于副绕组的电阻 R_2 和漏抗 X_{σ_1} 很小，其上的电压远小于 E_2 ，仍有：

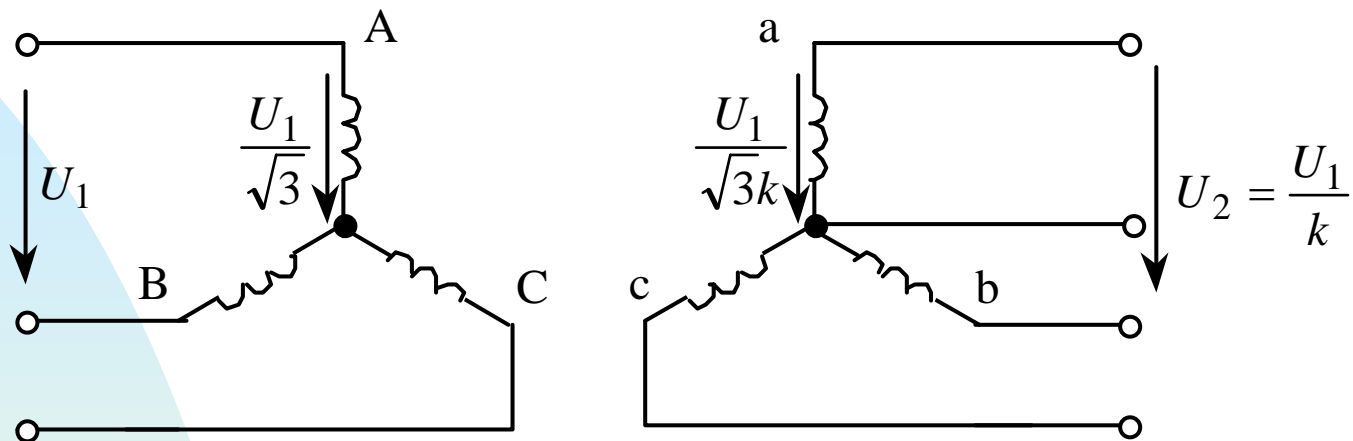
$$U_2 \approx E_2$$

$$U_2 \approx E_2 = 0.44 f N_2 \Phi_m$$

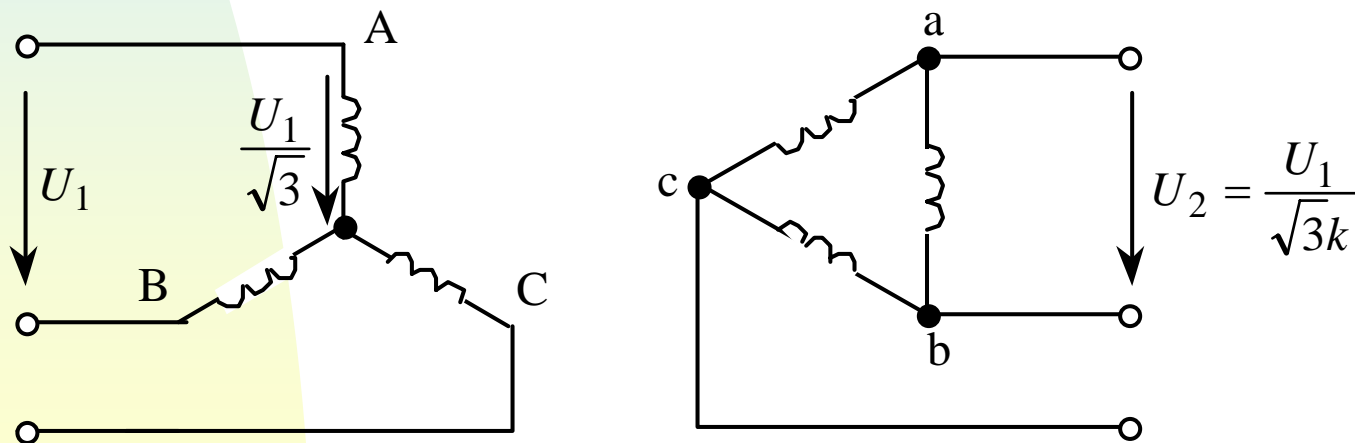
$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$



三相变压器的两种接法及电压的变换关系



(a) Y/Y₀连接



(b) Y/Δ连接



2. 电流变换

由 $U_1 \approx E_1 = 4.44 N_1 f \Phi_m$ 可知， U_1 和 f 不变时， E_1 和 Φ_m 也都基本不变。因此，有负载时产生主磁通的原、副绕组的合成磁动势（ $i_1 N_1 + i_2 N_2$ ）和空载时产生主磁通的原绕组的磁动势 $i_0 N_1$ 基本相等，即：

$$i_1 N_1 + i_2 N_2 = i_0 N_1$$

$$\mathcal{F}_1 N_1 + \mathcal{F}_2 N_2 = \mathcal{F}_0 N_1$$

空载电流 i_0 很小，可忽略不计。

$$\mathcal{F}_1 N_1 \approx -\mathcal{F}_2 N_2$$

$$\frac{I_1}{I_2} \approx \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$



3. 阻抗变换

设接在变压器副绕组的负载阻抗 Z 的模为 $|Z|$ ，则：

$$|Z| = \frac{U_2}{I_2}$$

Z 反映到原绕组的阻抗模 $|Z'|$

$$|Z'| = \frac{U_1}{I_1} = \frac{kU_2}{\frac{I_2}{k}} = k^2 \frac{U_2}{I_2} = k^2 |Z|$$



例：设交流信号源电压 $U = 100 \text{ V}$ ，内阻 $R_o = 800 \ \Omega$ ，负载 $R_L = 8 \ \Omega$ 。

(1) 将负载直接接至信号源，负载获得多大功率？

(2) 经变压器进行阻抗匹配，求负载获得的最大功率是多少？变压器变比是多少？

解：(1) 负载直接接信号源时，负载获得功率为：

$$P = I^2 R_L = \left(\frac{U}{R_o + R_L} \right)^2 R_L = \left(\frac{100}{800 + 8} \right)^2 \times 8 = 0.123 \text{ W}$$

(2) 最大输出功率时， R_L 折算到原绕组应等于 $R_o = 800 \ \Omega$ 。负载获得的最大功率为：

$$P_{\max} = I^2 R'_L = \left(\frac{U}{R_o + R'_L} \right)^2 R'_L = \left(\frac{100}{800 + 800} \right)^2 \times 800 = 3.125 \text{ W}$$

变压器变比为：

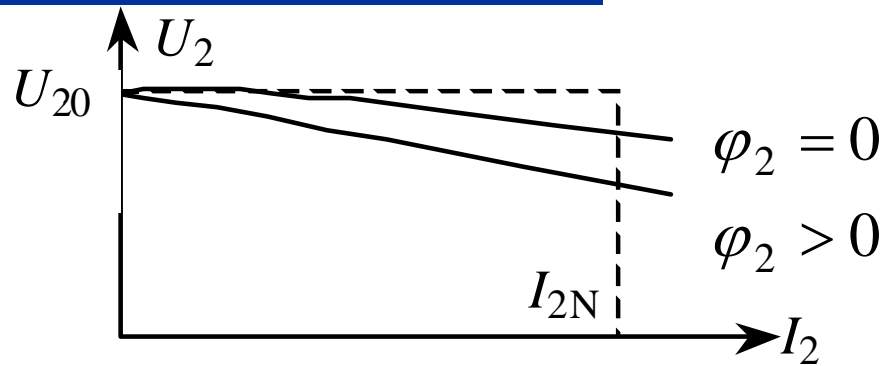
$$k = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_o}{R_L}} = \sqrt{\frac{800}{8}} = 10$$



3.2.2 变压器的使用

1. 外特性

$$\Delta U = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} \times 100\%$$



电压变化率反映电压 U_2 的变化程度。通常希望 U_2 的变动愈小愈好，一般变压器的电压变化率约在5%左右。

2. 损耗与效率

损耗：
$$\Delta P = \Delta P_{\text{Cu}} + \Delta P_{\text{Fe}}$$

铜损：
$$\Delta P_{\text{Cu}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$

铁损 ΔP_{Fe} 包括磁滞损耗和涡流损耗。



效率： $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P}$

3. 额定值

(1) 额定电压 U_N ：指变压器副绕组空载时各绕组的电压。三相变压器是指线电压。

(2) 额定电流 I_N ：指允许绕组长时间连续工作的线电流。

(3) 额定容量 S_N ：在额定工作条件下变压器的视在功率。

单相变压器：
三相变压器：

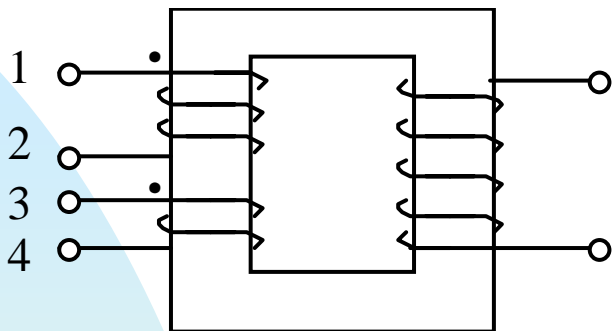
$$S_N = U_{2N} I_{2N} \approx U_{1N} I_{1N}$$

$$S_N = \sqrt{3} U_{2N} I_{2N} \approx \sqrt{3} U_{1N} I_{1N}$$

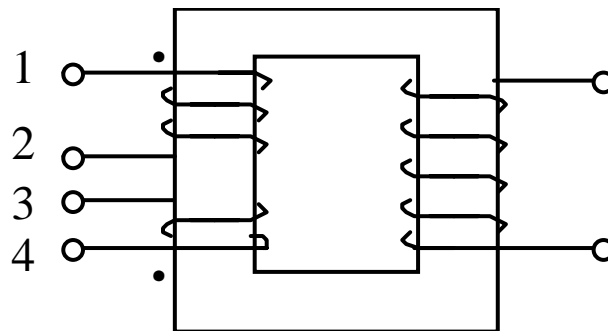


4. 变压器线圈极性的测定

(1) 同极性端的标记

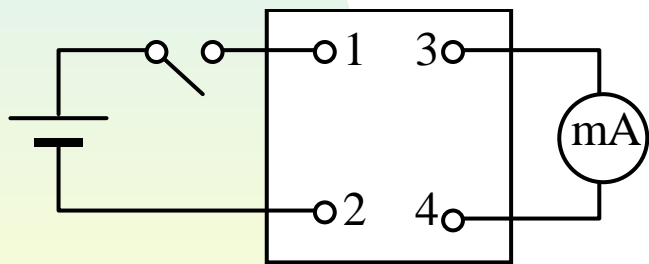


(a) 正接

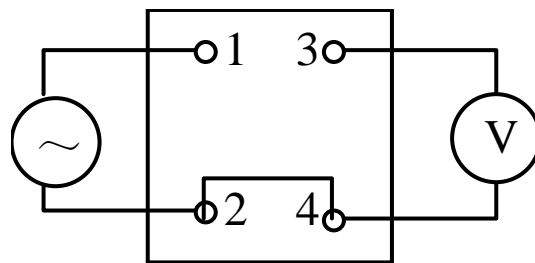


(b) 反接

(2) 同极性端的测定



(a) 直流法



(b) 交流法

毫安表的指针正偏1和3是同极性端；反偏1和4是同极性端

$U_{13}=U_{12}-U_{34}$ 时1和3是同极性端； $U_{13}=U_{12}+U_{34}$ 时1和4是同极性端。



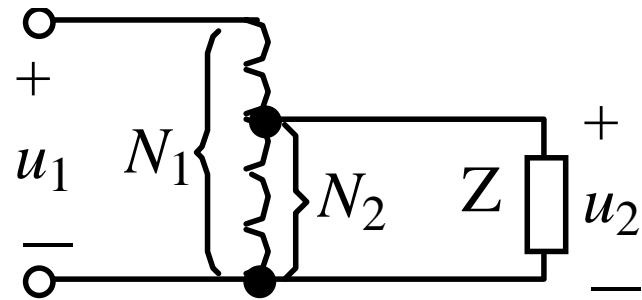
3.2.3 特殊变压器

1. 自耦变压器

特点：副绕组是原绕组的一部分，原、副压绕组不但有磁的联系，也有电的联系。

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

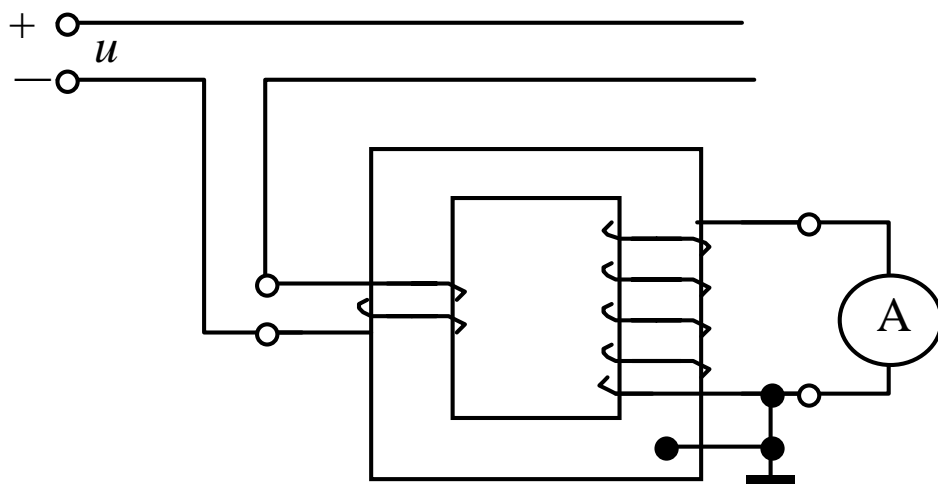
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$



2. 仪用互感器

(1) 电流互感器：原绕组线径较粗，匝数很少，与被测电路负载串联；副绕组线径较细，匝数很多，与电流表及功率表、电度表、继电器的电流线圈串联。用于将大电流变换为小电流。使用时副绕组电路不允许开路。

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{k}$$



(2)电压互感器：电压互感器的原绕组匝数很多，并联于待测电路两端；副绕组匝数较少，与电压表及电度表、功率表、继电器的电压线圈并联。用于将高电压变换成低电压。使用时副绕组不允许短路。

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

