

## 第三章 关于状态空间分析

By :黄青强 Email :huangqingqiang@163.com  
Q Q : 277845897

### 归一化和符号化

在运用状态空间分析谐振电路之前,我们先来定义归一化和符号化。

基准阻抗定义为

$$R_{base} = R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}, \text{ 其中 } R_0 \text{ 为谐振网络特征阻抗}$$

基准电压定义为

$$V_{base} = V_g, \text{ 其中 } V_g \text{ 为直流母线电压。}$$

基准电流定义为

$$I_{base} = \frac{V_{base}}{R_{base}} = \frac{V_g}{R_0}$$

基准功率定义为

$$P_{base} = V_{base} \times I_{base} = \frac{V_g^2}{R_0} \quad (3-36)$$

针对电压,使用符号“M”来归一化,如下:

负载电压归一化为

$$M = \frac{V}{V_{base}}, \text{ 其中 } V \text{ 为输出直流电压。}$$

谐振电容电压归一化为

$$m_c(t) = \frac{v_c(t)}{V_{base}}, \text{ 其中 } v_c(t) \text{ 为谐振电容电压。} \quad (3-37)$$

针对电流,使用符号“J”来归一化,如下:

负载电流归一化为

$$J = \frac{I}{I_{base}}, \text{ 其中 } I \text{ 为输出直流电流。}$$

谐振电感电流归一化为

$$j_L(t) = \frac{i_L(t)}{I_{base}}, \text{ 其中 } i_L(t) \text{ 为谐振电感电流。} \quad (3-38)$$

当谐振转换器含有变压器时,以上基准变量须在相应的等式里乘以变压器的匝比。

使用谐振频率  $f_0$  对开关频率以及角频率进行归一化是非常容易的,如下:

基准频率定义为

$$f_{base} = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

基准角频率定义为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

开关频率归一化为

$$F = \frac{f_s}{f_0}, \text{ 其中 } f_s \text{ 为开关频率}$$

任意一个时间间隔的角度定义为

$$a = \omega_0 \times t_X, \text{ 其中 } t_X \text{ 为任一时间间隔。} \quad (3-39)$$

有一些关于串联谐振的文献也会使用到下面的符号：

开关半周期的角度定义为

$$\gamma = \omega_0 \frac{T_S}{2} = \frac{\pi}{F}, \text{ 其中 } T_S \text{ 为开关周期。}$$

二极管导通角度定义为

$$\alpha = \omega_0 t_\alpha$$

晶体管导通角度定义为

$$\omega_0 t_\beta \quad (3-40)$$

当进行精确的时域分析或者状态空间分析时，Q 使用负载电阻 R 来定义，如下

$$Q = \frac{R_0}{R}, \text{ 串联谐振转换器中}$$

$$Q = \frac{R}{R_0}, \text{ 并联谐振转换器中} \quad (3-41)$$

最后需要定义的是串联谐振转换器中的模式系数 k 以及分谐波个数  $\xi$ ，CCM 模式下开关频率的范围如下

$$\frac{f_0}{k+1} < f_s < \frac{f_0}{k} \text{ 或者 } \frac{1}{k+1} < F < \frac{1}{k}, \text{ 其中 } k \text{ 为整数。} \quad (3-42)$$

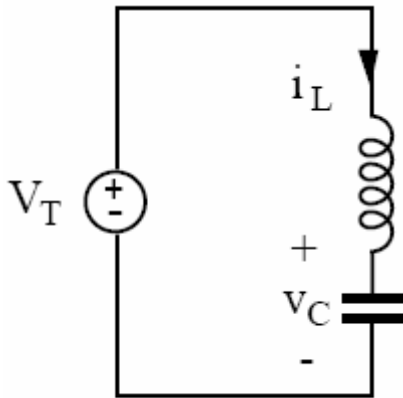
分谐波个数定义为

$$\xi = k + \frac{1 + (-1)^k}{2} \quad (3-43)$$

例如开关频率  $f_s = 0.4f_0$  的 CCM 模式暗示着  $k = 2, \xi = 3$ 。

### 串联谐振电路的状态空间轨迹

首先让我们来检查串联谐振电路的时域响应。图 3.12 所示的是一个被直流电压  $V_T$  所激励的



串联谐振电路。正如第四章所介绍的，串联谐振转换器在每个子区间里可以简化成如图 3.12 所示的电路。此电路的状态方程为

$$\begin{aligned} L \frac{di_L(t)}{dt} &= V_T - v_c(t) \\ C \frac{dv_c(t)}{dt} &= i_L(t) \end{aligned} \quad (3-44)$$

现在我们使用前面章节归一化和符号化所介绍的公式来对此状态方程进行归一化，注意到

图 3.12 串联谐振电路，

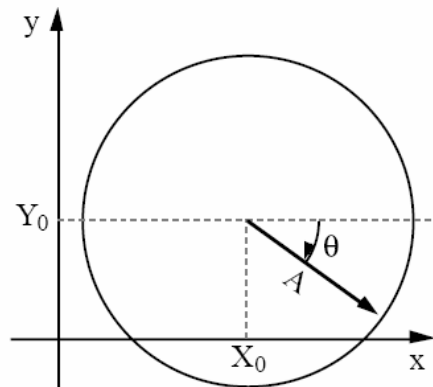
由直流电压源  $V_T$  激励

$$L = \frac{R_0}{\omega_0} \text{ 和 } C = \frac{1}{\omega_0 R_0} \quad (3-45)$$

其中  $\omega_0$  是谐振角频率， $R_0$  是谐振网络特征阻抗，正如式(3-36)和(3-39)所定义的一样。将式(3-45)、式(3-36)、式(3-39)带入式(3-44)得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_0} \frac{dj_L(t)}{dt} &= M_T - m_c(t) \\ \frac{1}{\omega_0} \frac{dm_c(t)}{dt} &= j_L(t) \end{aligned} \quad (3-46)$$

其中  $M_T = \frac{V_T}{V_g}$ 。式(3-46)是一个二阶线性常系数微分方程，其解为



$$\begin{aligned} x &= X_0 + A \cos(\theta) \\ y &= Y_0 - A \sin(\theta) \end{aligned}$$

图 3.13 用参数来表示圆

$$m_C(t) = A \cos(\omega_0 t - \varphi) + M_T \tag{3-47}$$

$$j_L(t) = -A \sin(\omega_0 t - \varphi)$$

其中常数  $A$  和  $\varphi$  由临界条件确定。可以看出式(3-47)包含有一个表征电路直流状态的直流分量  $m_C = M_T$  (或者  $v_C = V_T$ ) 和一个表征谐振电路交流响应状态的正弦分量。

图 3.14 画出了式(3-47)的归一化状态空间轨迹，其中  $m_C(t)$  和  $j_L(t)$  作为变量参数，时间  $t$  作为隐参数。式(3-47)的解表明了一个位于状态空间半径为  $A$  的圆。如果半径  $A$  等于 0，那么这个圆就变成位于圆心  $(M_T, 0)$  的一个点，这个点跟电路的直流分量相一致。随着时间的增加，式(3-47)的解将沿着这个圆按顺时针方向转动。由于谐振电容和谐振电感是串联关系，从归一化状态空间轨迹中可以看出当谐振电感的电流为正时，谐振电容的电荷和电压将慢慢增加。通常情况下，一个二阶谐振临界阻尼状态下的归一化状态空间轨迹是一个圆，这个圆的圆心就是谐振电路的直流分量的解，圆的半径由  $j_L$  和  $m_C$  来决定，并且保持不变。式(3-47)和图 3.14 表明了归一化状态空间的轨迹和时间的关系。在  $t_1$  的时间间隔里，轨迹在状态空间中移动了  $\omega_0 t_1$  角度。所以谐振电路的时域响应时间跟归一化状态空间里的角度就很容易的关联在一起。

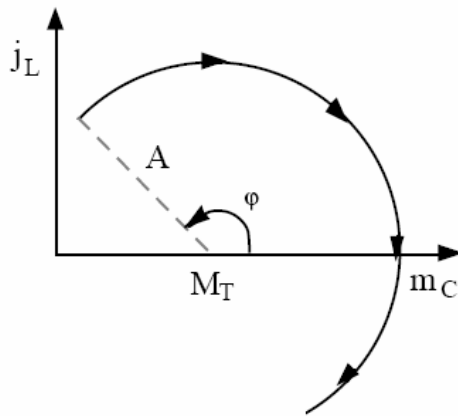


图 3.14 式(3-47)的归一化状态空间轨迹

### 并联谐振电路的状态空间轨迹

并联谐振转换器经常会让人产生误解，因为其负载和谐振电容是并联关系，而谐振电容和谐振电感是串联关系。因此，并联谐振的时域响应和归一化状态空间轨迹跟串联谐振相同。

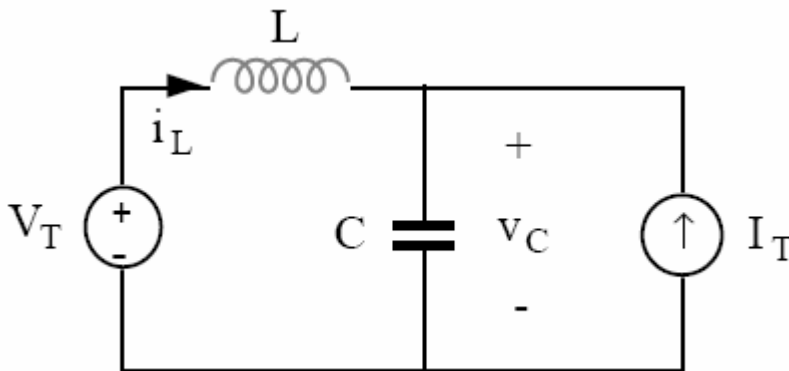


图 3.15 并联谐振电路。由恒压源  $V_T$  和恒流源  $I_T$  激励

正如第五章所示，并联谐振电路在每个子区间里可以简化成如图 3.15 所示的电路形式。图 3.15 和图 3.12 的区别仅仅是增加了一个恒流源  $I_T$ 。这个外加的恒流源  $I_T$  的影响仅仅是平移了电路的直流分量解以及圆心位置而已。

此电路的状态方程为

$$\begin{aligned} L \frac{di_L(t)}{dt} &= V_T - v_C(t) \\ C \frac{dv_C(t)}{dt} &= i_L(t) - I_T \end{aligned} \quad (3-48)$$

其归一化状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_0} \frac{dj_L(t)}{dt} &= M_T - m_C(t) \\ \frac{1}{\omega_0} \frac{dm_C(t)}{dt} &= j_L(t) - J_T \end{aligned} \quad (3-49)$$

其中  $J_T = \frac{I_T R_0}{V_g}$ 。式(3-49)的解为

$$\begin{aligned} m_C(t) &= M_T + (m_C(0) - M_T) \cos(\omega_0 t - \varphi) + (j_L(0) - J_T) \sin(\omega_0 t - \varphi) \\ j_L(t) &= J_T + (j_L(0) - J_T) \cos(\omega_0 t - \varphi) - (m_C(0) - M_T) \sin(\omega_0 t - \varphi) \end{aligned} \quad (3-50)$$

正如图 3.16 所示，式(3-50)表征了一个圆，此圆的圆心为方程的直流分量解  $m_C = M_T$ ，

$j_L = J_T$ ；圆的半径由电路的初始状态决定，如下

$$r = \sqrt{(m_C(0) - M_T)^2 + (j_L(0) - J_T)^2} \quad (3-51)$$

如同图 3.12 里的串联谐振电路一样，并联谐振响应的时间间隔和归一化状态空间轨迹中的角度关联在一起。在  $t_1$  的时间间隔里，轨迹在状态空间中移动了  $\omega_0 t_1$  角度。下面的章节将会运用以上所介绍的归一化状态空间来研究串联谐振和并联谐振。

## 第四章 串联谐振转换器

这一章节的目的是尽量详细的描述串联谐振转换器的工作方式。这里将用到第三章介绍的归一化状态空间来获取串联谐振转换器的输出闭环解、稳态控制特性、临界工作模件以及器件的最大电压电流应力等。每种 CCM 和 DCM 模式下的解将被介绍，最后还解释了 DCM 模式的来由。在开始之前先确认三个问题，第一，评估最差工作点下的器件应力变量以及讨论变压器匝比和谐振电路特征阻抗的关系；第二，使用转换器的输出特性来检查输入电压和输出电流的影响；第三，开关频率的变化必须考虑，并且对变压器的尺寸和谐振电容电压加以折中。

### 子区间和建模

串联谐振转换器如图 4.1 所示，可以看出谐振电路的瞬时电压  $v_T(t)$  等于开关网络输出电压

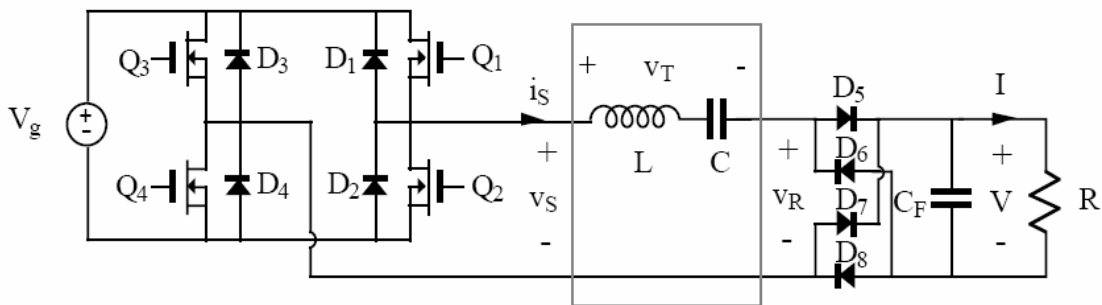


图 4.1 串联谐振电路

$v_S(t)$  减去整流网络输入电压  $v_R(t)$

$$v_T(t) = v_S(t) - v_R(t) \quad (4-1)$$

子区间被定义为所有开关导通时间的分类。在每一个子区间里， $v_S(t)$ 、 $v_R(t)$  和  $v_T(t)$  保持不变。比如当晶体管  $Q_1$  和  $Q_4$  导通时， $i_L(t)$  为正， $D_5$  和  $D_8$  导通，如图 4.2a 所示。此时有

$$\begin{aligned} v_S &= +v_g \\ v_R &= +V \\ v_T &= v_g - V \end{aligned} \quad (4-2)$$

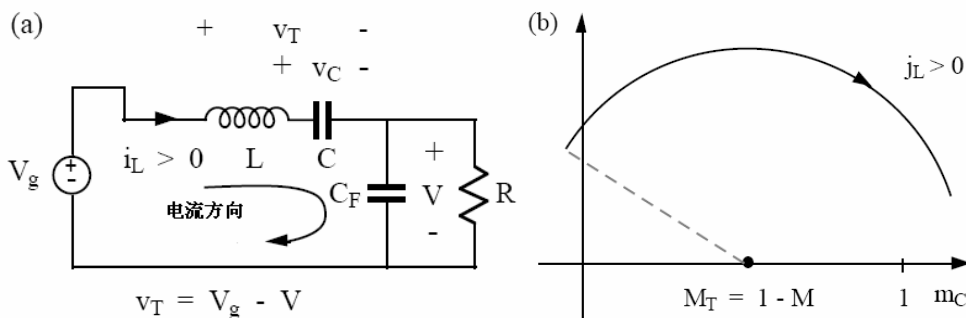


图 4.2  $Q_1$  和  $Q_4$  导通， $i_L(t) > 0$ ，所以  $D_5$  和  $D_8$  也导通。

此时定义为  $Q_1$  子区间。(a) 电路图；(b) 归一化状态空间轨迹

## 谐振电路分析

对式(4-2)归一化得

$$M_T = \frac{V_T}{V_g} = 1 - M \quad (4-3)$$

因此，由第三章所介绍的可知  $Q_1$  子区间的归一化状态空间轨迹是一个圆心位于

( $M_T = 1 - M, 0$ )的圆，如图 4.2b 所示，圆的半径由初始条件所决定。注意，由于假定了  $i_L(t)$

是正的并且  $D_5$  和  $D_8$  导通，因此状态空间轨迹只能位于坐标轴的上半部分( $j_L > 0$ )。当  $j_L$  为

负时， $D_6$  和  $D_7$  导通， $M_T$  发生变换，因此圆的圆心将位于另一个点。以上所描述的开关导通时间被定义为  $Q_1$  子区间。

接下来介绍另外一些子区间。 $D_1$  子区间和  $Q_1$  子区间类似，所不同的是谐振电感的电流  $i_L(t)$

为负值。此时晶体管反并联二极管  $D_1$  和  $D_4$ ，输出整流二极管  $D_6$  和  $D_7$  将导通。谐振电路的

电压等于  $V_T = V_g + V$ ，或者归一化为

$$M_T = 1 + M \quad (4-4)$$

$D_1$  子区间所对应的电路图和归一化状态空间轨迹如图 4.3 所示。注意此时状态空间轨迹只

能位于坐标轴的下半部分( $j_L < 0$ )。

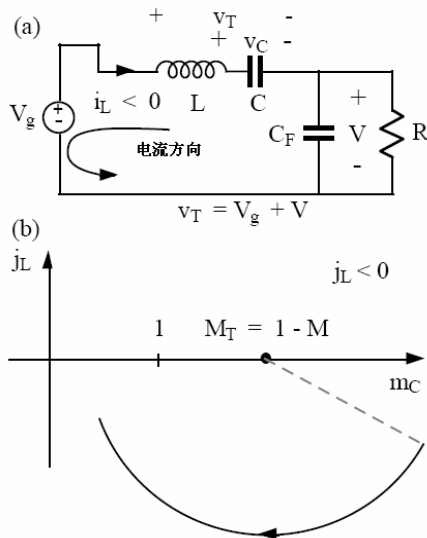


图 4.3  $i_L < 0$ ,  $D_1$ 、 $D_4$ 、 $D_6$ 、 $D_7$  导通

此时定义为  $D_1$  子区间

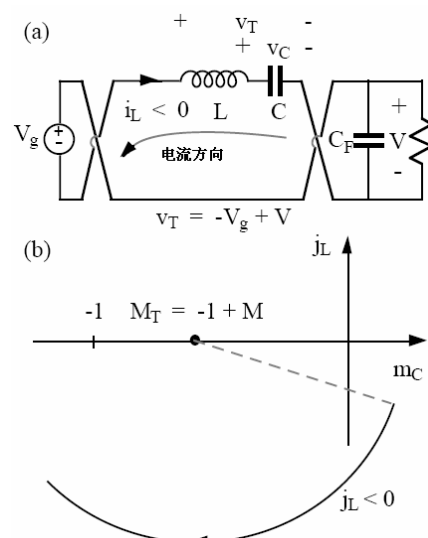


图 4.4 当  $Q_2$  和  $Q_3$  导通时， $i_L < 0$ ，所以

$D_6$  和  $D_7$  也导通，此时定义为  $Q_2$  子区间

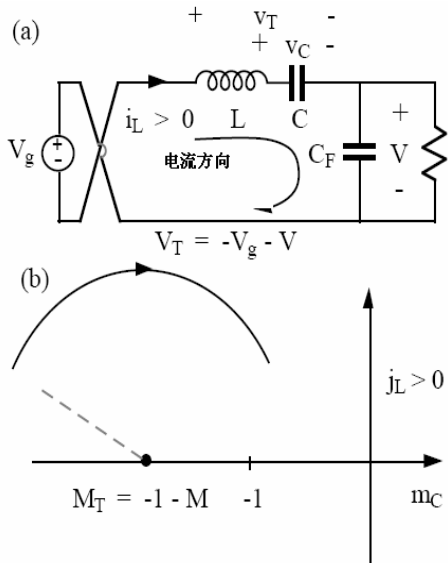


图 4.5  $i_L > 0$ ,  $D_2$ 、 $D_3$ 、 $D_5$ 、 $D_8$  导通

此时定义为  $D_2$  子区间。(a) 电路图；(b) 归一化状态空间轨迹

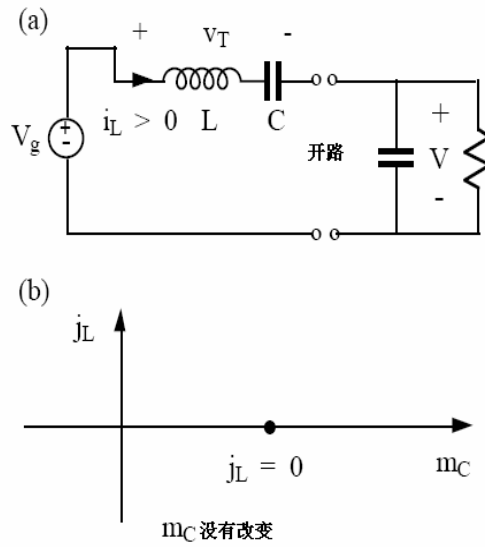


图 4.6 当四个整流二极管  $D_5$ 、 $D_6$ 、 $D_7$

$D_8$  反向偏置时定义为 X 子区间。此时谐振电感电流等于 0，谐振电容电压保持不变。可能的一种电路形式；(b) 归一化状态空间轨迹

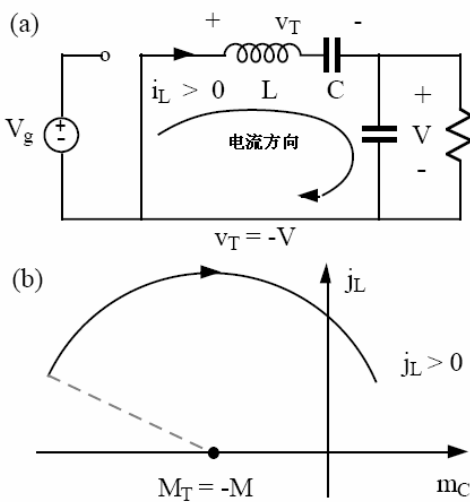


图 4.7 当  $D_2$  和  $Q_4$  (或者  $Q_1$  和  $D_3$ ) 导通时,  $i_L > 0$

$D_5$  和  $D_8$  也导通。此时定义为  $P_1$  子区间。

(a) 电路图；(b) 归一化状态空间轨迹

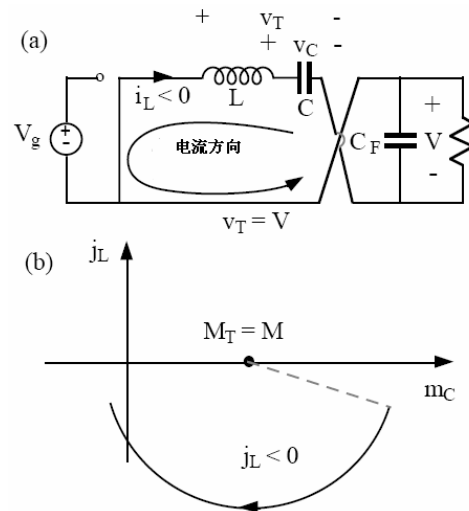


图 4.8 当  $D_1$  和  $Q_3$  (或者  $Q_2$  和  $D_4$ ) 导通时,  $i_L < 0$

$D_6$  和  $D_7$  也导通。此时定义为  $P_2$  子区间。

(a) 电路图；(b) 归一化状态空间轨迹

$Q_1$  子区间和  $D_1$  子区间的对称子区间  $Q_2$  子区间和  $D_2$  子区间也会出现，如图 4.4 和图 4.5 所示。此时， $i_L$ 、 $v_S$ 、 $v_R$  和  $v_T$  的符号跟  $Q_1$  子区间和  $D_1$  子区间的相反。这就相应的使得圆心



的位置改变，对于  $Q_2$  子区间，圆心位置为  $M_T = -1 + M$ ；对于  $D_2$  子区间，圆心位置为  $M_T = -1 - M$ 。在一定的条件，四个非控整流二极管 ( $D_5$ 、 $D_6$ 、 $D_7$ 、 $D_8$ ) 有可能同时反向偏置，这种情况如图 4.6 所示。此时谐振电感的电流等于 0，谐振电容的电压保持不变。我们把它定义为 X 子区间。当使用移相控制时，将会有另外的两个子区间出现。 $P_1$  子区间发生在  $i_L > 0$  时，如图 4.7 所示。 $P_2$  子区间发生在  $i_L < 0$  时，如图 4.8 所示。谐振转换器的工作状态由一系列的子区间组合而成。DCM 模式中至少包含有一个 X 子区间，CCM 模式中却没有 X 子区间。正如下面所介绍的，不同的工作模式将会引起谐振转换器输出端口发生极大的变化。

### K=1 的 CCM 模式下的状态空间和电荷结论

K=1 的 CCM 模式下串联谐振电路中的电感电流  $i_L(t)$ 、电容电压  $v_C(t)$  以及谐振电路两端的电压  $v_T(t)$  的典型波形如图 4.9 所示。此时的模式由  $Q_1 - D_1 - Q_2 - D_2$  这一序列的子区间组

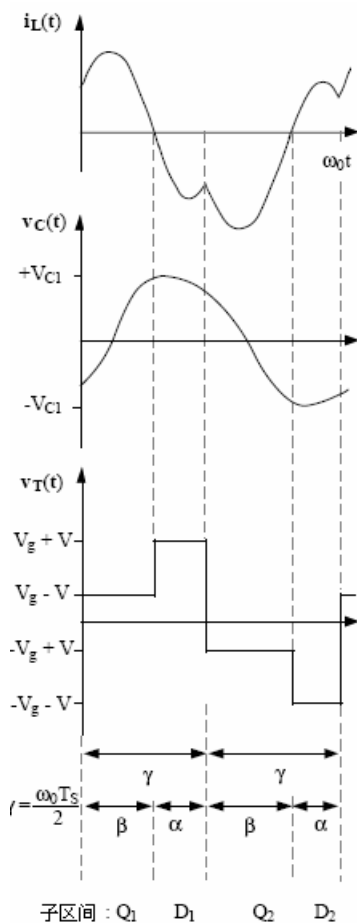


图 4.9 K=1 的 CCM 模式下串联谐振电

成。在这个模式中，开关周期开始于晶体管  $Q_1$  和  $Q_4$  的导通，并且此时的电感电流  $i_L(t)$  为正。这个子区间所对应的归一化状态空间轨迹如图 4.10a 所示；轨迹为一个圆心位于  $M_T = 1 - M$  的圆，开始于  $\omega_0 t = 0$  时刻，伴随着电路的电感电流初始值和电容电压初始值，结束于  $\omega_0 t = \beta$  时刻，之后电感的电流变成负值， $D_1$  子区间紧接着出现。 $D_1$  子区间所对应的归一化状态空间轨迹如图 4.10b 所示。轨迹为一个圆心位于  $M_T = 1 + M$  的圆，轨迹将按照此圆顺时针方向移动，直到  $\omega_0 t = \beta + \alpha \equiv \gamma$  (半个周期) 为止。在  $\omega_0 t = \beta + \alpha \equiv \gamma$  时刻，控制电路关断  $Q_1$  和  $Q_4$ ，打开  $Q_2$  和  $Q_3$ 。 $Q_2$  子区间出现，如图 4.10c 所示。 $Q_2$  子区间的归一化状态空间轨迹为一个圆心位于  $M_T = -1 + M$  的圆，轨迹按照此圆顺时针移动直到谐振电感的电流等于零。当输出整流桥导通时， $D_2$  子区间出现。 $D_2$  子区间所对应的归一化状

态空间轨迹如图 4.10d 所示。当控制电路关断  $Q_2$  和  $Q_3$ ，

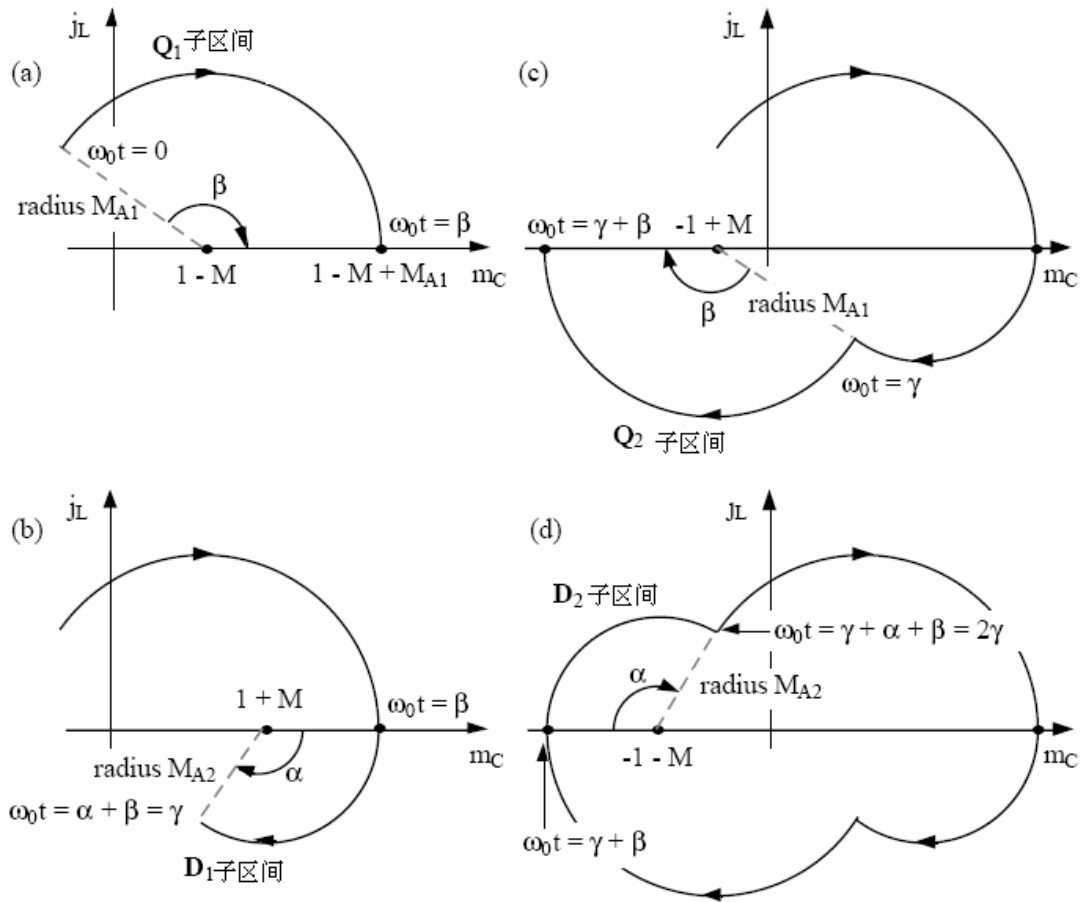


图 4.10  $K=1$ , CCM, 一个周期内的归一化状态空间轨迹图形。

(a)  $Q_1$  子区间; (b)  $D_1$  子区间; (c)  $Q_2$  子区间; (d)  $D_2$  子区间。

打开  $Q_1$  和  $Q_4$  时,  $D_2$  子区间结束。如果转换器工作在稳态状态下, 轨迹的起点和终点必将重合在状态空间中的一个点, 并且谐振电路的波形将会周期性重复。如果一个谐振电路是稳定, 那么它所对应的状态空间轨迹最后必将形成一个闭环路径, 波形必将呈现周期性, 否则, 此电路不是稳定的电路。为了找出转换器稳态时的特性, 我们必须研究这个闭环路径的几何图, 并使用电荷结论使之与负载电流关联起来。

### 谐振电容的电荷结论

图 4.9 所示的谐振电感电流波形在每个周期内仅包含有一个正向过零点和负向过零点, 当  $K=1$  的 CCM 模式时, 这确实是毋庸置疑的。因为是串联关系, 谐振电感的电流和电容的电压相等, 所以当谐振电感的电流为正时电容的电压增大。在前半个周期中, 谐振电感的电流为正, 电容的电压从其负峰值增大到其正峰值。因此电容两端的电压变化量等于  $2V_{C1}$ , 与图 4.11 所示的流入电容的总电荷相一致。

因此, 有如下关系式

$$q = C(2V_{C1}) \tag{4-5}$$

在这里, 电荷  $q$  跟直流负载电流有关。负载电流为一直流分量, 或者是平均值, 等于对谐振电感的电流整流之后的平均值

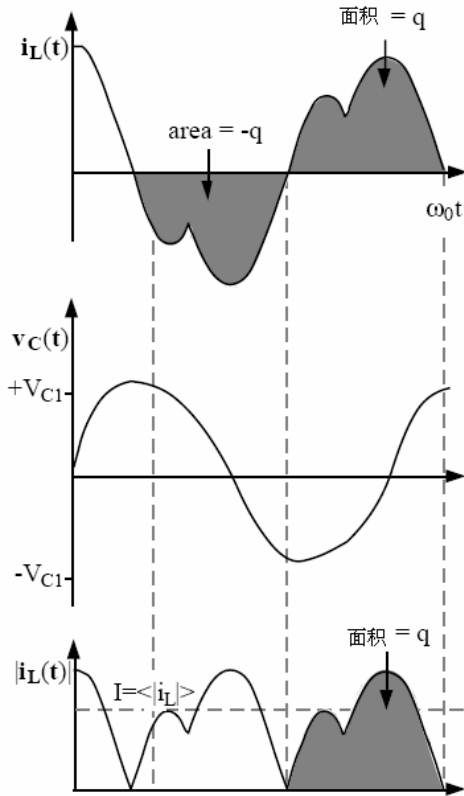


图 4.11 使用电荷结论使负载电流和谐振电容的电压峰值关联在一起

$$I = \langle |i_L| \rangle$$

$$= \frac{2}{T_s} \int_0^{T_s/2} |i_L(\tau)| d\tau$$

$$= \frac{2q}{T_s} \quad (4-6)$$

由于式(4-6)的积分等于电荷  $q$ ，现在通过式(4-5)和式(4-6)来消除  $q$ ，得到  $V_{C1}$  的表达式

$$V_{C1} = \frac{IT_s}{4C} \quad (4-7)$$

对其进行归一化得

$$M_{C1} = \frac{J\gamma}{2} \quad (4-8)$$

其中  $M_{C1} = \frac{V_{C1}}{V_g}$ 。

式(4-7)或者式(4-8)是非常有用的，因为它使得负载

电流和谐振电容的电压关联到一起。在归一化状态空间里，我们就可以根据归一化的负载电压和电流( $M$  和  $J$ )来找到每一个圆的半径。

### 研究 $K=1$ ，CCM 的工作特性

归一化状态空间轨迹里的半径  $M_{A1}$  和  $M_{A2}$  被重新画出来，如图 4.12 所示。通过图 4.12，我们可以找出它们的关系。当  $\omega_0 t = \beta$  时，很明显， $Q_1$  子区间里的  $M_{A1}$  等于

$$M_{A1} = (M_{C1}) - (1 - M) = \frac{J\gamma}{2} - 1 + M \quad (4-9)$$

$D_1$  子区间里的  $M_{A2}$  等于

$$M_{A2} = (M_{C1}) - (1 + M) = \frac{J\gamma}{2} - 1 - M \quad (4-10)$$

以此我们可以用归一化的输出电压  $M$ 、电流  $J$  以及输入控制  $\gamma$  系数(或者开关频率  $f_s = \frac{\pi f_0}{\gamma}$ )

来表示圆的半径和圆心。关于稳态时的输出电压、电流以及输入控制系数的关系式也是我们非常渴望得到的。比如，我们想得到  $M$ 、 $J$ 、 $\gamma$  之间的关系。在状态空间轨迹中，空间平面里的终点必须和起点重合在一点，轨迹才能形成闭环轨迹。在  $K=1$ ，CCM 下，给定  $M$  和  $J$  的值时， $\gamma$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $M_{A1}$  以及  $M_{A2}$  可以通过计算状态空间里的几何图形来解出，并且是

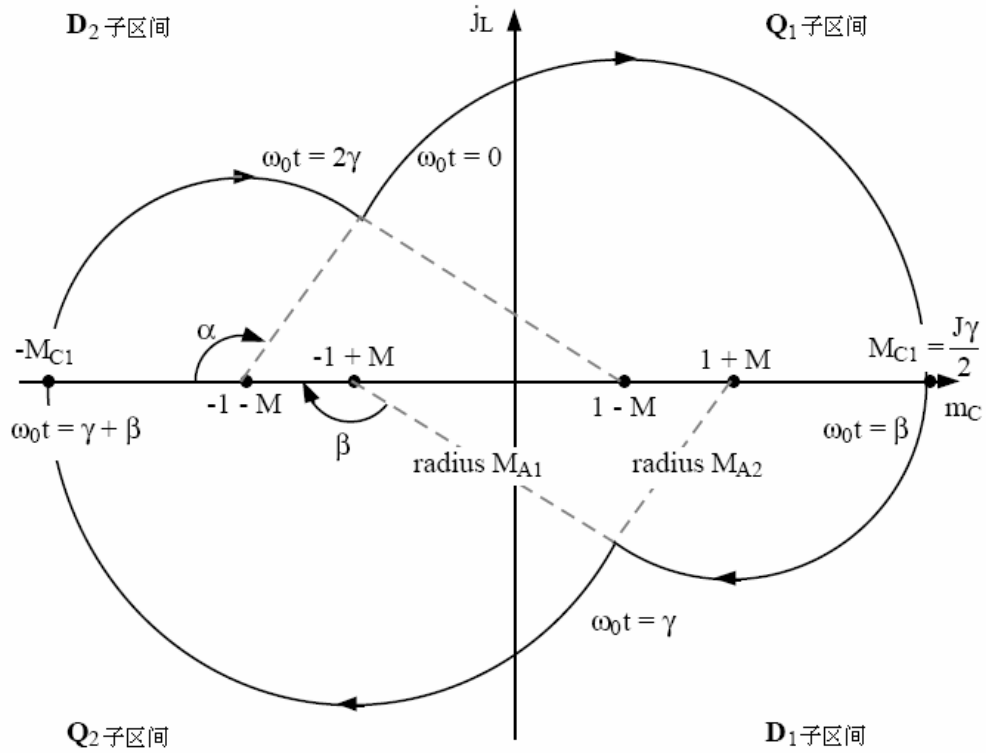


图 4.12  $K=1$ , CCM 下, 稳态工作时一个周期内的所有归一化状态空间轨迹曲线唯一的一个解。通过  $M$  和  $J$  的值可以解出如图 4.13 所示的三角形关系式。这些关系式表征了转换器稳态工作时的特性。

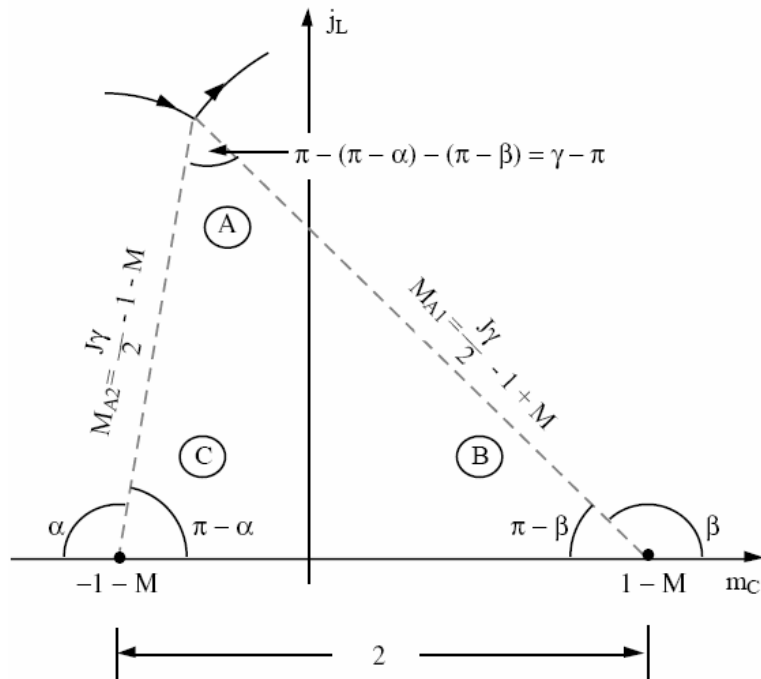


图 4.13 为了解出稳态时的所有关系式, 把图 4.12 的三角形放大  
 三角形两条边所对应的圆的两个半径, 已由前面式(4-9)和(4-10)给出。三角形的底边的长度等于点  $(-1-M, 0)$  和  $(1-M, 0)$  之间的距离, 等于 2。与三角形底边相邻的两个内角等于  $(\pi - \alpha)$  和  $(\pi - \beta)$ , 包含有  $\alpha$  和  $\beta$  两个未知量。三角形的顶角等于

$$(\pi - (\pi - \alpha) - (\pi - \beta)) = \gamma - \pi \quad (4-11)$$

其中  $\gamma = \alpha + \beta$ ，注意到此时消除了  $\alpha$  和  $\beta$ ，只剩下输入控制系数  $\gamma$ 。

运用如图 4.14 所示的余弦定理可以很容易的得出以下关系式

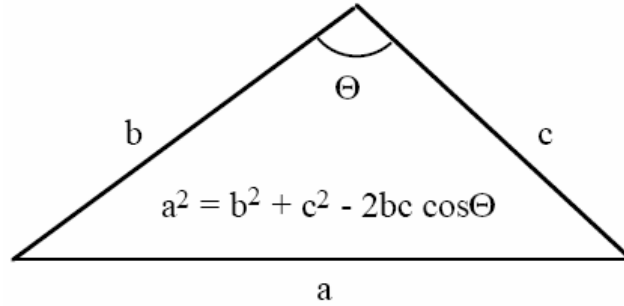


图 4.14 余弦定理

$$(2)^2 = \left(\frac{J\gamma}{2} - 1 - M\right)^2 + \left(\frac{J\gamma}{2} - 1 + M\right)^2 - 2\left(\frac{J\gamma}{2} - 1 - M\right)\left(\frac{J\gamma}{2} - 1 + M\right)\cos(\gamma - \pi) \quad (4-12)$$

简化之

$$4 = 2\left(\frac{J\gamma}{2} - 1\right)^2 + 2M^2 + 2\left[\left(\frac{J\gamma}{2} - 1\right)^2 - M^2\right]\cos(\gamma) \quad (4-13)$$

重新排列得

$$1 = \left(\frac{J\gamma}{2} - 1\right)^2 \left(\frac{1 + \cos \gamma}{2}\right) + M^2 \left(\frac{1 - \cos \gamma}{2}\right) \quad (4-14)$$

使用三角恒等式继续简化得

$$M^2 \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\frac{J\gamma}{2} - 1\right)^2 \cos^2\frac{\gamma}{2} = 1 \quad (4-15)$$

式(4-15)就是我们想要的关于  $K=1$ ，CCM，频控下的串联谐振转换电路的闭环表达式。

### 输出特性

当给定一个开关频率  $f_s$  时，也就相当于给定了  $\gamma = \frac{\pi f_0}{f_s}$ 。式(4-15)表明 M 和 J 的关系式一

个椭圆，椭圆的中点位于  $M=0$  和  $J = \frac{2}{\gamma}$  处，如图 4.15 所示。因为非控整流输出网络里的二

极管不允许负载电流为负值，所以 J 必须大于零，并且当负载是被动负载时，M 和 J 必须为正，所以图 4.15 所示的椭圆在坐标系中的第二、第三和第四象限均无效。在下面章节中将会发现当  $M \geq 1$  时，式(4-15)无解。实际上， $K=1$ ，DCM 模式时， $M=1$ 。因此，针对  $K=1$ ，CCM 模式，椭圆唯一有效的是  $0 \leq M < 1$  以及  $J > 0$  这部分。

图 4.16 画出了式(4-15)的关系。可以看出，当负载电流(或者 J)增加时，输出电压(或者 M)减小，因此转换器的开环输出阻抗是有效地。再者，对式(4-15)进行一些限制条件的检查是很有用的。

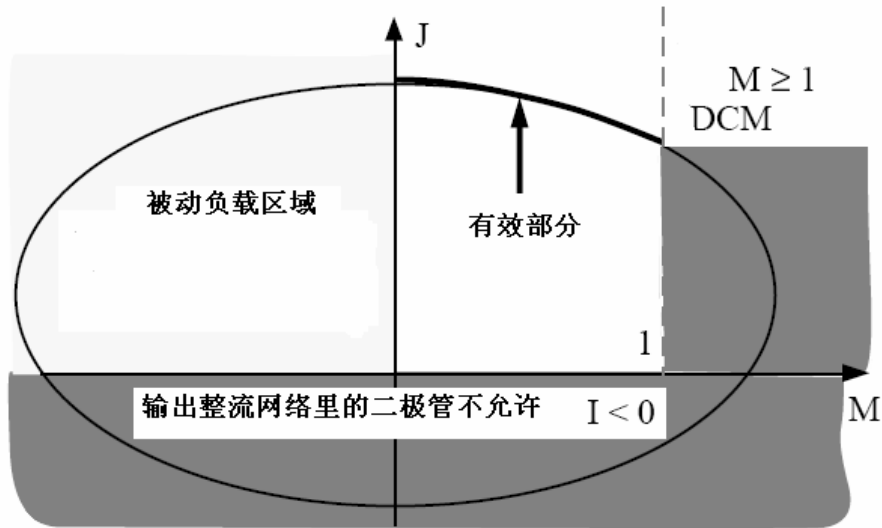


图 4.15  $K=1$ , CCM 下, 给定  $\gamma$  的  $M$  和  $J$  的椭圆关系图

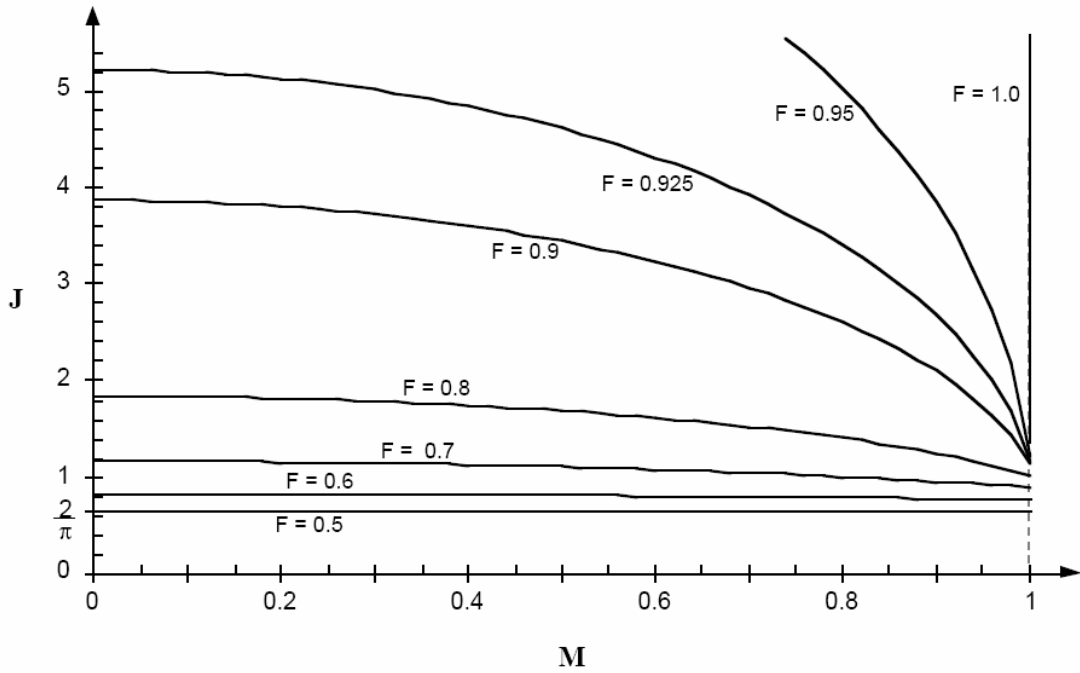


图 4.16 工作在  $K=1$ , CCM 下的串联谐振转换器的输出特性曲线图

**当  $F=0.5$  时(半谐振)**

当  $F=0.5$  时,  $\gamma = \frac{\pi}{0.5} = 2\pi$ 。式(4-15)的输出特性变为

$$M^2 \times 0 + (\pi J^2 - 1) \times 1 = 1 \quad (4-16)$$

或者

$$J = \frac{2}{\pi} \quad (4-17)$$

此时,  $J$  将独立于  $M$ , 椭圆图将变成一条水平的直线, 谐振转换器等于一个电流源。

**当 F=1.0 时(全谐振)**

当  $f_s = f_0$  时,  $\gamma = \frac{\pi}{1} = \pi$ , 式(4-15)的输出特性变为

$$M^2 \times 1 + \left(\frac{J\pi}{2} - 1\right)^2 \times 0 = 1 \quad (4-18)$$

或者

$$M = 1 \quad (4-19)$$

此时, M 独立于 J。椭圆图将变成一条垂直的直线, 谐振转换器等于一个电压源。当  $0.5 < F < 1$  时, 谐振转换器既不是电压源也不是电流源。

**当 M=1 时 J 的值**

J 的最小值发生在 M=1 时。当 J 小于此最小值时, 谐振转换器不能工作在 K=1, CCM 模式下, 式(4-15)也不能成立。把 M=1 代入到式(4-15)得

$$\left(\frac{J\pi}{2} - 1\right)^2 = \frac{1 - \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = 1 \quad (\gamma \neq \pi) \quad (4-20)$$

或者

$$J = \frac{4}{\gamma} \quad (4-21)$$

此时, 当 F 在 0.5 到 1 之间变化时, J 将在  $\frac{2}{\pi}$  到  $\frac{4}{\pi}$  之间变化

**输出短路电流  $J_{sc}$**

当 M=0 时, 式(4-15)变成

$$\left(\frac{J_{sc}\gamma}{2} - 1\right)^2 \times \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 1 \quad (4-22)$$

解之得

$$J_{sc} = \frac{2}{\gamma} \left(1 + \left|\sec\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right|\right) = \frac{2F}{\pi} \left(1 + \left|\sec\left(\frac{\pi}{2F}\right)\right|\right) \quad (4-23)$$

式(4-23)如图 4.17 所示。从图中可以看出, 除了全谐振时。谐振转换器的短路输出电流受到了限制。

当给定一个负载时, 可以通过作图的方法来决定输出电压和开关频率之间的关系, 比如当负载是一个线性负载时。

$$I = \frac{V}{R} \quad (4-24)$$

或者归一化为

$$J = MQ \quad (4-25)$$

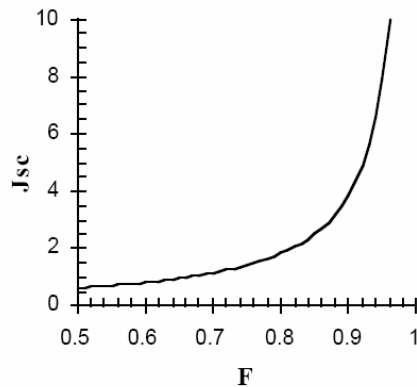


图 4.17 K=1, CCM,  $J_{sc}$  与 F 的关系

其中  $Q = \frac{R_0}{R}$ 。式(4-25)表明了负载线为一条直线，如图 4.18 所示。负载线与椭圆里的每个开关频率所对应的曲线的交点就是稳态时的工作点。图 4.19 所示的是非线性负载情况下的图形。

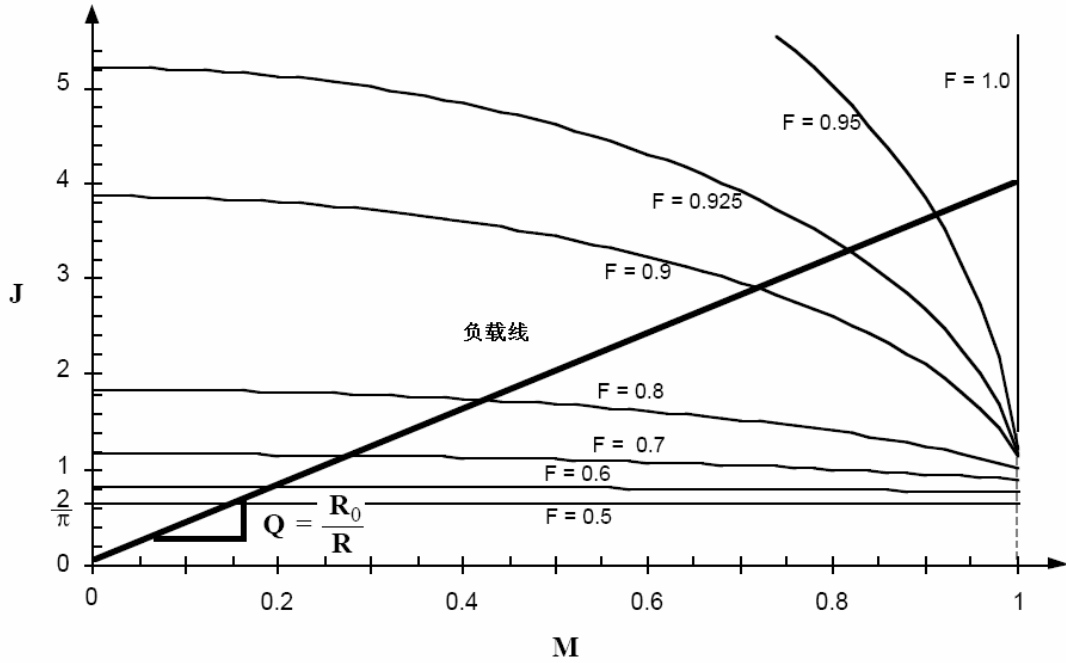


图 4.18 线性负载情况

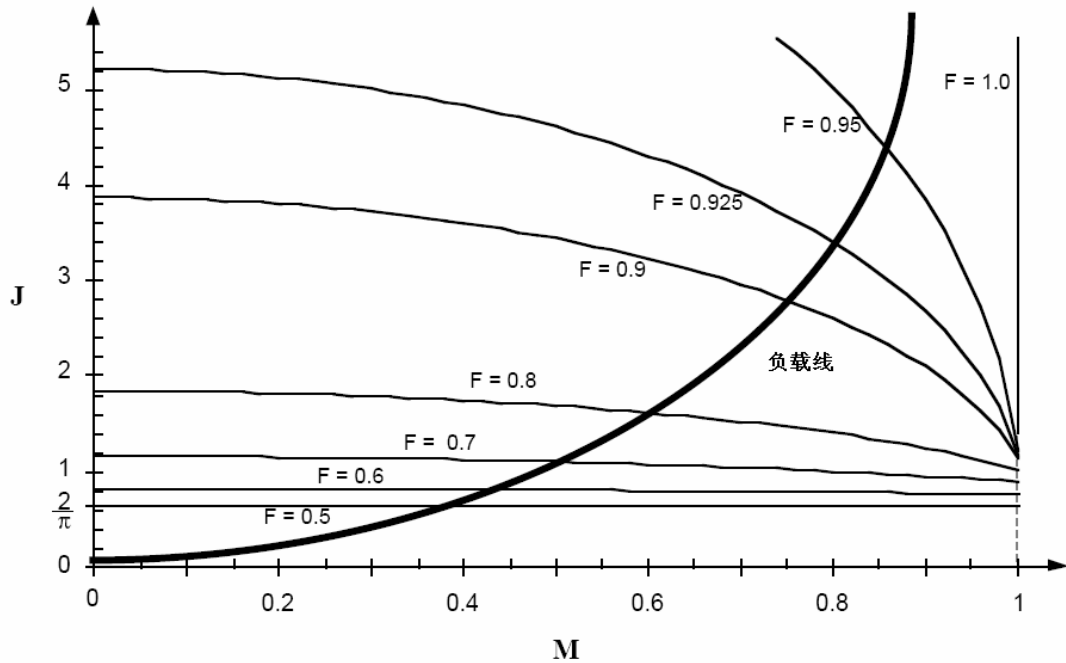


图 4.19 非线性负载情况

**控制特性**

画出电压转换比  $M$  和归一化频率  $F$  之间的关系的图形是很有用的。这需要了解负载的特性，因此式(4-15)中的  $J$  可以消除掉。由于假定是线性负载，那么  $V = IR$ ，将式(4-25)代入式(4-15)把  $J$  消除掉，得



$$M^2 \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\frac{MQ\gamma}{2} - 1\right)^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 1 \quad (4-26)$$

简化得

$$M^2 \left[ \sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right] - MQ\gamma \cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\cos^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) - 1\right) = 0 \quad (4-27)$$

解此一元二次方程得

$$M = \frac{\left(\frac{Q\gamma}{2}\right)}{\tan^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \left(\frac{2}{Q\gamma}\right)^2 \left(\tan^2\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right) \left(\tan^2\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \left(\frac{Q\gamma}{2}\right)^2\right)} \right] \quad (4-28)$$

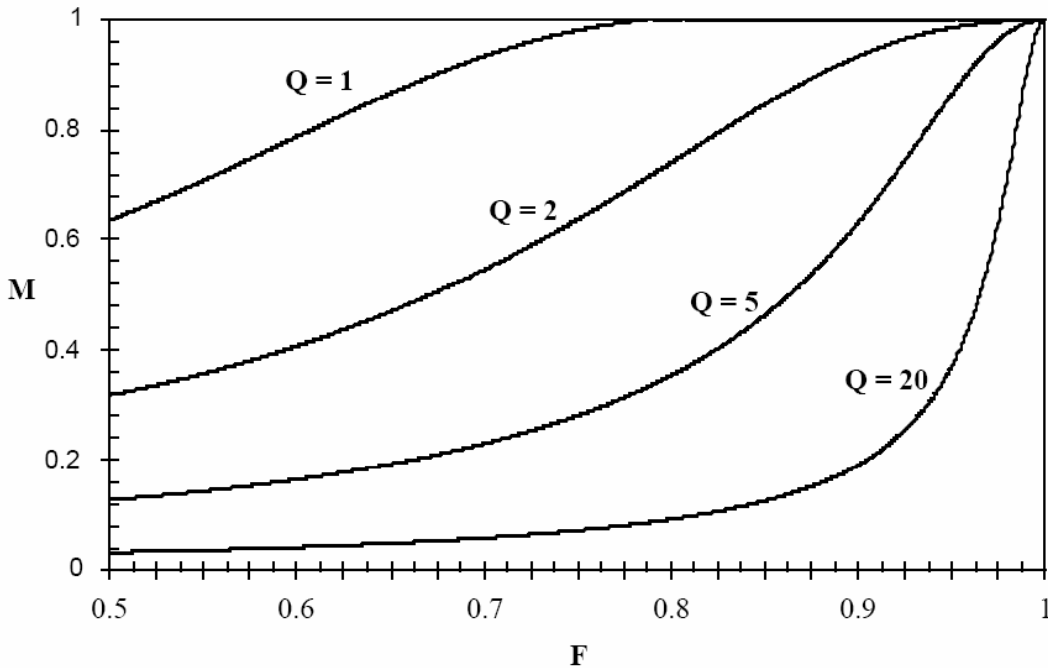


图 4.20 K=1, CCM, 不同的 Q 值稳态时的 M 和 F 之间的关系图

为了获得正确的解,  $M > 0$ , 所以式(4-28)应取加号。图 4.20 所示的是不同负载 Q 稳态时的 M 和 F 之间的关系。当 Q 值增加时, 负载变重, 使得输出电压下降, 导致在谐振点附近出现一个尖峰电压。

### 控制整流二极管的导通角 $\alpha$

当工作在谐振频率点以下时, 另一个普遍流行的控制谐振转换器输出电压的方式是控制整流二极管的导通角度, 称之为“ $\alpha$  控制”。 $\alpha$  控制是根据电压信号来改变二极管导通时间或者角度, 而  $\gamma$  控制是根据电压信号来改变开关频率。 $\alpha$  控制中, 开关频率由  $\alpha$  和负载电流间接控制。 $\alpha$  控制需要对谐振电路里的电流过零点进行采样。晶体管的关断时间和二极管的导通时间与所控制的电压信号成正比。为了研究  $\alpha$  控制的特性, 需要从式(4-15)中消去  $\gamma$ 。

再次运用余弦定理于图 4.13, 得

$$\left(\frac{J\gamma}{2} - 1 + M\right)^2 = 2^2 + \left(\frac{J\gamma}{2} - 1 - M\right)^2 - 2(2)\left(\frac{J\gamma}{2} - 1 - M\right) \cos(\pi - \alpha) \quad (4-29)$$

可以简化得

$$\gamma = \left(\frac{2}{J}\right) \frac{(1+M)(1-\cos(\alpha))}{(M-\cos(\alpha))} \quad (4-30)$$

式(4-30)描述了开关频率如何随着控制角  $\alpha$  和负载变化而变化。联合式(4-30)和式(4-15)可消去  $\gamma$ ，得

$$J = \frac{(1+M)(1-\cos(\alpha))}{(M-\cos(\alpha))(\pi - \tan^{-1}(\frac{\sin(\alpha)}{M-\cos(\alpha)}) - \frac{\sin(\alpha)}{M-\cos(\alpha)})} \quad (4-31)$$

其中  $0 \leq \tan^{-1}(\bullet) \leq \frac{\pi}{2}$ ， $M > \cos(\alpha)$ 。

式(4-31)表明了  $\alpha$  控制下的输出特性，如图 4.21 所示。

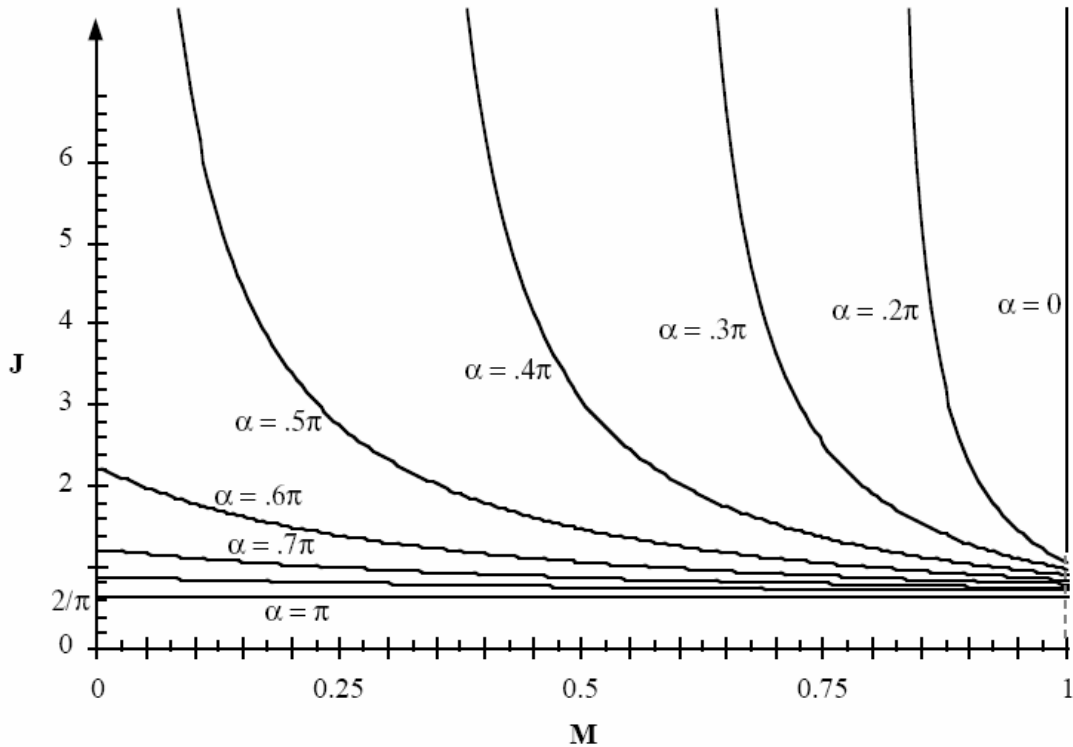


图 4.21  $K=1$ ，CCM，二极管导通角  $\alpha$  控制下的输出特性

从图 4.21 可以看出，输出特性类似的图形类似为双曲线，其垂直渐近线为  $M = \cos(\alpha)$ 。于

图 4.16 对比，图 2.21 揭示了当开关频率接近谐振频率 ( $f_s \rightarrow f_0$ ) 时， $\alpha \rightarrow 0$ ；当  $f_s \rightarrow 0.5f_0$

时， $\alpha \rightarrow \pi$ 。减小  $\alpha$  会使  $M$  或者(和) $J$  增加。还可以看出当  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  时，转换器的输出短路

电流将不再受到限制。

### 总结：边界模式， $K=1$ ，CCM

到目前为止，我们已经研究了  $K=1$  下的 CCM 模式。此模式是由一系列的子区间组成

( $Q_1 - D_1 - Q_2 - D_2$ )。图 4.12 所示的状态空间以及一系列的分析都是基于假定晶体管和二极管

是按照子区间来完成开关动作的。正如前面提到的，当开关频率接近谐振频率时二极管导

通角  $\alpha$  突然消失不见。当开关频率大于谐振频率时将会发生产生不同系列的子区间。同样的

当开关频率等于谐振频率的一半时，二极管导通角  $\alpha$  和晶体管导通角  $\beta$  都接近于  $\pi$ 。对

于串联谐振转换器，没有哪一个子区间使得  $\alpha$  和  $\beta$  大于  $\pi$ ，因为状态空间平面的中心以及输出整流二极管的临界开关状态都取决于  $J_L = 0$ 。同样的，减小开关频率至一半谐振频率以下时将会产生另一些子区间。因此， $K=1$ ，CCM 模式以及式(4-15)仅当  $0.5f_0 < f_s < f_0$  时才成立。

仔细检查图 4.16 可知， $K=1$ ，CCM 模式下的工作区不会超过  $J < \frac{2}{\pi}$  区域。如果想要使转换器工作在轻载，也就是  $J < \frac{2}{\pi}$  条件下，那么另一种工作模式将会被运用，随着而变的将是开关频率的范围。另外，在接下来的章节中将会发现， $K=1$ ，CCM 模式的工作区也不能超过  $0 \leq M < 1$ 。

**（未完，待续）**

未经许可，不得私自转载！