

一段时间后则将迫使电容电流降为0(电路中串接的开关就如此工作),此时电容电压保持为开关关断时刻的值不变,电流迅速降为0。

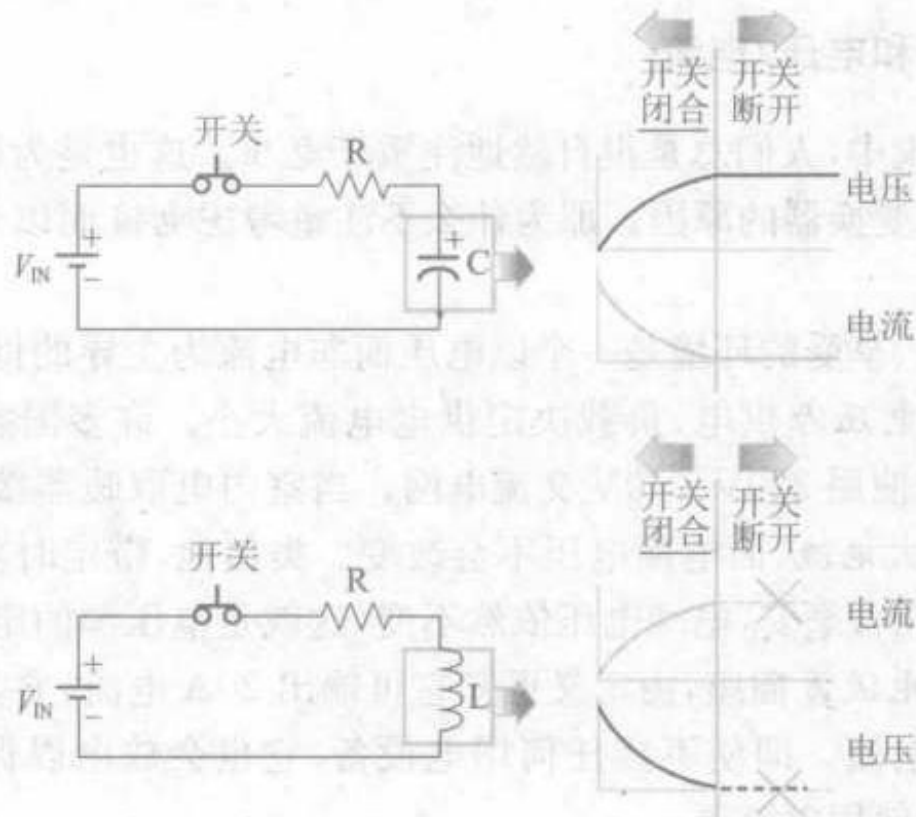


图 1-3 电感与电容的基本充电/放电电路

如图 1-3 所示,用电感 L 代替上述电容,重复以上实验。应聘者通常能正确描述开关导通时的现象,迅速指出开关导通时电感电流与电容电压波形相同,电感电压与电容电流同以指数规律衰减。此时时间常数 $\tau=L/R$,而非 RC 。

了解了此对偶原理将十分鼓舞人心。简单地说,此原理表明电容可以视为电感的倒相(或镜像),因为两者的电压—电流方程可相互转换,只需将电压、电流互换即可。实质上,电容对应于电感,电压对应于电流。

然而,为什么要深入分析这一非电源领域的新理论?现有电源方面的理论不足以分析上述电路吗?的确如此,通过对偶原理可从电容电路导出电感电路,而无需费力求解复杂、抽象的方程,反之亦然。因此,我们应该尽力理解并使用对偶原理。

用对偶原理分析电感电路开关断开时的情况,并预测其输出,此时电路是否仍与电容电路对偶?事实并非如此,开关断开时电感电路与电容电路不对偶。

但是,这并不意味着不能使用对偶原理。尽管图 1-3 所示两电路看似一致,其实并非对偶。因此,不能使用对偶原理分析,后面将会介绍正确的对偶电路。此时我们不应怀疑对偶原理的正确性,而应加深对电感性能的了解。

1.3.3 能量守恒定律

如果紧张的应聘者胡乱猜测说开关断开时电感电流迅速降为0,则证明他对电源基础知识掌握不够。电容储能为 $CV^2/2$,电容电路中关断开关不会出现问题,因为电容会保持所储存的能量(及电压)。电感电路中电感储能为 $LI^2/2$,假设电感电流在开关断开时刻为一有限值而此后迅速降为0,产生的问题是:电感储能转移到了哪里?

提示:能量守恒定律表明,能量可以转换其存在形式,但不会消失。

也有特别大胆的应聘者会回答开关断开时电感电流以指数规律衰减为0,这同样会产生问题,根据基尔霍夫定律,电流流通需要一闭合的路径,那么电感电流从哪里流到哪里?

我们是否完全理解了电感充电阶段的情况呢?问题变得很复杂,需要我們自己去解决。

1.3.4 充电阶段及感应电流理论

绝大部分工程师直觉上对长期在他们脑海中形成的电容充电情形非常认同——电容储存的能量会试图抵制外部能量进入电容,直到趋于平衡状态,充电电流降为0。此情形直观上也是被证明了的,因为它与人们实际生活中情景极其类似,如在交通繁忙时刻一辆拥挤的公交车停靠站台时,能够上车的旅客数量既依赖于公交车的容量,又取决于旅客上车的急切度(电容中为充电电压)。

电感充电电路(即开关闭合)难以在实际生活中找到相似的例子。基本问题是:为什么电感充电电流会随时间延续而增加?即什么因素导致充电电流开始时刻不能很高?电感的情况不像电容那样存在排斥充电的现象,那么原因是什么?

更基本的问题是:电感中为什么存在压降?由欧姆定律($V=I \times R$)可知电阻两端有压降。而电感中电阻几乎为零,它是一根长的铜导线(绕于磁心上)。那它两端压降是如何产生的?尽管我们认同电容能够维持电压,但对电感却不甚了解。不过,我们在中学就学过电场定义为电压梯度 dV/dx (x 表示距离),以下需要解释电感中可能存在的电场是如何形成的。

根据楞次定律或法拉第定律,由于感应电压的产生,电感电流的建立不能瞬时完成。定义可知此电压阻止任何外力对电感磁通的改变,因此若电感电流不变则电感上就无压降——类似于一根导线。若其电流改变,电感两端就会产生感应电压。任何时刻(如图1-3所示的开关导通和关断的所有时刻)电感两端的电压均定义为“感应电压”。

注意:由对偶原理可发现电容/电感与电压/电流的类似性还远不止于此。例如,一直存在一个关于电容的疑问,当电容两端电压改变时,为何会有电流流过电容?电容基本构成为两块金属板和插入中间的绝缘介质。以上说法与绝缘体的通常理解相悖。此现象最终解释为由于电压变化、电容极板流过(或看似流过)置换电流。当电容两端电压改变时,移位电流流过电容两极板。事实上,此电容电流与感应电压极其相似。关于电感电流变化使电感两端产生感应电压的概念后文还会加以介绍。

下面分析开关导通时感应电压的行为。如图1-3所示,电感充电阶段其电流初始值为零,闭合开关以促使电流突变。此时,电感两端产生感应电压以试图维持电流为零。在闭环电路中应用基尔霍夫电压定律,开关导通时刻,由欧姆定律可知串联电阻 R 两端电压为零,因此感应电压必须等于外加电压。一段时间后,外加电压大于感应电

压,电流持续上升。随着电流增加电阻上压降增大,感应电压需要以相同幅度降低以符合基尔霍夫电压定律。这精确描述了电感上感应电压在整个开关导通期间的值。

为什么外加电压会大于感应电压?如果不是这样的话,假设外加电压与感应电压最终相对平衡,则电感电流保持为零。然而,这不可能,因为电流变化率为零则感应电压为零。换言之,感应电压依赖于电流的改变,电流必须改变才能产生感应电压。

自然规律相互印证,无论从哪个角度观测,它们之间都不会冲突。例如,尽管电感电流不断升高,但其变化率减小,导致感应电压下降(根据法拉第定律和楞次定律),因此电阻上压降升高同样符合基尔霍夫电压定律。

此时,我们仍然不清楚开关关断时感应电压的性能。为解开此难题,需要进一步分析。

1.3.5 串联电阻对时间常数的影响

图 1-3 所示电路中充电阶段结束时最终的电感电流和电容电压为多少?回答此问题需注意电路中电阻 R 的作用。我们希望在电容电路中增大 R 能增大充电时间常数 τ 。由 $\tau=RC$ 便可知,实际情况也的确如此。电感充电电路恰好相反, $\tau=L/R$,增大电阻 R 会降低充电时间常数。

让我们尝试解释上述现象。图 1-4 所示为电感充电电流波形,与预期相同, $R=1\Omega$ 比 $R=2\Omega$ 时电流上升曲线的斜率大,而 $R=1\Omega$ 时电流最终值为 $R=2\Omega$ 时的两倍。时间常数定义为电流达到期望值 63% 所需的时间。因此尽管 $R=1\Omega$ 时电流上升斜率大,其时间常数仍大于 $R=2\Omega$ 时的情况,这也解释了图 1-4 中电感电流波形。

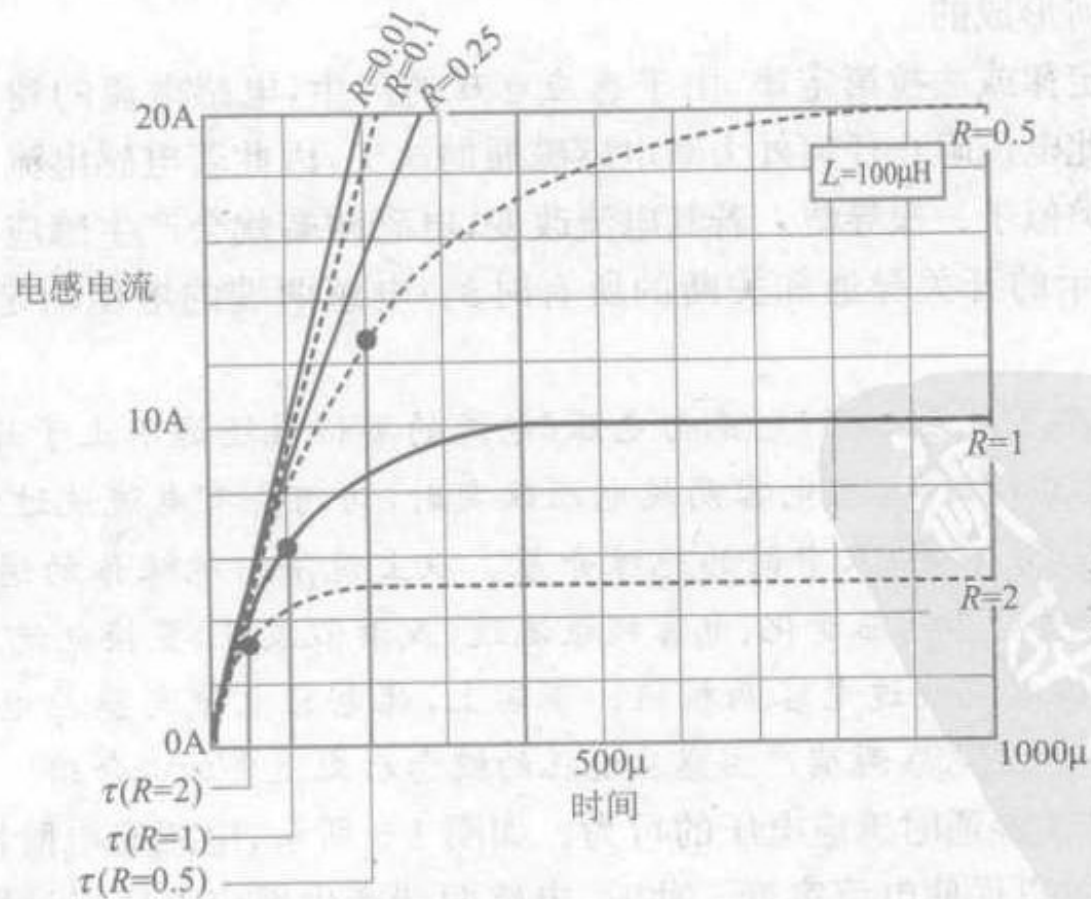


图 1-4 输入电压为 10V, 充电阶段不同电阻 R 对应的电感电流波形

下面分析图 1-5 所示电感电压波形。指数衰减曲线的时间常数定义为其值降为初始值 37% 时所用时间。因此, 尽管图中所有曲线初始值相同, 但 $R=1\Omega$ 比 $R=2\Omega$ 时曲线的衰减速慢, 所以其时间常数大。根据图 1-4 所示电流波形, 由基尔霍夫电压定律容易推导出其电压值, 图 1-5 所示电压波形就容易理解了。

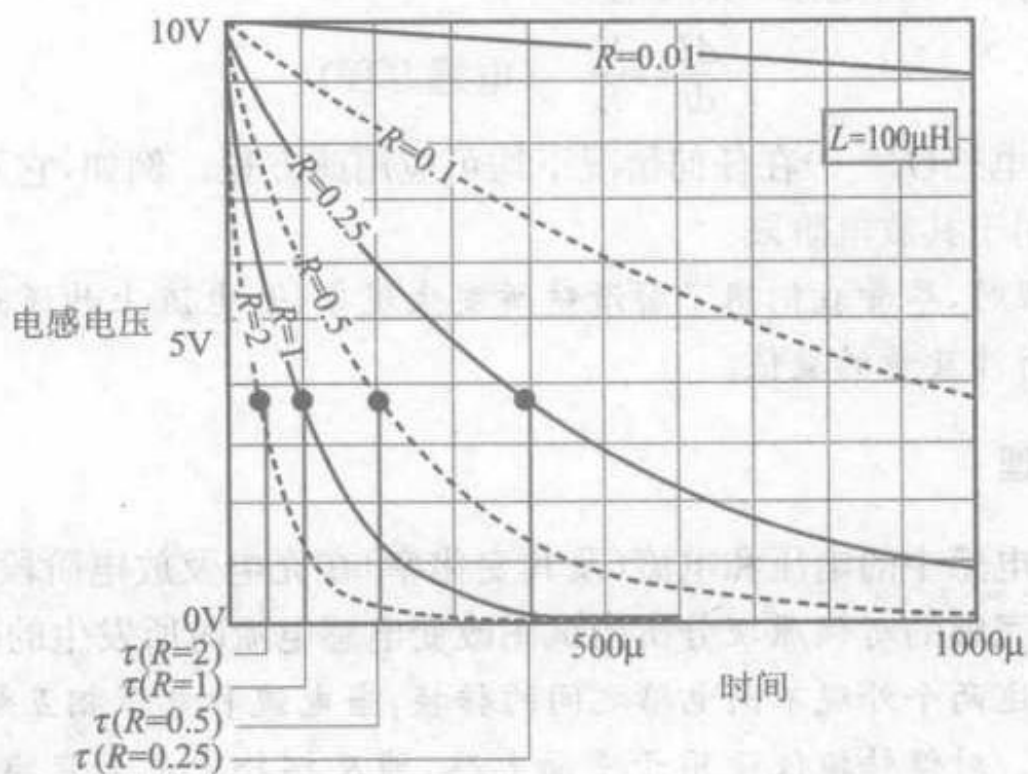


图 1-5 输入电压为 10V, 充电阶段不同电阻 R 对应的电感电压波形

通过分析可得以下结论: 仅仅注意电感电压波形是错误的, 这将难以正确理解电感, 因此需仔细分析其电流的特性。可以发现, 开关关断阶段电感电压完全由电流决定, 电压波形完全遵循电流波形而非其他因素。第 5 章中将介绍电感此特性在开关状态转换期间如何决定电感电压和电流, 进而决定转换时的交叠损耗。

1.3.6 $R=0$ 时电感充电电路及电感方程

若 R 降为 0, 会发生什么现象?

由图 1-5 可以推测出开关导通阶段电感电压从初始值 V_{IN} 开始的所有变化都是因为 R 的存在。因此若 $R=0$, 则开关导通阶段电感电压保持不变, 感应电压必须等于外加电压。由基尔霍夫电压定律容易得出此结论, 因为此时电阻为零, 电阻上压降也为零, 外加电压全部加在电感两端。若电感电流持续变化, 电感就能维持此外加电压; 若电感两端有电压, 通过它的电流必须改变。

由图 1-4、图 1-5 可知, 低电阻时电感电流在开关导通阶段由一固定斜率曲线上升, 理论上将达到无穷大。可用数学方法进行证明, 电感电流方程两边对时间取微分, 再使 $R=0$, 如下所示

$$I(t) = \frac{V_{IN}}{R} (1 - e^{-R/L})$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{V_{IN}}{R} \left(\frac{R}{L} e^{-R/L} \right)$$

$$\left. \frac{dI(t)}{dt} \right|_{R=0} = \frac{V_{IN}}{L}$$

可见,当电感直接连于电源 V_{IN} 时,电流以固定斜率 V_{IN}/L 上升。

注意,上述推导过程中由于 $R=0$,电感电压恰好等于 V_{IN} 。令任意时刻电感两端电压为 V ,电流为 I ,可得电感一般方程

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V}{L} \quad (\text{电感方程})$$

电路中理想电感($R=0$)在任何情况下均可应用此方程。例如,它不仅适用于电感充电阶段,也适用于其放电阶段。

注意:应用此方程时,尽管我们想了解清楚所发生现象(如电流上升还是下降),但为便于计算,仅代入所涉及量的数值。

1.3.7 对偶原理

已经清楚了电感中的电压和电流(及其变化率)在充电及放电阶段均相互关联,下面应用此知识及完整的对偶原理分析当试图改变电感电流时所发生的现象。

对偶原理描述两个外观不同电路之间的转换,当电流和电压相互影响时这两个电路具有相同特性。对偶转换仅适用于平面电路,涉及拓扑中元素变换:电容与电感互换、电阻与导纳互换、电压源与电流源互换。

现在可以指出图 1-3 中的“错误”了。首先,本该在其中一个电路使用电流源而两电路中都使用了电压源。其次,两电路中均串接了开关。尽管串接开关的结果是改变电压,但其基本功能是断开电流而非改变电压。正确的对偶电路中,使电感电流降为零对应于使其对偶电路电容电压为零。因此,应该在电容两端并联开关而不是串联。清楚上述两点后可以正确构造图 1-6 所示的对偶电路,但要注意此电路在实际应用中是无法实现的。

1.3.8 电容方程

为分析图 1-6 电路,首先学习与电感方程类似的电容方程。

若对偶原理正确,则有以下两方程

$$V = L \frac{dI}{dt} \quad (\text{电感方程})$$

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (\text{电容方程})$$

可将以上方程的直线段(电感电压 V 和电容电流 I 为常量)写成给定时间段的增量或减量形式方程

$$V = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (\text{电感电压为常量})$$

$$I = C \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (\text{电容电流为常量})$$

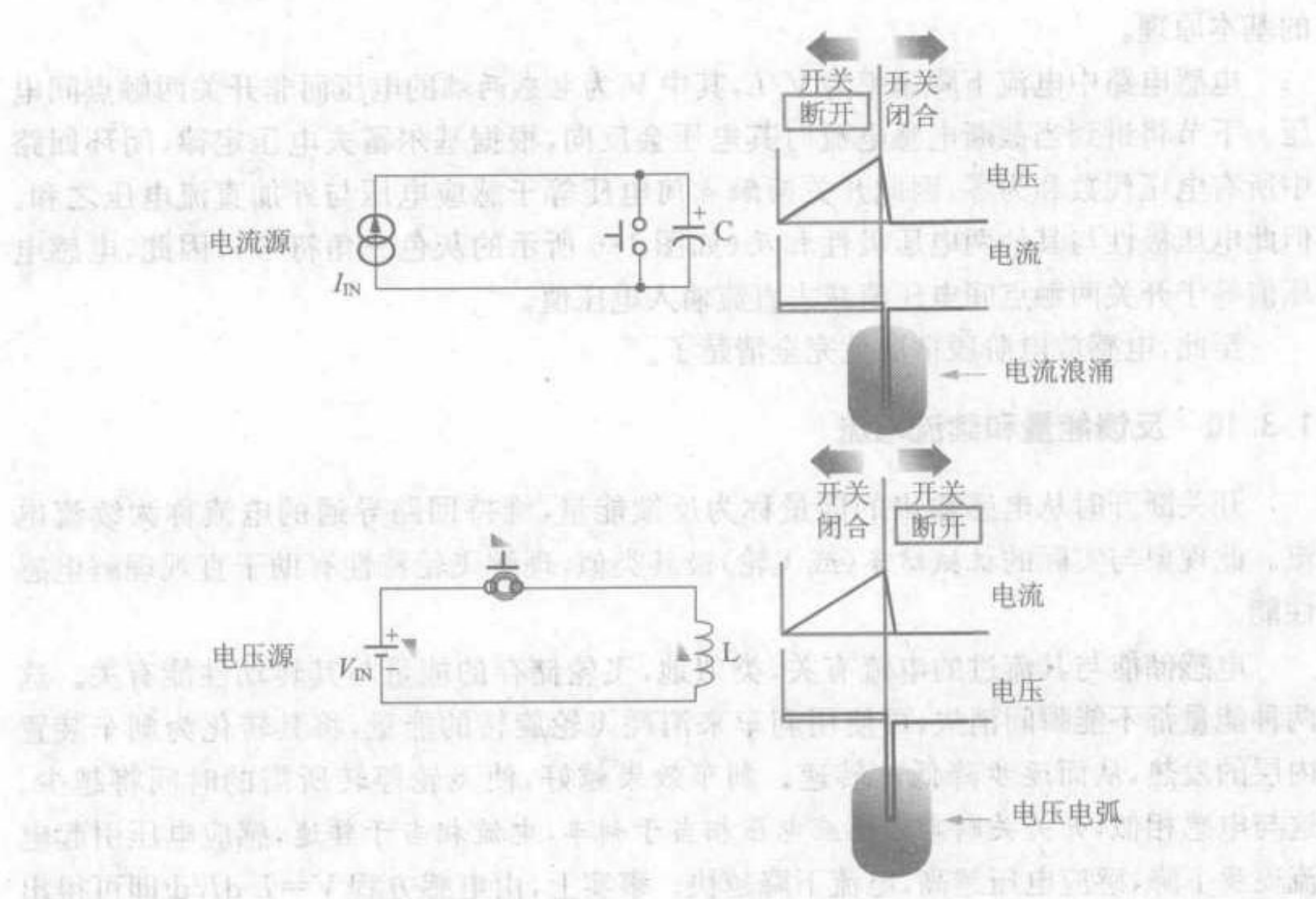


图 1-6 电感充电阶段的对偶电路

对偶原理有助于我们理解电容通过电流源充电及放电时的性能,此时电容电压沿直线上升(趋于无穷大),电感两端加电压源时其电流与此类似。在这两种情况下,电容电压值和电感电流值仅受各种寄生参数的影响,如电容 ESR 和电感 DCR,此处暂忽略此寄生效应。

1.3.9 电感放电阶段

以下详细分析图 1-6 电路的对偶电路。

运用电容方程可分析由并联开关给电容放电时所发生的现象,进而理解电感放电(如通过串接开关使电流降为零)时的现象。

电容两端短接时电容会在短时间内放完电,产生很大冲击电流,其两端电压也迅速降为零。可以推断,若使电感电流迅速降为零,会在电感上产生很高的感应电压。因此,通过对偶原理可以解决电感放电这一难题。

但是,我们仍然不知道开关/电感两端峰值电压实际的精确值。前文已述,在开关关断阶段,电感电压维持为一定值以保证电流连续。因此,断开开关时两触点间会产生电弧(如图 1-6 所示),若两触点之间距离增大,两者之间电压会自动升高以维持此电弧。在此阶段,电流迅速下降。电弧一直持续到电感中储能为零,即电流完全降为零,由电感方程可知电流下降速率为 V/L 。最后,电感所有储能以热量和电火花的形式消耗,电流和感应电压都降为零。这是汽车火花塞和相机闪光灯(其在更可控的状况下)

的基本原理。

电感电路中电流下降速率为 V/L , 其中 V 为电感两端的电压而非开关两触点间电压。下节将讲到当截断电感电流时其电压会反向, 根据基尔霍夫电压定律, 闭环回路中所有电压代数和为零, 因此开关两触点间电压等于感应电压与外加直流电压之和。但此电压极性与其他两电压极性相反(如图 1-6 所示的灰色三角符号), 因此, 电感电压值等于开关两触点间电压值减去直流输入电压值。

至此, 电感放电阶段情况就完全清楚了。

1.3.10 反馈能量和续流电流

开关断开时从电感输出的能量称为反馈能量, 维持回路导通的电流称为续流电流。此现象与实际的机械纺车(或飞轮)极其类似, 理解飞轮特性有助于直观理解电感性能。

电感储能与其流过的电流有关, 类似地, 飞轮储存的能量与其转动性能有关。这两种能量都不能瞬间消失, 可使用刹车来消耗飞轮旋转的能量, 将其转化为刹车装置内层的发热, 从而逐步降低其转速。刹车效果越好, 使飞轮停转所需的时间将越少。这与电感相似, 开关关断期间感应电压相当于刹车, 电流相当于转速, 感应电压引起电流逐步下降, 感应电压越高, 电流下降越快。事实上, 由电感方程 $V=L \, dI/dt$ 即可得出上述结论。

下文将进一步介绍电感的相关特性。

1.3.11 电流必须连续而其变化曲线斜率不必连续

上节的关键词为阶跃。从数学/几何学角度看, 电感电流曲线不能断续(无突降), 因为电流断续会引起实际不可能发生的能量断续现象。电流变化率 dI/dt 可以突变, 即可以瞬时改变。例如, 从上升斜率(电感储能增加)变为下降斜率(电感储能释放), 尽管如此, 电流必须连续。见图 1-7 中标示为“可能”的曲线。

图中有两个曲线标示为“可能的”, 它们都不违背任何已知物理定律。其中一曲线标示为“不能接受的”, 因为其巨大尖峰电压会损坏开关。另一曲线标示为“可接受的”即为实际开关变换器中所发生情况。

1.3.12 电压反向现象

前面提到, 当截断开关电流时开关上的电压反向, 以下具体分析其原因。

直观但非精确的演示如图 1-8 所示。开关闭合时电流从直流电压源正端流出, 这符合电流方向描述的惯例。在此导通期间, 图中电感上端电压高于其下端电压。此后, 开关断开, 输入直流电压源与电感断开, 电流要保持连续, 且与原方向保持一致, 因此在开关关断期间, 可将电感视为一个电压源, 维持电流连续。因此, 图中用灰线在电感两端标示了一假想电压源(电池模型), 其极性符合电流从电压源正极流出的规则。

这使电感下端电压高于其上端电压。可见,为维持电流连续,电感电压需发生反向。

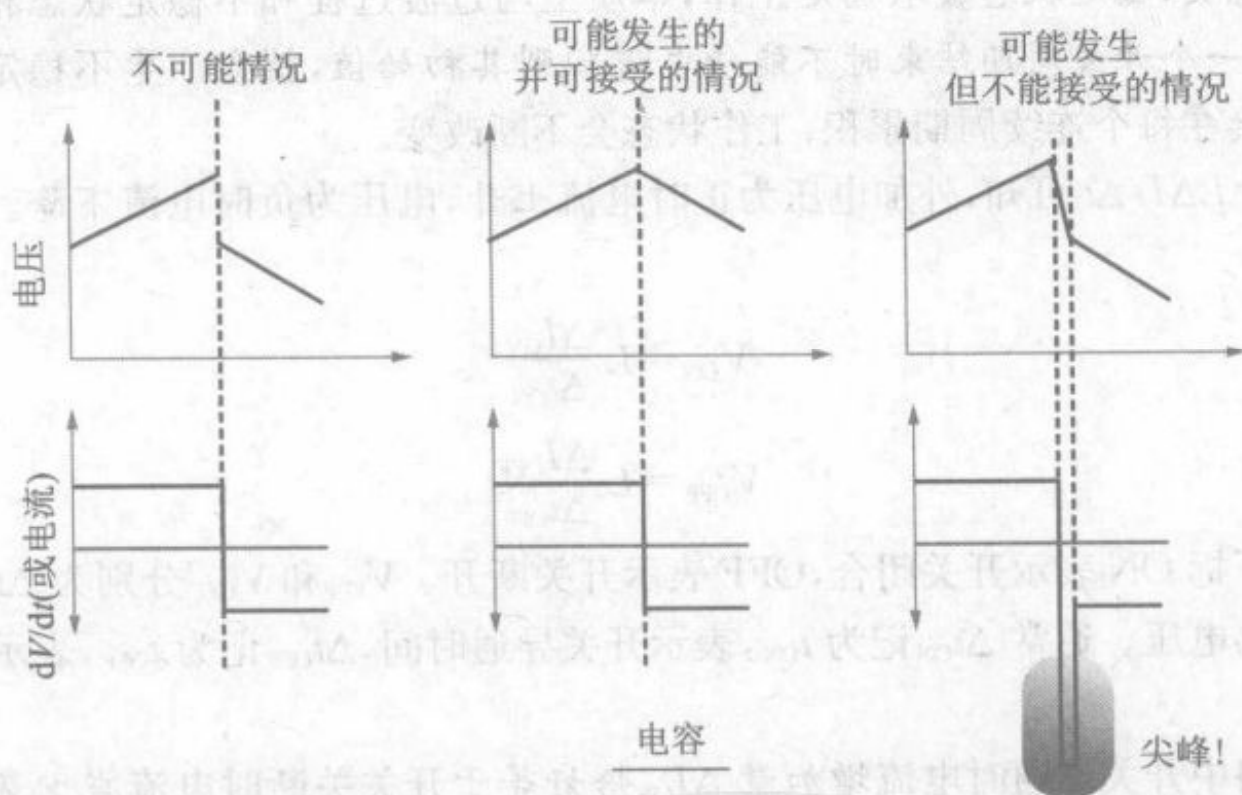
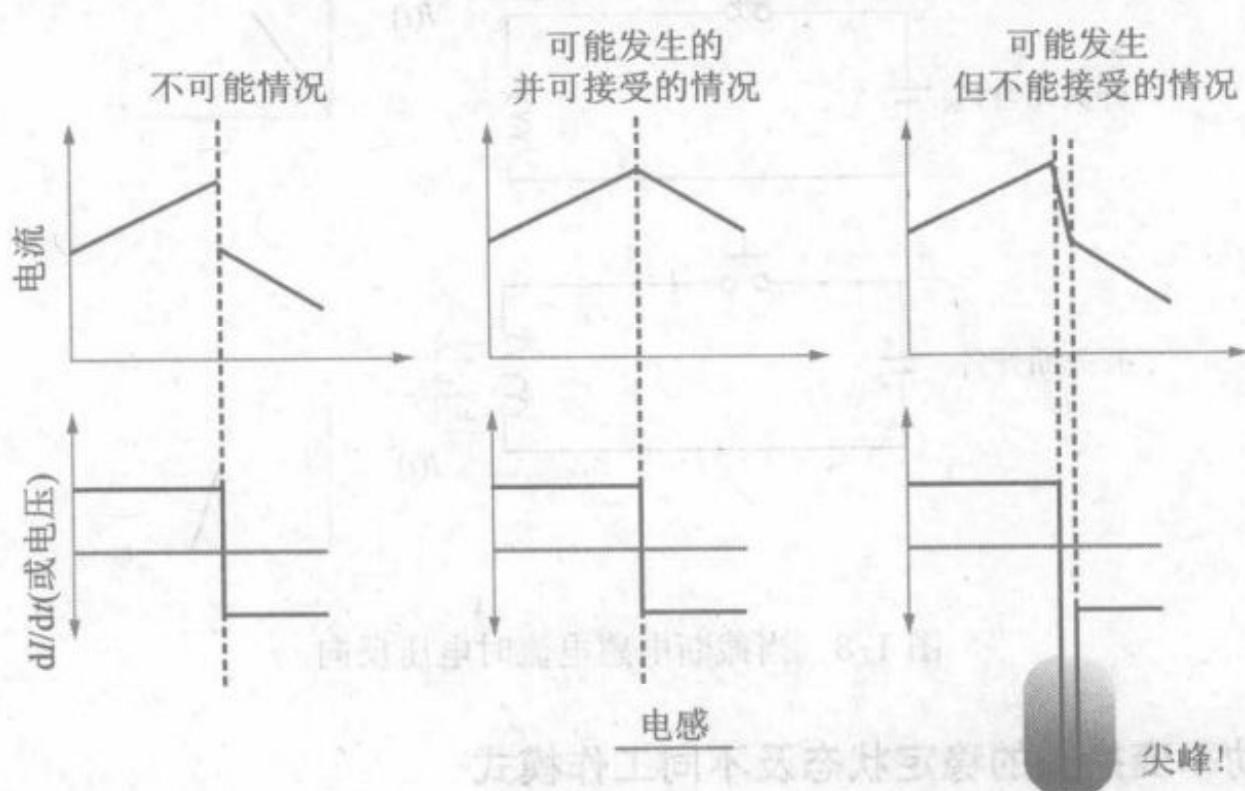


图 1-7 电感电流必须连续,其斜率可以断续。电容电压必须连续,其斜率可以断续

电压反向现象可归因于感应电压总试图阻止电流的改变。事实上,电压反向并不总是发生。例如,在 boost 变换器初始启动阶段没有发生电压反向,原因在于最基本要求是电流连续而非电压反向,若电路设计合适,则可能不发生电压反向也能保证电感电流连续。

必须指出,当变换器工作于稳定状态时,每次开关转换都会产生电压反向,为此需要理解稳定状态的含义。

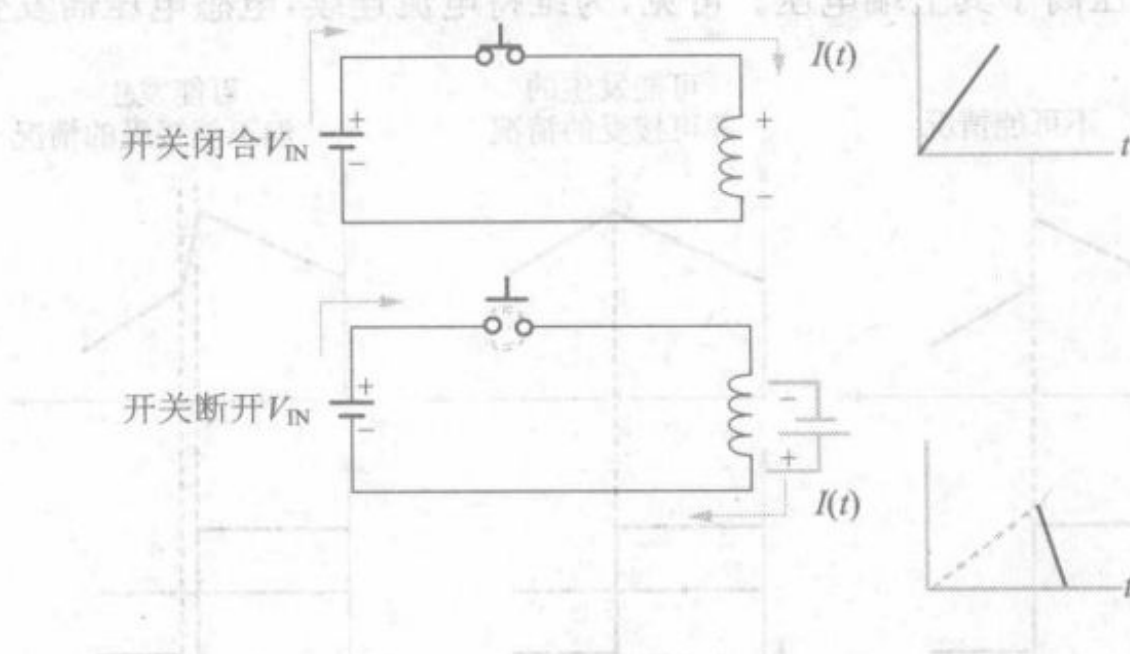


图 1-8 当截断电感电流时电压反向

1.3.13 功率变换器的稳定状态及不同工作模式

顾名思义,稳定状态表示稳定工作,本质上与过渡过程和不稳定状态相对。显而易见,若在一个开关周期结束时不能使电流回到其初始值,就会产生不稳定状态。因为其差值会在每个连续周期累积,工作状态会不断改变。

由 $V=L\Delta I/\Delta t$ 可知,外加电压为正时电流上升,电压为负时电流下降。可得以下方程

$$V_{\text{ON}} = L \frac{\Delta I_{\text{ON}}}{\Delta t_{\text{ON}}}$$

$$V_{\text{OFF}} = L \frac{\Delta I_{\text{OFF}}}{\Delta t_{\text{OFF}}}$$

此处下标 ON 表示开关闭合,OFF 表示开关断开。 V_{ON} 和 V_{OFF} 分别为 Δt_{ON} 和 Δt_{OFF} 时电感两端电压。通常 Δt_{ON} 记为 t_{ON} ,表示开关导通时间, Δt_{OFF} 记为 t_{OFF} ,表示开关关断时间。

若电路中开关导通时电流增加量 ΔI_{ON} 恰好等于开关关断时电流减少量 ΔI_{OFF} ,则电路达到稳定状态。不断重复上述开关过程,每次结果都相同。换言之,每个开关周期为前一周期的复制。进一步说,电路能够以连续能量包的形式向输出电容和负载传输稳定的能量流,这即为功率变换器。

获得稳定状态没有想象的那么困难。系统本身会自动地努力促使物理过程趋于稳定状态而无须外加指令。因此,所要做的就是设计合适电路使变换过程按自然趋势发展,在合适的条件下,就能获得稳定状态。此后,系统会自保持于稳定状态,这种电路就称为电源拓扑。

正确的拓扑必须满足方程 $\Delta I_{\text{ON}} = \Delta I_{\text{OFF}} \equiv \Delta I$,若不满足此方程,则不是正确的拓扑。因此,此电流增/减方程是测试新的电源拓扑有效与否的依据。

注意电感方程及其稳定状态仅涉及电流的增/减量,并不涉及每一开关周期开始

(结束)时电流的实际值,因此存在多种可能情况。若稳定状态下每个周期中电流都回到零,则称为断续导通模式(DCM);若电流回到某一非零值,则称为连续导通模式(CCM)。CCM是功率变换中最常见工作模式。图1-9演示了稳定状态下的工作模式,其他工作模式后面会介绍。图中方波是电感两端电压波形,斜线上升的波形为电感电流波形,由图可知:

- (1) 电感电压在开关动作时总是反向(在稳定状态下所预期的)。
 - (2) 电感方程表明电压与电流斜率相关,与电流实际值无关。因此,对给定 V_{ON} 和 V_{OFF} ,可能有多个电流波形,每个对应波形段有相同的 dI/dt 。每种可能情况代表一种工作模式——CCM、DCM、BCM(临界连续模式)等等。实际工作于哪种模式取决于具体电路例如(拓扑)和工作条件(即所需输出功率和输入输出电压)。
 - (3) 电感电压 V_{ON} 和 V_{OFF} 取决于工作条件 V_{IN} 和/或 V_{O} 。其内在联系与拓扑结构有关,稍后讲述。
 - (4) 关键问题——平均电感电流与负载电流有什么关系? 这同样取决于拓扑。然而,所有情况下平均电感电流 I_{AVG} 均与负载电流 I_{O} 成比例。例如若 I_{O} 为 2A, I_{AVG} 为 10A,则当 I_{O} 降为 1A 时 I_{AVG} 降为 5A。因此降低负载电流可以降低 I_{AVG} ,如图 1-9 所示。
 - (5) 减小变换器的负载电流,可以使电路自动地从 CCM 经过 BCM 最终转变为 DCM。
 - (6) BCM 即临界连续模式,处于 CCM 和 DCM 之间,可将其视为 CCM 和 DCM 的极端情况。
 - (7) 除 DCM 外,图 1-9 中所有电感电流平均值 I_{AVG} 均为电感电流波形的几何中心。在 DCM 中电流波形有一段为零,计算平均电流就需更详细的计算公式,这是 DCM 方程看上去如此复杂的根本原因。正因如此,尽管变换器工作于 DCM 比 CCM 有更多优点,许多工程师仍然有意地忽略 DCM。
- 注意:**变换器工作于 BCM 时,期望 DCM 方程和 CCM 方程结果相同。事实上,当变换器工作于 BCM 时,可以自由选择 DCM 方程或 CCM 方程。当然,我们肯定选择简单而非复杂的方程来得到这一相同结果。
- (8) 图 1-9 中哪个是真正的电感平均电流 I_{AVG} ? 理解这个值的一个很好方法是使用“汽车模型法”。当踩汽车油门时,速度会相应提高。类似地,当开关导通时电压 V_{ON} 加于电感上,电流沿斜线上升。当踩刹车板时,汽车速度降低。类似地,移除外加电压,电感电压反向,感应电压(相应于刹车闸)作用于电感上,即 V_{OFF} 。由于其方向与 V_{ON} 相反,电流斜线降低。若先踩汽车油门(V_{ON}),然后刹车(V_{OFF}),不断快速重复,掌握恰当的时间,尽管汽车不稳定,仍会不断前进,从而可得一平均速度,它取决于加速和刹车的时间周期。在功率变换中,此不稳定现象类似于电流纹波 $\Delta I = \Delta I_{\text{ON}} = \Delta I_{\text{OFF}}$ 及电感平均电流 I_{AVG} ,输出电容吸收此纹波,从而可按要求向负载提供稳定的直流电流。