反激变换器的小信号建模和环路控制

Small_signal Modeling and Loop Control for Flyback Convert

(College of Electrical Engineering　ZheJiang University)

摘要　本文以反激式变换器为例，利用一种平均化的等效方法，直接建立其主电路稳态情况下的小信号等效模型。并由其此模型，通过电压型和电流型模式的控制方式，建立了完整的小信号传递函数，对其稳定性进行了比较研究，进而提出补偿方案。

关键词：　小信号模型　电压型控制　电流型控制　频率补偿

Abstract　In this paper, I choose Flyback convert as an example and use an average method to model the power stage at a given operating point.　With this model , we can get the whole small_signal function, including the voltage mode and current mode loop control, which help us to do some research in the stability of the Flyback convert and its frequency compensation.

Key words: small_signal modeling　voltage mode　current mode　frequency compensation

1　引言

设计一个具有良好动态和静态性能的开关电源时，控制环路的设计是很重要的一个部分。经常主电路是根据设计要求设计的，设计时一般不会提前考虑控制环路的设计，我们的前提就是电路的主功率部分已经全部设计完成，然后来探讨环路设计。而环路的设计与主电路的拓扑和参数有极大关系。[1]为了进行稳定性分析，有必要建立开关电源完整的小信号数学模型。在频域模型下，波特图提供了一种简单方便的工程分析方法，可用来进行环路增益的计算和稳定性分析。

由于开关电源本质上是一个非线性的控制对象，因此，需要先对开关电源的非线形部分进行线形化的处理。通常的做法是用解析法建立电路的状态方程，用平均状态空间技术，来近似地得到开关电源稳态时的小信号模型。[1]

本文将用一种更加简明的方法，直接建立主功率电路的小信号电路模型，在进行直流和交流分析的基础上，得到其传递函数。本文将对反激式（Flyback）拓扑作一定的分析，此拓扑结构简单，且可以多路输出，现在已经成为小功率方面的主流。

2　反激变换器小信号模型

反激拓扑从Buck_Boost拓扑发展而来，开关管闭合时，原边绕组在V_I作用下，线圈中储存的能量上升，开关管断开后，原边电流耦合到副边，能量输出到负载。在这个过程中，开关器件和变压器是非线形部分，假设我们不考虑变压器的漏感，从而对变压器和开关器件做线形化处理。我们使用如下模型，[2]

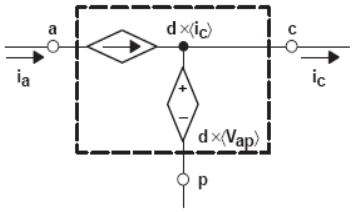

图 1 开关器件的平均化等效模型

假设变换器的占空比为 D，模型输入侧的电压是v_{ap}，电流是i_a，输出侧电流i_c，输出侧电压v_{cp}，由于开关频率较高，可以简单地采用平均化的处理，但是对启动过程和负载剧烈变化的情况是不适合的。

它们满足如下关系：

$$i_a = D \times i_c \qquad (1)$$

$$v_{cp} = D \times v_{ap} \qquad (2)$$

当电路达到稳态以后，在直流分量上，叠加上交流分量：

$$i_a = (D+\tilde{d})(I_c+\tilde{i}_c) = DI_c + D\tilde{i}_c + \tilde{d}I_c + \tilde{d}\tilde{i}_c \quad (3)$$

$$v_{cp} = (D+\tilde{d})(V_{ap}+\tilde{v}_{ap}) = DV_{ap} + D\tilde{v}_{ap} + \tilde{d}V_{ap} + \tilde{d}\tilde{v}_{ap} \quad (4)$$

忽略小量，就得到如下交流小信号模型：

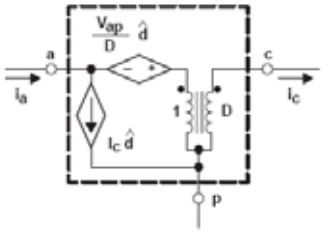

图 2　开关器件等效小信号模型

从而我们将其代替反激式变换器中的变压器和开关器件，得到小信号模型如下：

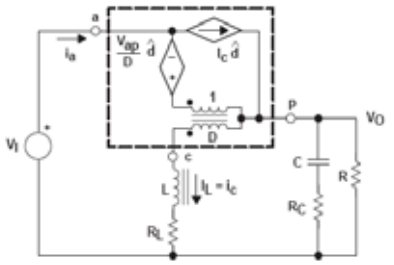

图 3 Flyback 主电路的等效小信号模型

对电路作直流分析，去除模型中的交流分量，并将电感短路，电容开路（忽略电感寄生阻抗），得到

$$\frac{V_I}{N} = V_{ap} - D \times V_{ap} \qquad (5)$$

$$V_o = -\frac{D}{1-D} \times \frac{V_I}{N} \qquad (6)$$

$$I_o = -\frac{V_I}{NR} \times \frac{D}{1-D} \qquad (7)$$

$$I_c = \frac{V_I}{NR} \times \frac{D}{(1-D)^2} \qquad (8)$$

再对电路做交流分析，假设 $\tilde{v}_i$ =0，

我们选择两个电压回路和一个电流节点 P，得到如下等式：

$$-\tilde{v}_{cp} + \tilde{i}_c \times s \times L + \frac{\tilde{v}_{cp}}{D} = \frac{V_{ap}}{D} \times \tilde{d} \quad (9)$$

$$\tilde{v}_o = \tilde{v}_{cp} - \tilde{i}_c \times s \times L \qquad (10)$$

$$D \times \tilde{i}_c + I_c \times \tilde{d} + \tilde{i}_o = \tilde{i}_c \qquad (11)$$

下面将利用（5）~（11）式，推倒反激电源主电路的小信号传递函数。

3　小信号传递函数的建立

3.1 电压型控制

所谓电压型控制，就是输出电压Vo经KFB取样后反馈，与基准电压Vref比较后，经电压误差放大器放大，产生误差电压vc，误差电压再经PWM比较器，调节占空比D，由于采用了负反馈机制，达到控制输出电压的目的。基于我们的稳态下的小信号模型，得到如下的小信号反馈框图：[1]

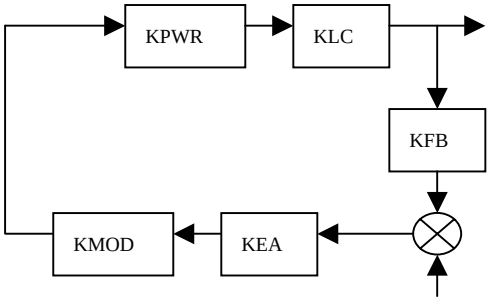

图 4　电压模式控制的反馈框图

由（5）~（11）式，并考虑到 $R >> R_c$

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{d}} = \frac{V_I}{NV_s(1-D)^2} \cdot \frac{\left(1-\frac{DsL}{R(1-D)^2}\right)\left(1+sR_cC\right)}{s^2\frac{L\times C}{(1-D)^2} + s\left(\frac{L}{R(1-D)^2}\right)+1} \quad (12)$$

此式就是 PWM 比较器输出 $\tilde{d}$ 到 $\tilde{v}_o$ 的小信号传递函数，再来看反馈环路中的 KMOD 部分

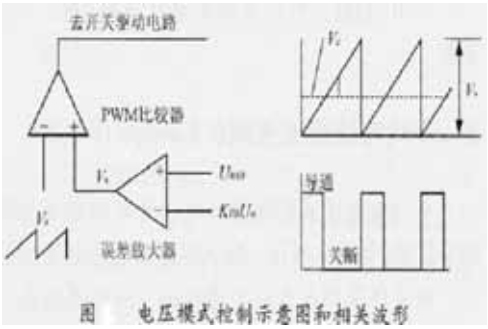

图　电压模式控制示意图和相关波形

由上图，我们得到：

$$\tilde{d}=\frac{\tilde{v}_c}{V_s} \qquad (13)$$

将（13）代入（12）式，就得到了电压误差放大器输出 $\tilde{v}_c$ 到 $\tilde{v}_o$ 的小信号传递函数

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{v}_c}=\frac{1}{V_s N}\frac{V_I}{(1-D)^2}\cdot\frac{(1-\frac{D\times s\times L}{R\times(1-D)^2})(1+s\times R_c\times C)}{s^2\frac{L\times C}{(1-D)^2}+s\left(\frac{L}{R(1-D)^2}\right)+1} \qquad (14)$$

3.2 电流型控制

如果采用电流型控制，对于单端反激电源，我们采用峰值电流模式控制，这是一种固定时钟开启、峰值电流关断的控制方法。，电压外环输出控制量（Vcv）和由原边电流上升沿形成的斜坡波形(Vs)通过电压比较器进行比较后，直接得到开关管的关断信号（开通信号由时钟自动给出），因此，电压环的输出控制量是电感电流的峰值给定量，由电感电流峰值控制占空比。其小信号反馈框图如下图所示：[1]

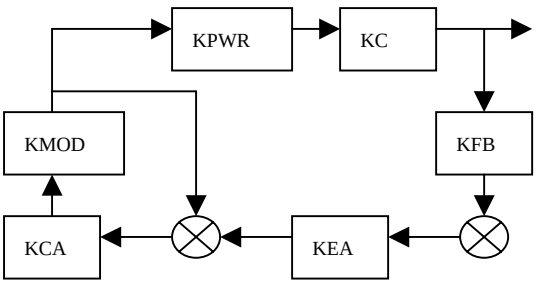

图 6 电流模式控制的反馈框图

由（5）~（11）式，我们得到输出电流 $\tilde{i}_c$ 到输出电压 $\tilde{v}_o$ 的小信号传递函数：

$$\frac{\tilde{v}_o}{\tilde{i}_c}=\frac{(1-D)R}{1+D}\frac{(1+s\times C\times R_c)\left(1+\frac{sLD}{R(1-D)^2}\right)}{1+\frac{sCR}{1+D}} \qquad (15)$$

由于直接控制输入侧电流 $\tilde{i}_c$，消除了由电压型控制的输出滤波器所产生的双极点，而成为了单极点。再考虑内部的电流环，设电压环经电压误差放大器的输出 v_{cv} 为常数，

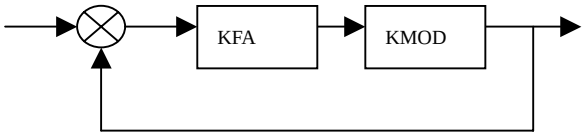

图 7 电流内环反馈框图

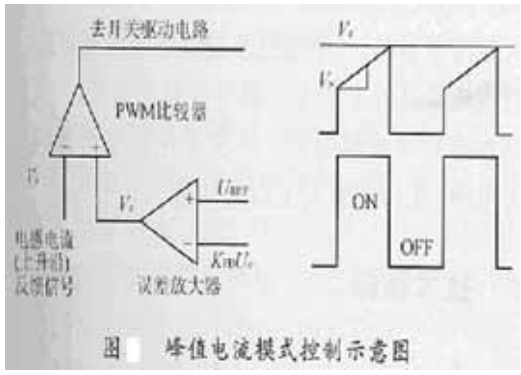

图　峰值电流模式控制示意图

从图中我们可以得到 KMOD 部分的关系：

$$\frac{\tilde{d}}{N\times\tilde{i}_c}=\frac{N^2\times L\times f_s}{V_I} \qquad (16)$$

再次由（5）~（11）式，得到 KMOD 输出到输出电流的传递函数：

$$\frac{\tilde{i}_c}{\tilde{d}}=\frac{N\times V_I}{(1-D)^2}\frac{\frac{sC}{1+D}+1}{s^2LC+s\frac{L}{R}+(1-D)^2} \qquad (17)$$

将（16）（17）两式相乘，就得到电流控制内环的开环传递函数：

$$G(S)=\frac{N^4Lf_s}{(1-D)^2}\frac{\frac{s\times C}{1+D}+1}{s^2LC+s\frac{L}{R}+(1-D)^2} \quad (18)$$

化简后就可以得到电流环的闭环传递函数：

$$\frac{\tilde{i}_c}{\frac{\tilde{v}_{cv}}{R_s}}=\frac{\frac{N^4Lf_s}{1-D^2}\left(\frac{s\times C}{1+D}+1\right)}{s^2LC\frac{N^4Lf_s}{1-D^2}+s\frac{C}{1+D}\frac{N^4Lf_s}{1-D^2}+\frac{N^4Lf_s}{1-D^2}} \quad (19)$$

可见，在引入了电流反馈内环后，在整个环路中引入了在开关频率处的双极点。由于开关频率较高，对整个回路的影响不大。

3 误差放大器补偿电路的设计

电路主要参数如下：

输入：28V

输出：5V

滤波电容：c=0.0002F;

原边电感：L=0.0001H

副边电感：L=0.00003H;

变压器匝比：N=sqrt(10/3);

开关频率：f=50KHz;

占空比：D=N*5/(N*5+28);

输出负载：R=10;

滤波电容ESR：Rc=0.3;

电流取样电阻：Rs=0.33;

振荡三角波幅度：Vs=2.5V

电流型补偿：

对于环路补偿，我们将遵循以下的原则，[3]

（1） 在所有增益大于0db的频率处，开环相位不超过-180,这可以保证环路的稳定性；

（2） 开环增益的穿越频率尽可能高，这样可以提高系统的暂态响应；

（3） 直流增益尽可能大，这样可以提高系统调节精度

（4） 开环增益曲线以-20db/dec下降

环路带宽当然希望越高越好，但受到几方面的限制，香农采样定理决定了不可能大于1/2fs，否则会引起频谱的混叠；

右半平面零点的影响，右半平面零点随输入电压，负载，电感量的大小而变化，几乎无法补偿，我们只有把带宽设计的远离它；[5]

补偿放大器的带宽不是无穷大，当把环路带宽设计地很高时，会受到补偿放大器无法提供增益的限制

为了消除开关频率初的谐波，我们选择环路的剪切频率为开关频率的1/6~1/10，在此例中，我们选为8K

电路主功率部分的传递函数如下：

$$G(s)=2.798\times\frac{\left(1+\frac{s}{16667}\right)\left(1-\frac{s}{771040}\right)}{1+\frac{s}{622.93}} \quad (20)$$

同时增加电流内环的的传递函数，我们得到的BODE图如下所示：

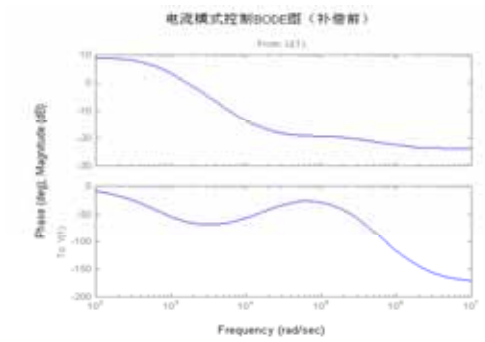

图9 电流模式控制BODE图（补偿前）

8K处开环系统的相位是$\phi(8k)=-60.4^o$

如果采用单极点补偿，则补偿后的相位裕量为180-90-60=30，偏小。此处，我们再增加两个零点来进行补偿，补偿器如下：

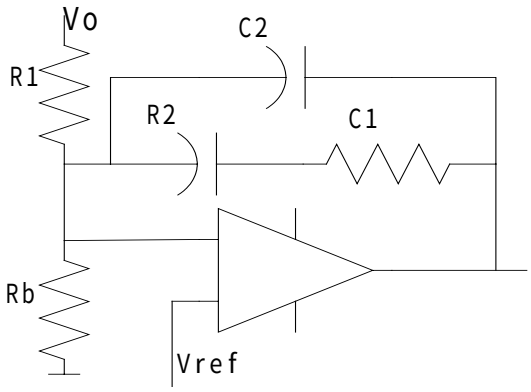

图10　电压误差放大器的补偿电路

它的频率特性为：

$$G(s)=\frac{1+sR_2C_1}{sR_1C_1\left(1+sR_2C_2\right)} \qquad (21)$$

第一个极点在原点，第一个零点用来提升相位，此零点越低，则相位提升越明显，但是太低了就降低了低频增益，使输出调整率降低，为此我们将其选在带宽的1/5，即1.6KHz处。第二个极点用来抵消ESR零点引起的增益升高，保证增益裕度，既第二个极点的位置选在16667Hz。[4]

Gain(8k)=-12.3db,所以补偿放大器的在8k处的增益应为12.3db，

$20\log\left(\frac{R2}{R1}\right)=12.3dB$，有 $R1$=20K，可以得到 $R2$ = 82.42K，fp2=1/2πR2*C2=16667,得到C2=0.115nf，fz=1/2πR2*C1=1600，得到C1=1.206nF

则补偿部分 BODE 图如下：

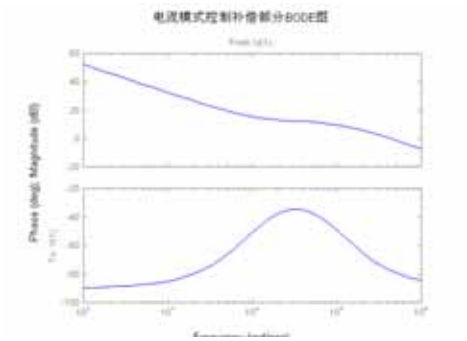

图 11　电流模式控制补偿部分 BODE 图

补偿以后的 BODE 图如下所示：

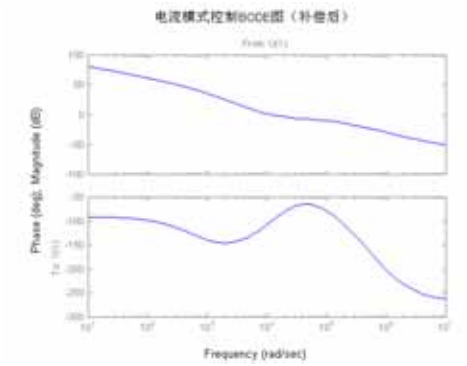

图12 电流模式控制BODE图（补偿后）

对于电压模式控制方式，补偿前其BODE图如下：

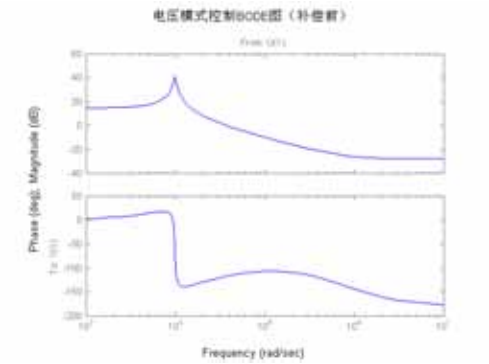

图13 电压模式控制BODE图（补偿前）

由于输出有LC振荡，在谐振点相位变动很剧烈，会很快接近180度，所以需要用补偿放大器来提升相位。在原点有一极点来提升低频增益，在双极点处放置两个零点，这样在谐振点的相位-90+（-90）+45+45=90，在输出电容的ESR处放一极点，来抵消ESR的影响，在RHZ处放一极点来抵消RHZ引起的高频增益上升。补偿电路如下：[4]

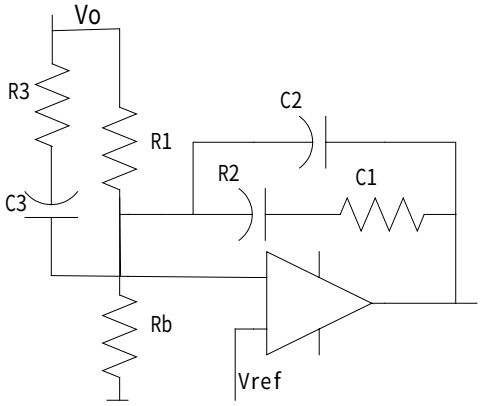

图14 电压模式误差放大器的补偿电路

其频率特性为：

$$G(s)=\frac{\left(1+sR_2C_1\right)\left(1+sR_1C_3\right)}{sR_1C_1\left(1+sR_2C_2\right)\left(1+sR_3C_3\right)} \qquad (22)$$

假设补偿以后的带宽还是8K,则原环路在8K处的增益为23dB，补偿部分在8K处的增益应该是-23dB，双零点处增益：20log(R2/R1)=-23-20log(9.7/8)，得到R2=1.17K

双零点处，1/2πR1*C3=7032.6，得到

C3=1.136nF，1/2πR2*C1=7032.6，得到C1=19.4nF，
1/2πR3*C3=771040，得到R3=0.181K，
1/2πR2*C2=16670，C2=8.16nF
补偿部分的BODE图如下所示：

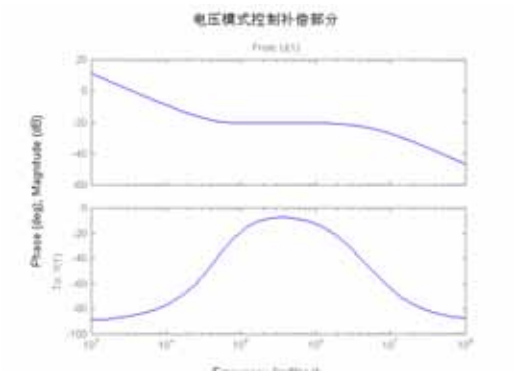

图15 电压模式控制补偿部分BODE图
补偿以后DEBODE图如下所示：

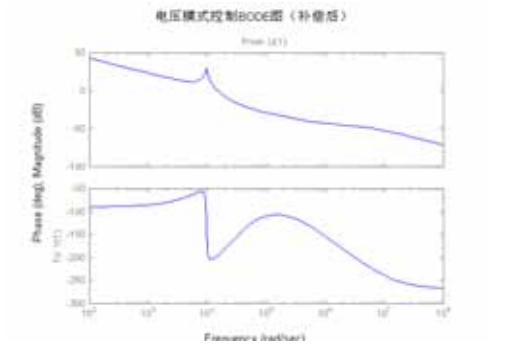

图16 电压模式控制BODE图（补偿后）

4 电压与电流模式控制的比较结论：

电压型控制没有可预测输入电压影响的电压前馈机制，对输入电压的变化，动态响应较慢，而电流模式控制的暂态闭环响应较快，对输入电压的变化和输出负载的变化的瞬态响应均快；

电流模式的电流归返回路所造成的控制信号Vc与输出电压Vo之间的直流增益不受输入电压Vi的影响，所以线性调整好；而电压模式的控制信号Vc与输出之间的直流增益与Vi成比例，线形调整较差；

电流模式控制直接控制电流值，使得传递函数具备单极点特性，而电压模式由于输出滤波器的存在而表现为双极点特性；尤其当电路的工作状态在连续与断续之间变化时，电压模式的传递函数又将退化为单极点，从而必须采用不同的补偿电路，这给实际设计带来了困难；电流模式在连续状态和断续状态的工作方式非常类似，都呈现单极点特性，可以采用相同的补偿电路；[5]

峰值电流模式控制由于直接对电流进行采样，并且与控制电压比较，从而对电流有限制的作用，不再需要另外设置电流限制电路；

当然随着电流模式控制的应用，一些问题也显现了出来，比如占空比大于50%时的开环不稳定性，如果不进行补偿，电感电流将发生振荡，影响输入和负载的瞬态响应，同时闭环增益的峰值出现在开关频率的一半处，引入了显著的不稳定倾向；如果产生过度的相移，会是电压反馈外环进入频率为开关频率一般处的振荡，这种次谐波振荡，会使功率传输过程中，连续的两个驱动脉冲的占空比不对称。最后由于电感电流纹波的减小，使峰值电流控制模式的抗噪声性能变差，这些问题已经有研究证明可以通过斜坡补偿来进行减轻甚至消除。[6]

参考文献：

[1] 万山明 吴 芳 Buck的小信号模型及环路设计 电源技术应用

[2] Texas Instruments Incorporated application note Understanding Buck_Boost Power Stage in Switchingmode Power Supplies

[3] 徐德鸿等译 开关电源设计指南（原书第二版）

[4] 网博电源网 反激电源的控制环路设计

[5] 电子设计资源网 电流模式控制

[6] Texas Instruments Incorporated application note Modeling ,Analysis and Compensation of the Current_mode Convert