

第10章

运放的稳定性与频率补偿

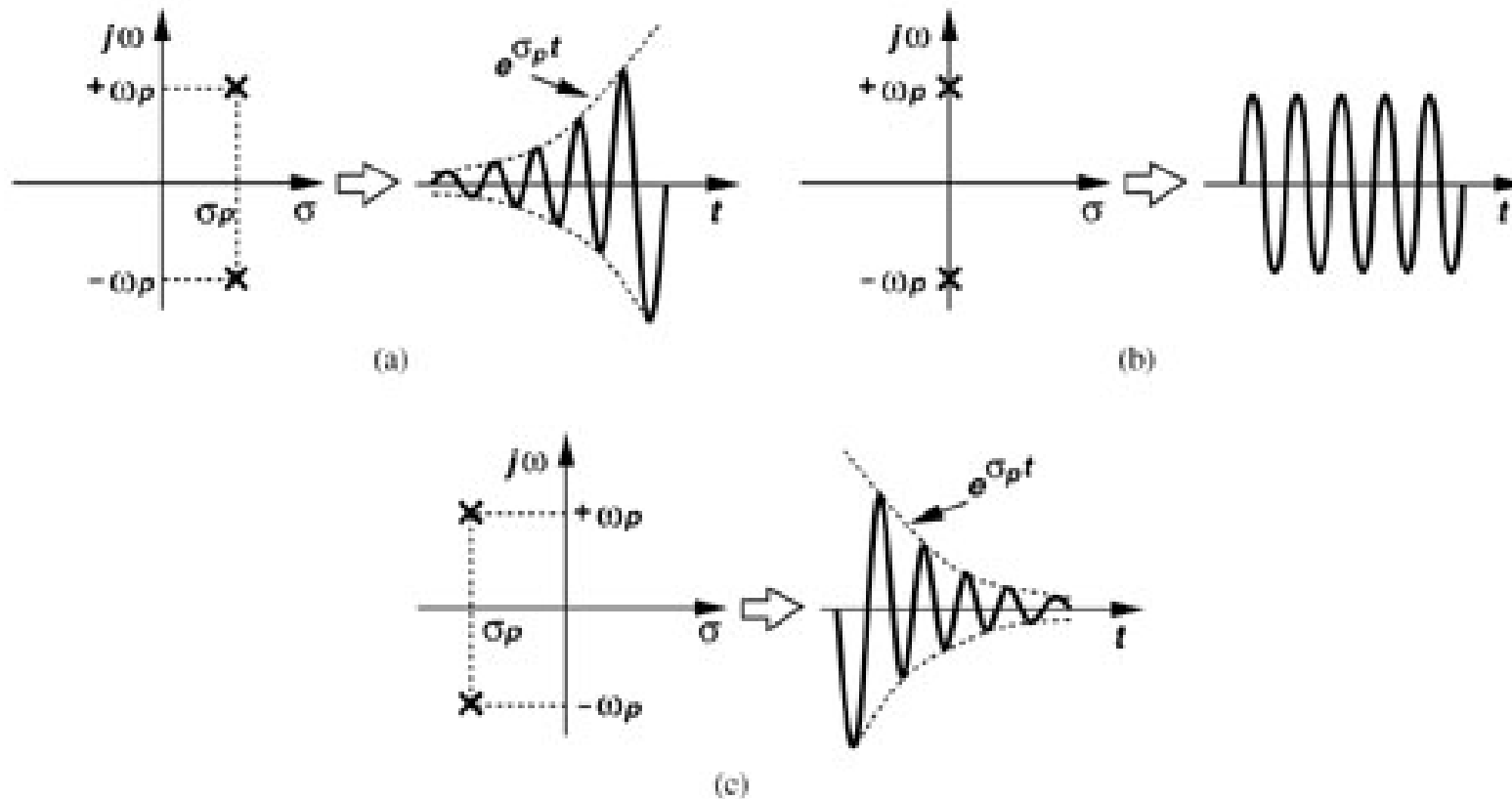
系统的传输函数

在线性系统中，电容C的阻抗用 $1/SC$ ，电感L的阻抗用 SL ，利用纯电阻分析方法求得输出电压与输入电压之比即为系统的传输函数 $A(S)$ 。即： $A(S)=V_0(S)/V_{in}(S)$ ，它是算子S的函数。

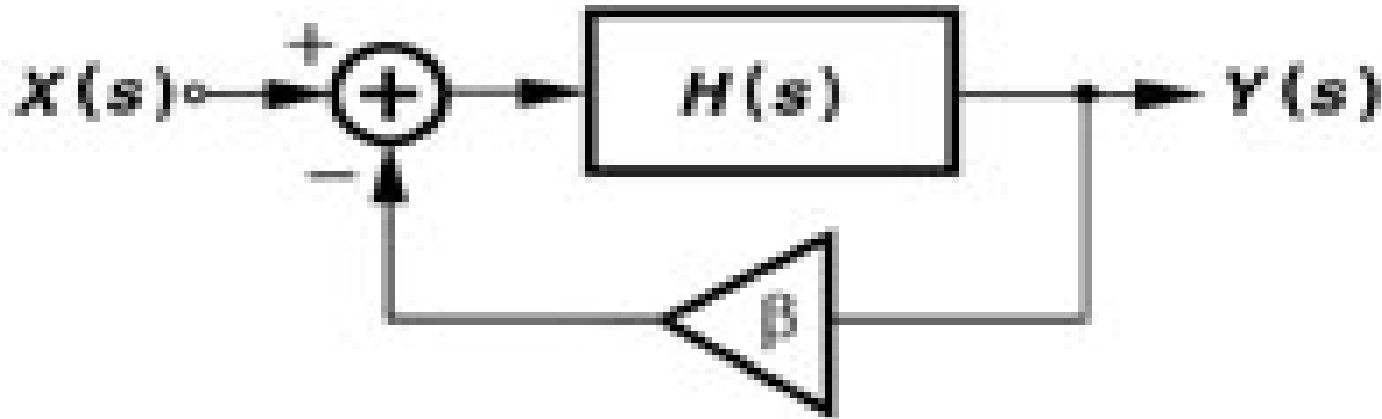
$$A(S) = \frac{Z(S)}{P(S)} = \frac{A_0 \left(1 \pm \frac{S}{\omega_{z1}}\right)}{\left(1 + \frac{S}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{S}{\omega_{p2}}\right)}$$

1. 令 $Z(S)=0$ ，得零点 S_z ，令 $P(S)=0$ ，得极点 S_p 。零、极点都是复数，稳定系统要求 $RE(S_p)<0$ 。
2. 在 $A(S)$ 令 $S=j\omega$ ，则 $|A(j\omega)|$ 模值的大小即是放大器的幅频特性，它是频率f的函数。
3. 在 $A(S)$ 令 $S=j\omega$ ，则 $\angle|A(j\omega)|$ 的大小即是放大器的相频特性，它也是频率f的函数。

极点与系统稳定性的关系



重邮光电工程学院
负反馈系统的振荡条件



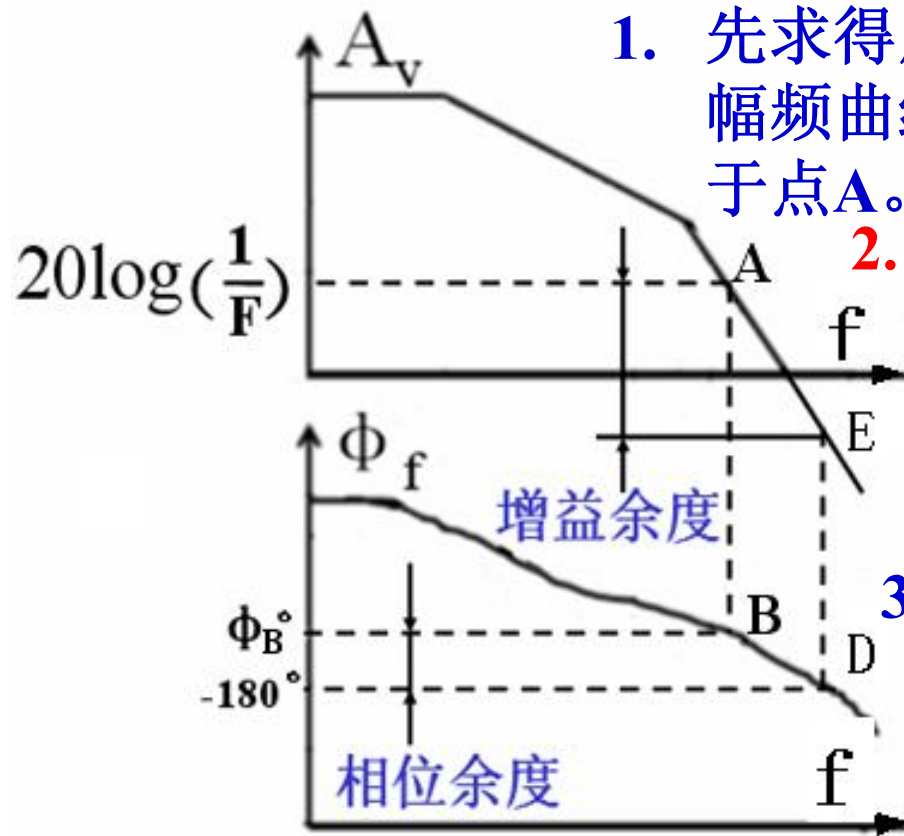
$$Y(S) = [X(S) - \beta Y(S)]H(S) \quad 1 + \beta H(j\omega) = 0 \Rightarrow$$
$$A_F(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{H(S)}{1 + \beta H(S)} \quad |\beta H(j\omega)| = 1$$
$$\angle \beta H(j\omega) = -180^\circ$$

判断系统是否稳定的有力工具是波特图！

重邮光电工程学院
波特图的画法

1. 幅频曲线中，每经过一个极点 ω_p (零点 ω_z)，曲线斜率以 -20dB/dec ($+20\text{dB/dec}$) 变化。
2. 相频曲线中，相位在 $0.1\omega_p$ ($0.1\omega_z$) 处开始变化，每经过一个极点 ω_p (零点 ω_z)，相位变化 -45° ($\pm 45^\circ$)，相位在 $10\omega_p$ ($10\omega_z$) 处变化 -90° ($\pm 90^\circ$)
3. 一般来讲，极点 (零点) 对相位的影响比对幅频的影响要大一些。

利用波特图判断运放稳定性的方法



1. 先求得反馈系数 F (F 一般是一个实数), 在幅频曲线上作直线 $-20\log F$, 交幅频曲线于点A。

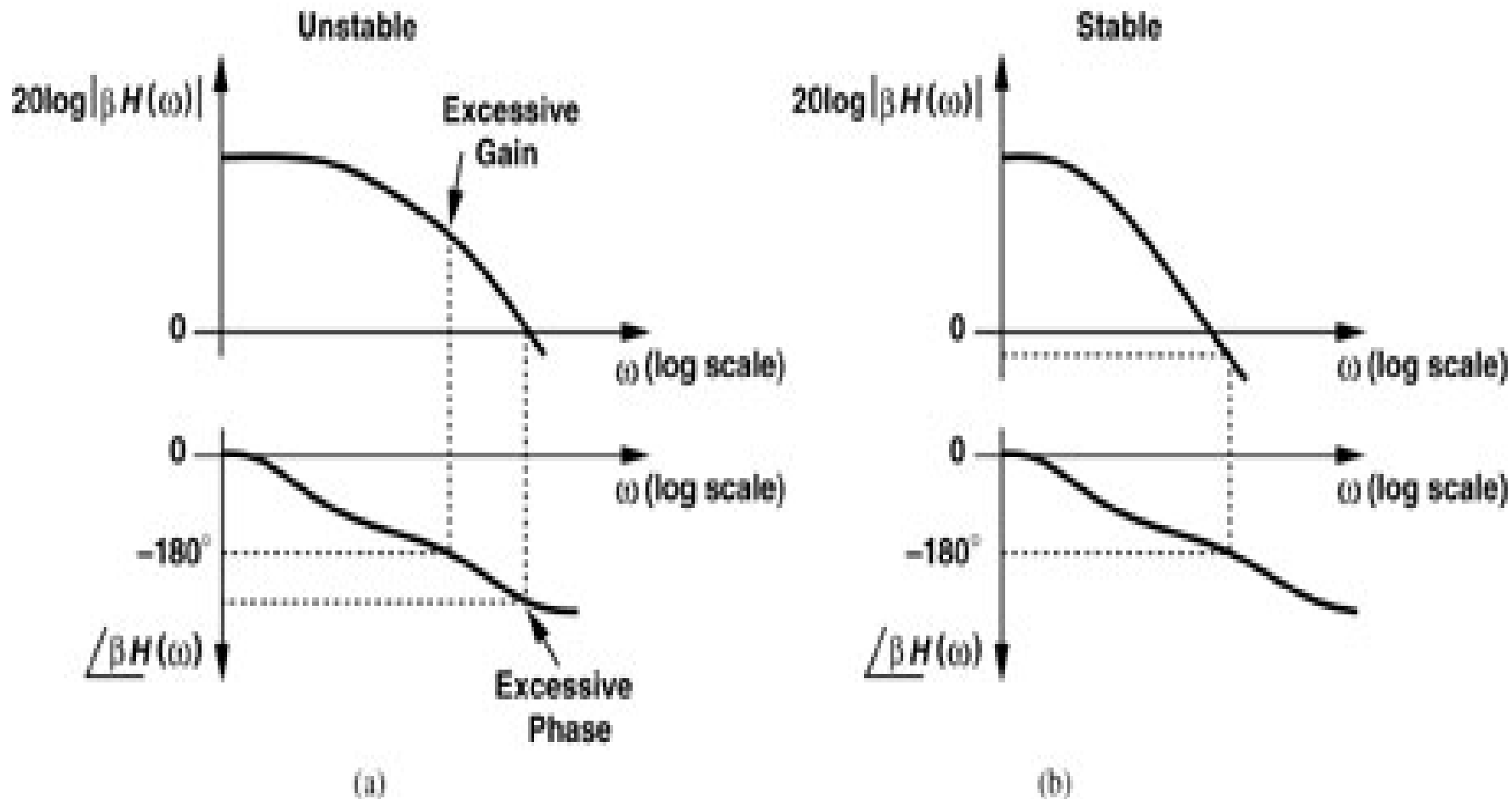
2. 过A作垂线交相频曲线于点B, 若B点对应的相位 $\Phi_B > -180^\circ$, 则系统稳定, 反之不稳定。 Φ_B 与 -180° 的差值称为相位余度PM。

3. 也可以在相频曲线上作直线交相频曲线于点D, 过D作垂线交幅频曲线于E, 若E点对应的增益 $A_E < -20\log F$, 则系统稳定,

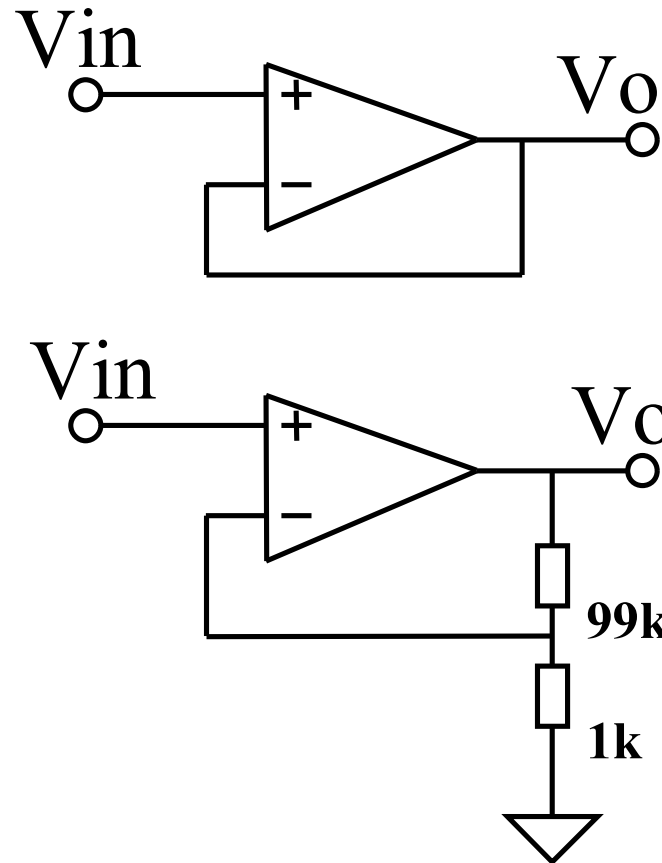
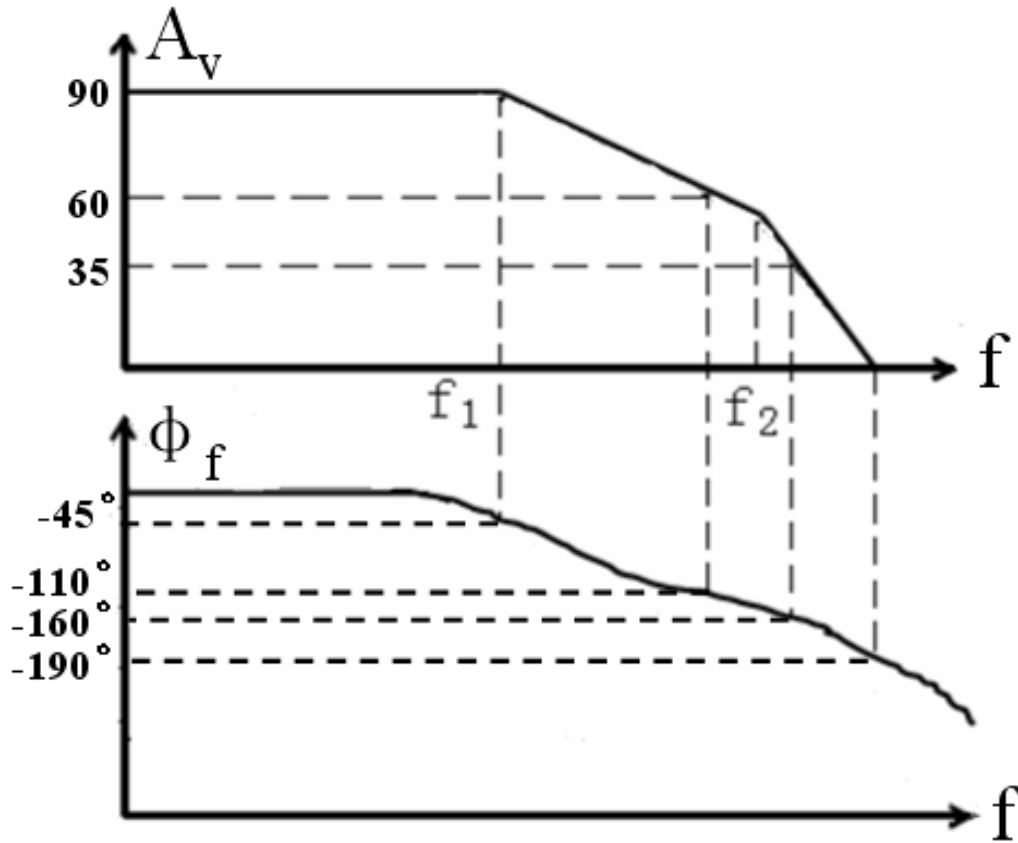
反之系统不稳定, A_E 与 $-20\log F$ 的差值称为增益余度GM。

实际中取 $PM=60^\circ$, 此时放大器上升时间 t_s 最小。

稳定与不稳定系统的波特图

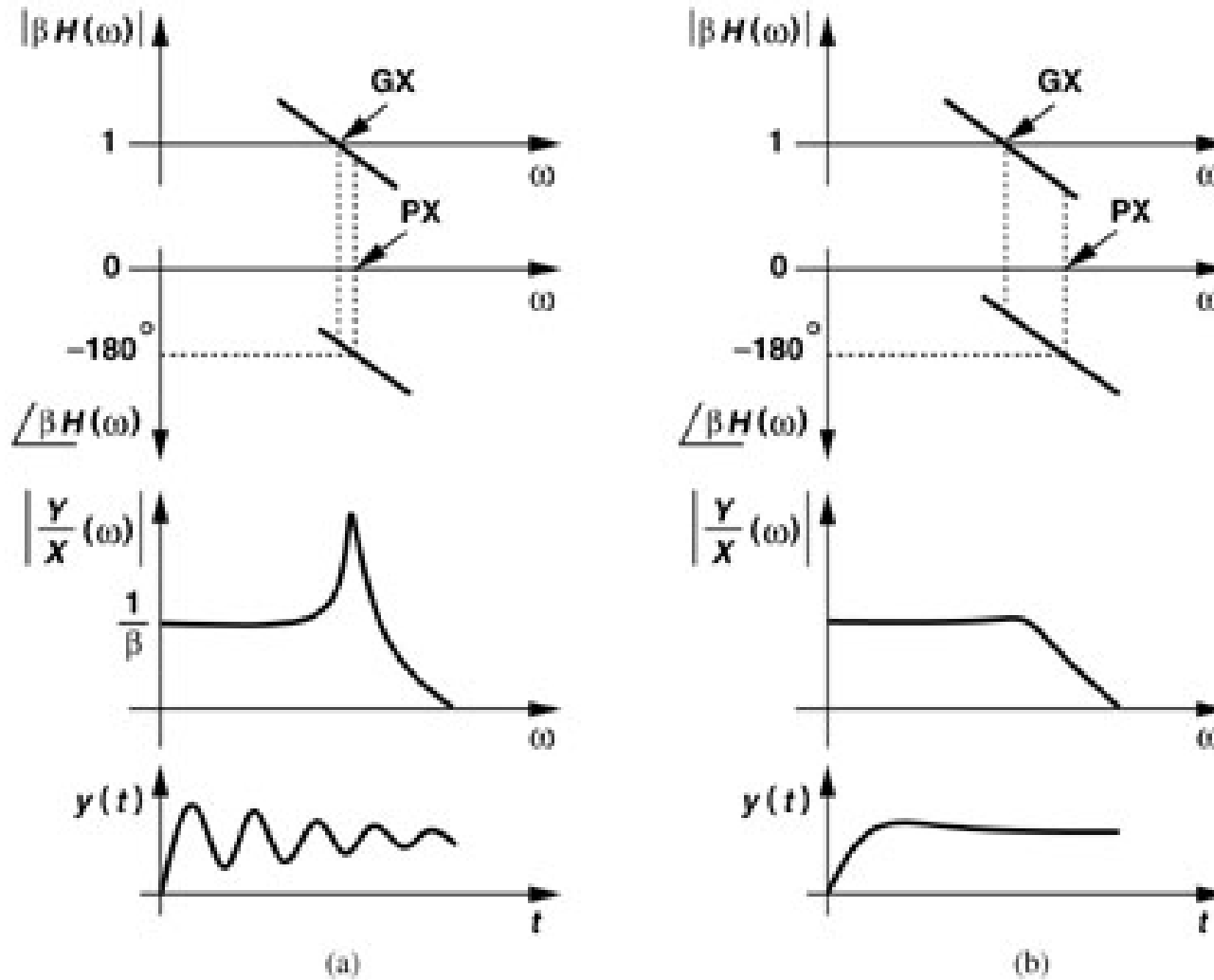


运放的稳定性及其判断（例）

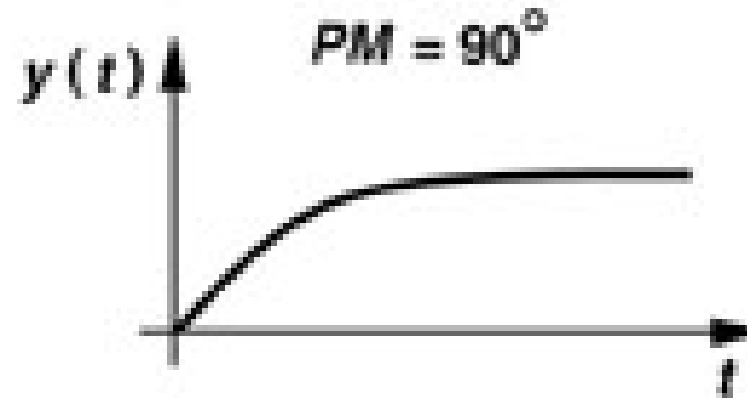
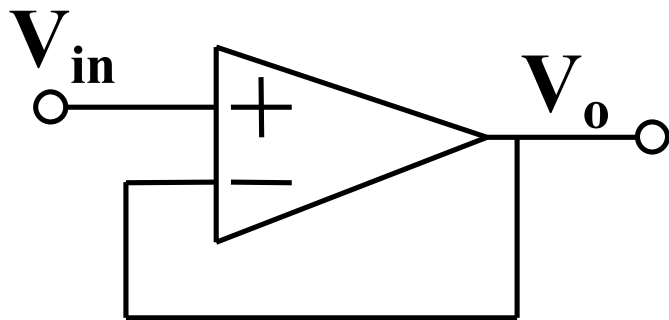
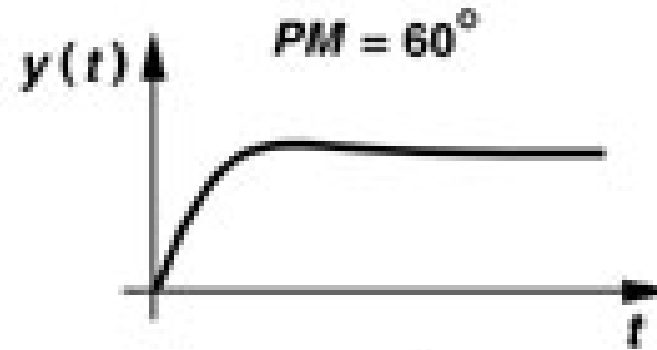
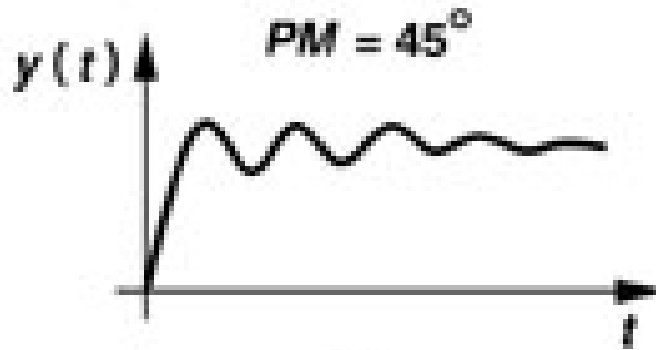


右图两个电路是否稳定？若需相位余度 $PM > 45^\circ$ ，幅频特性应如何变化(及零、极点应如何变化)。

相位裕度与时间响应的关系

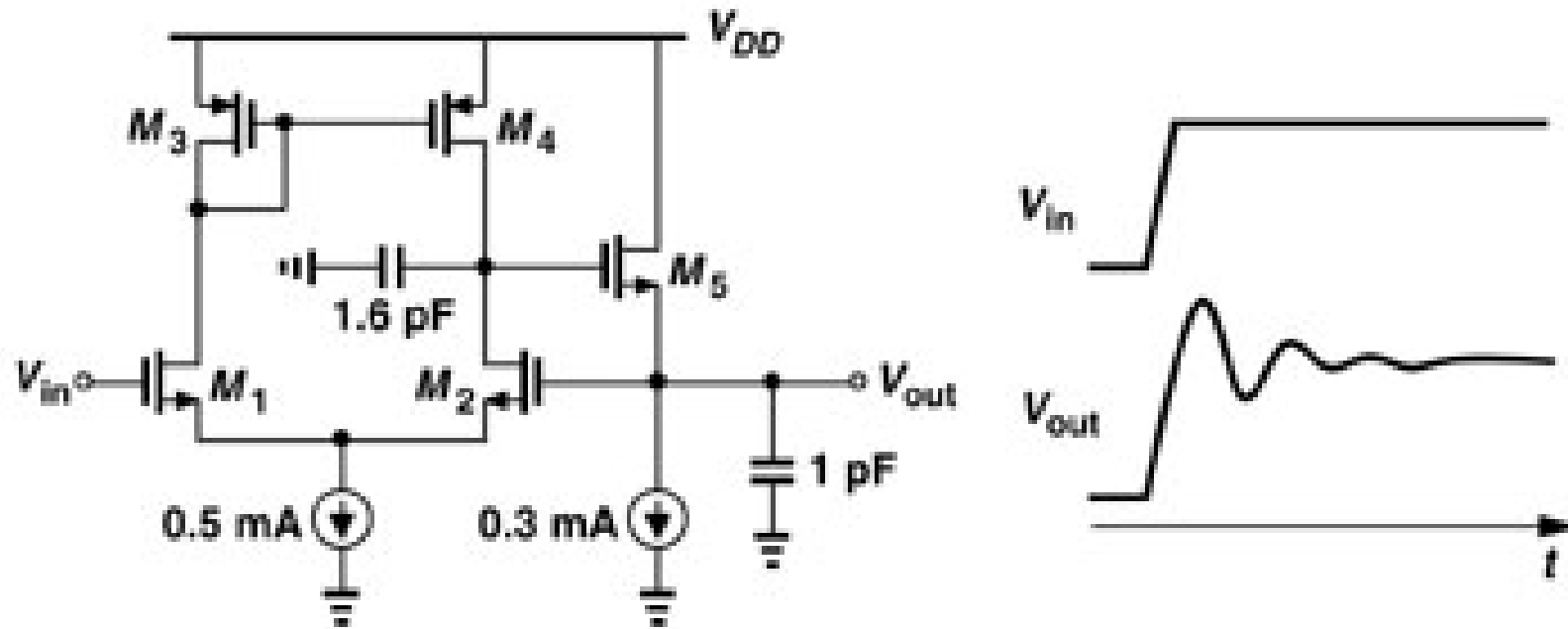


相位余度PM与运放闭环响应的关系



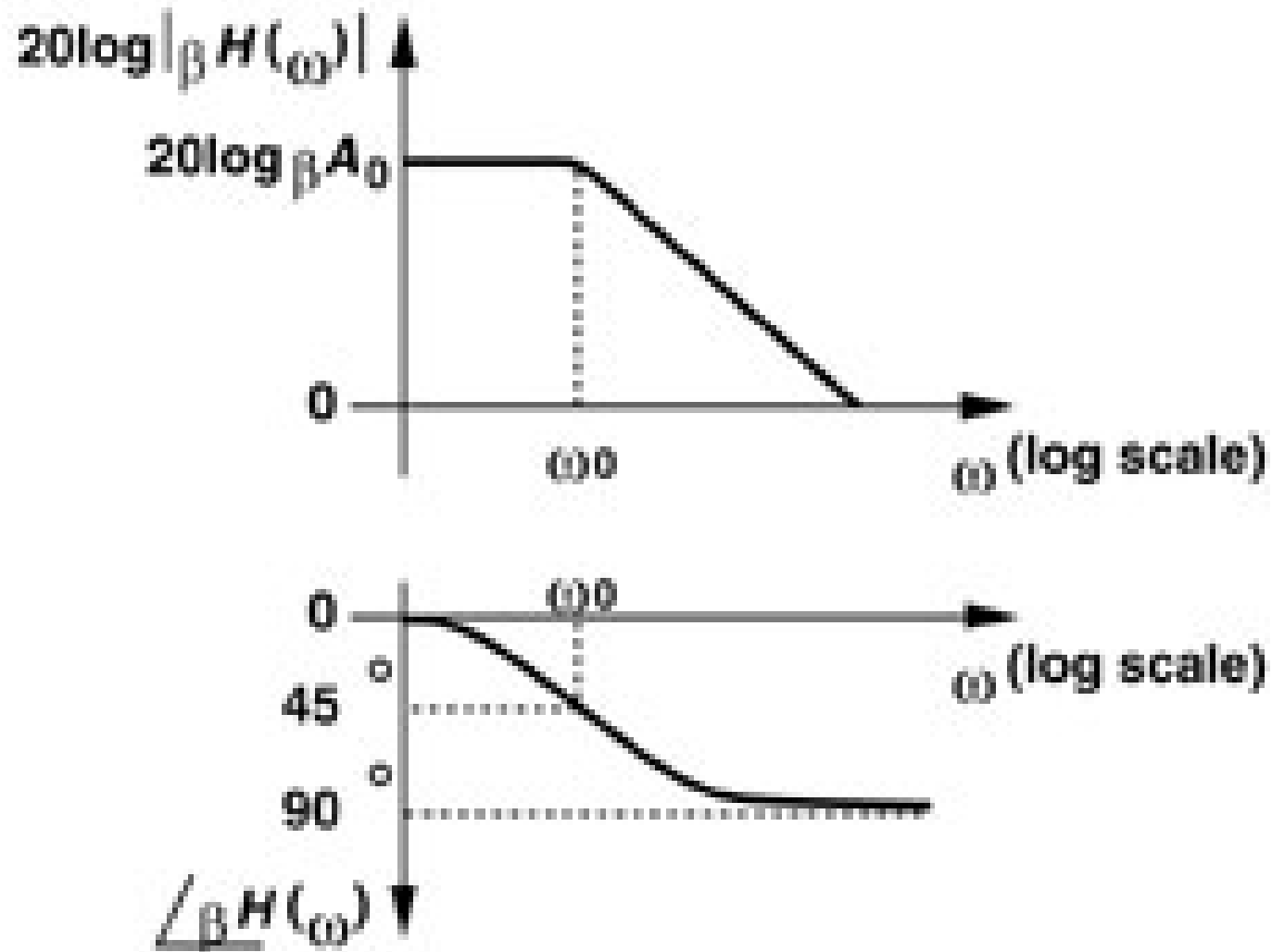
实际中取 $\Phi = 60^\circ$ ，此时放大器上升时间 t_s 最小。

跟随器连接运放的阶跃响应

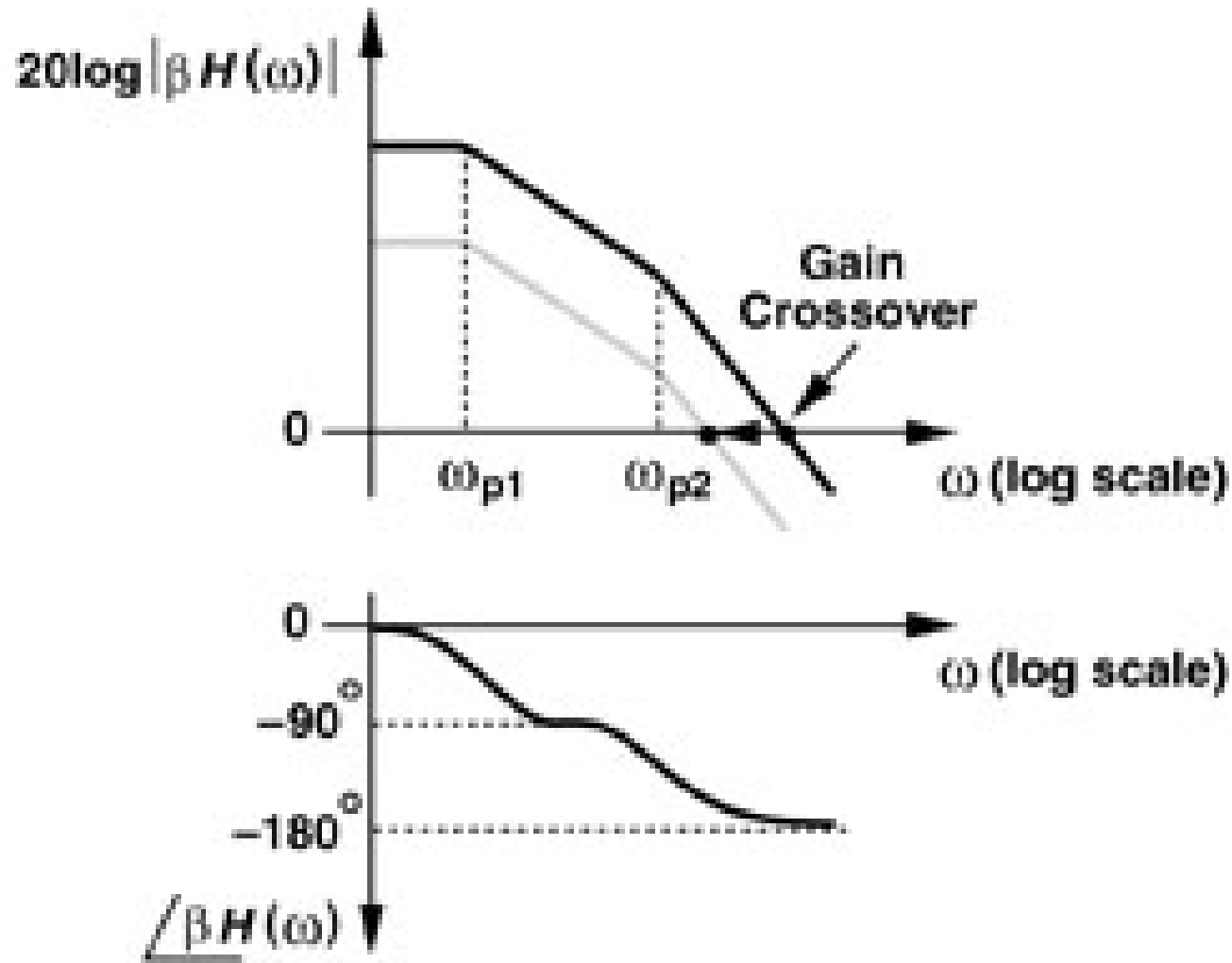


小信号 $PM = 65^\circ$, 但大信号的时域响应仿真结果与前面分析有差异。这是因为大信号仿真时有的效应在小信号分析中没有体现。

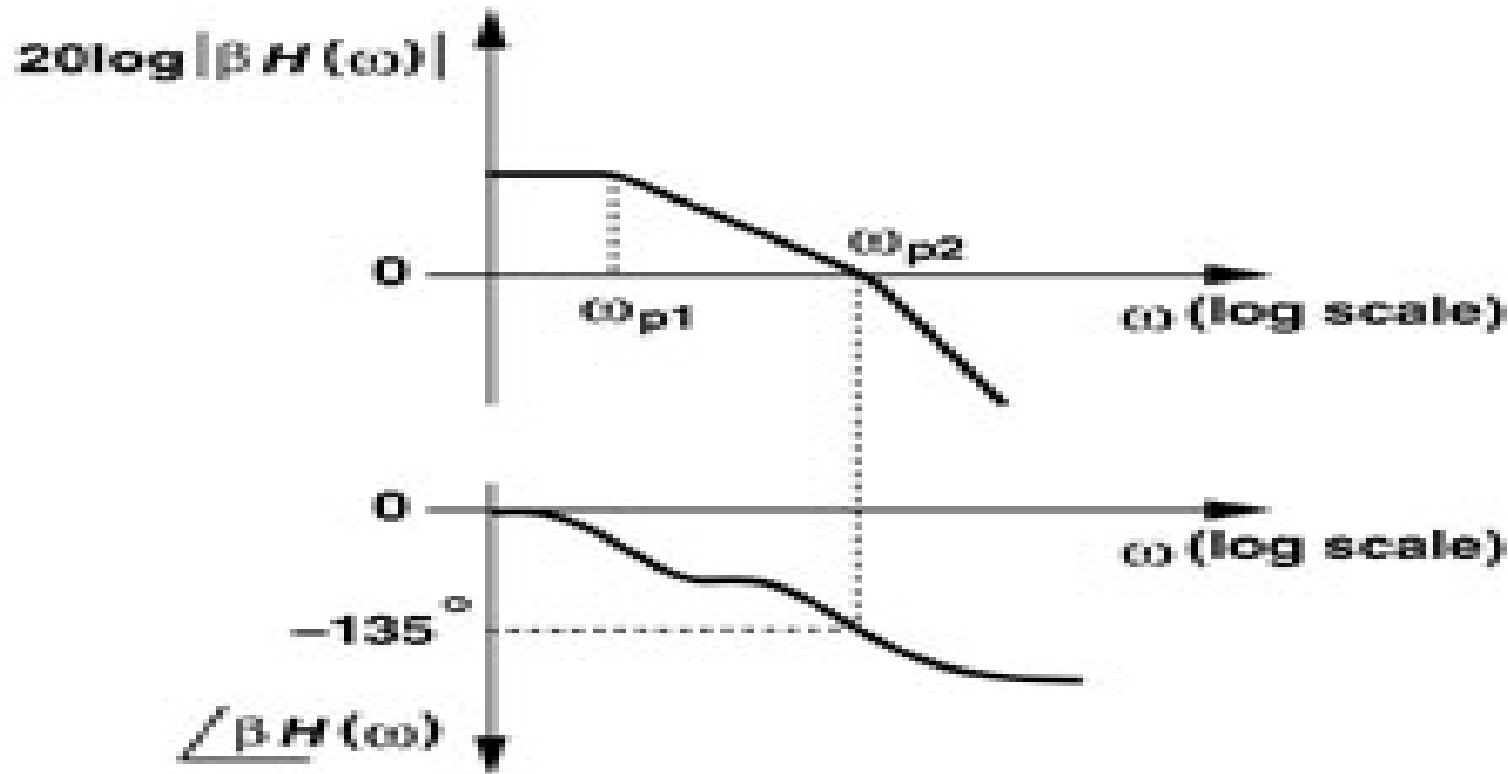
重邮光电工程学院
单极点系统的波特图



重邮光电工程学院
多极点系统的波特图

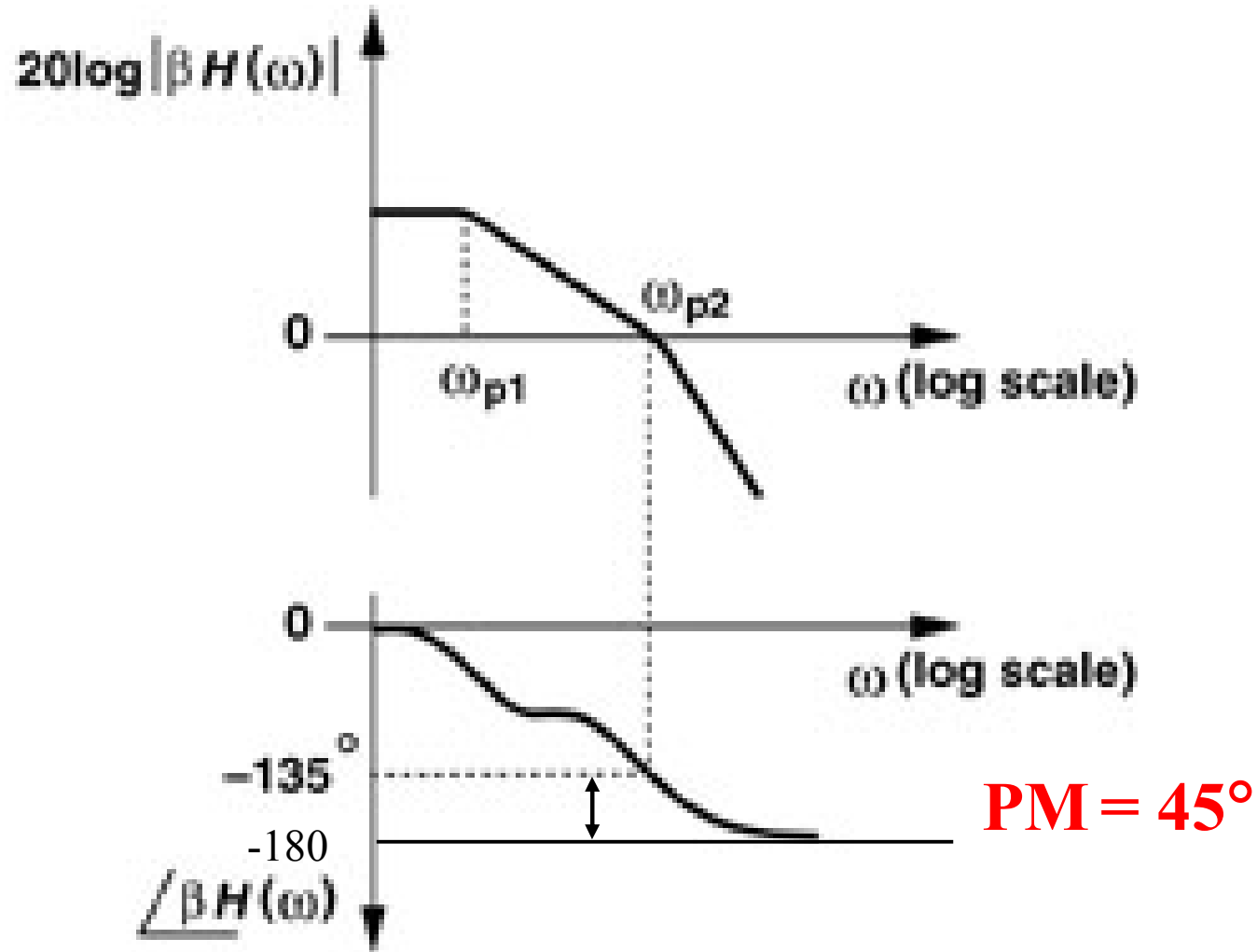


运放极点与单位增益带宽GW的关系



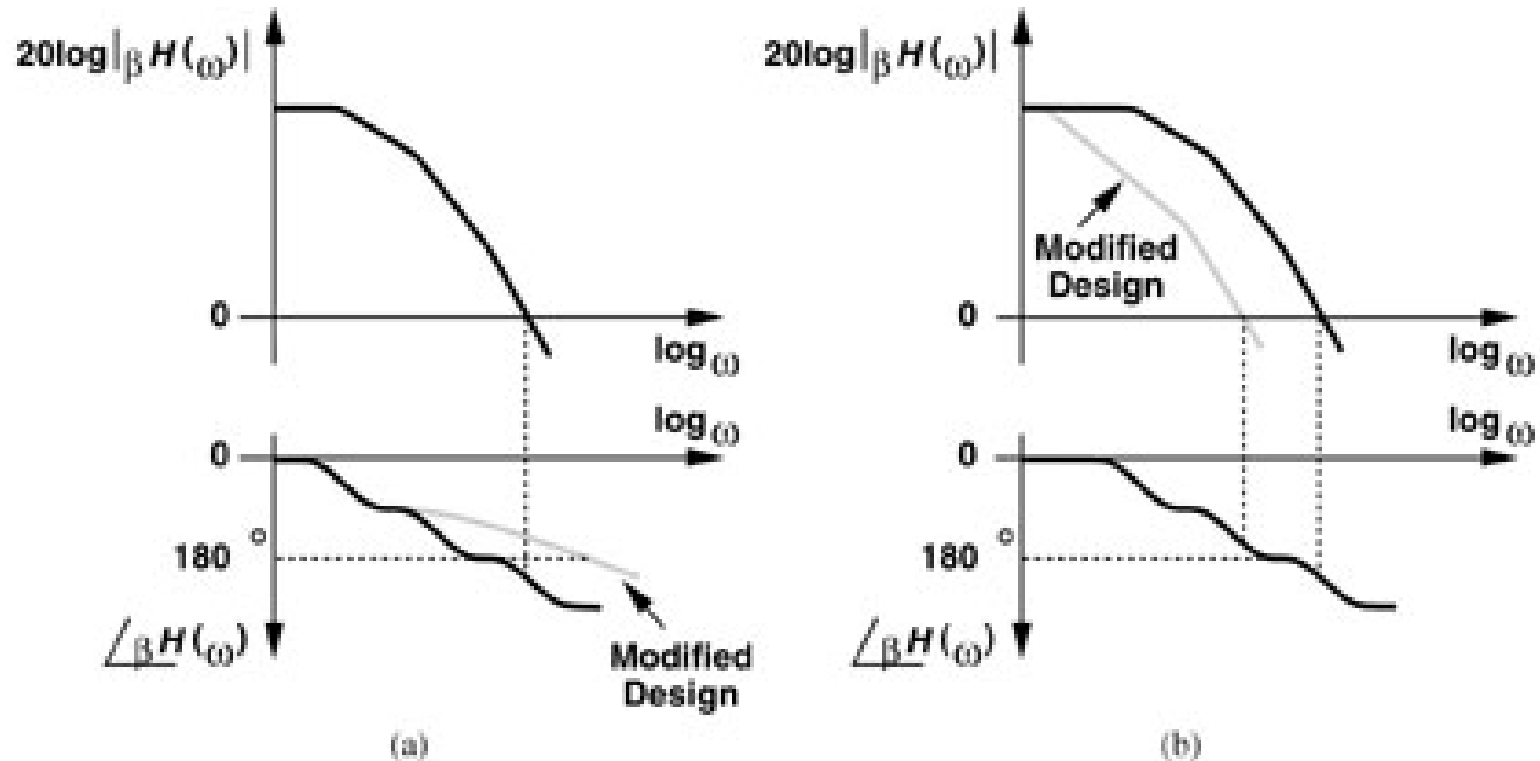
1. 第一主极点越大， f_{3dB} 越宽。
2. 第一、第二主极点相离越远，GW越宽。

重邮光电工程学院
相位裕度与极点的关系



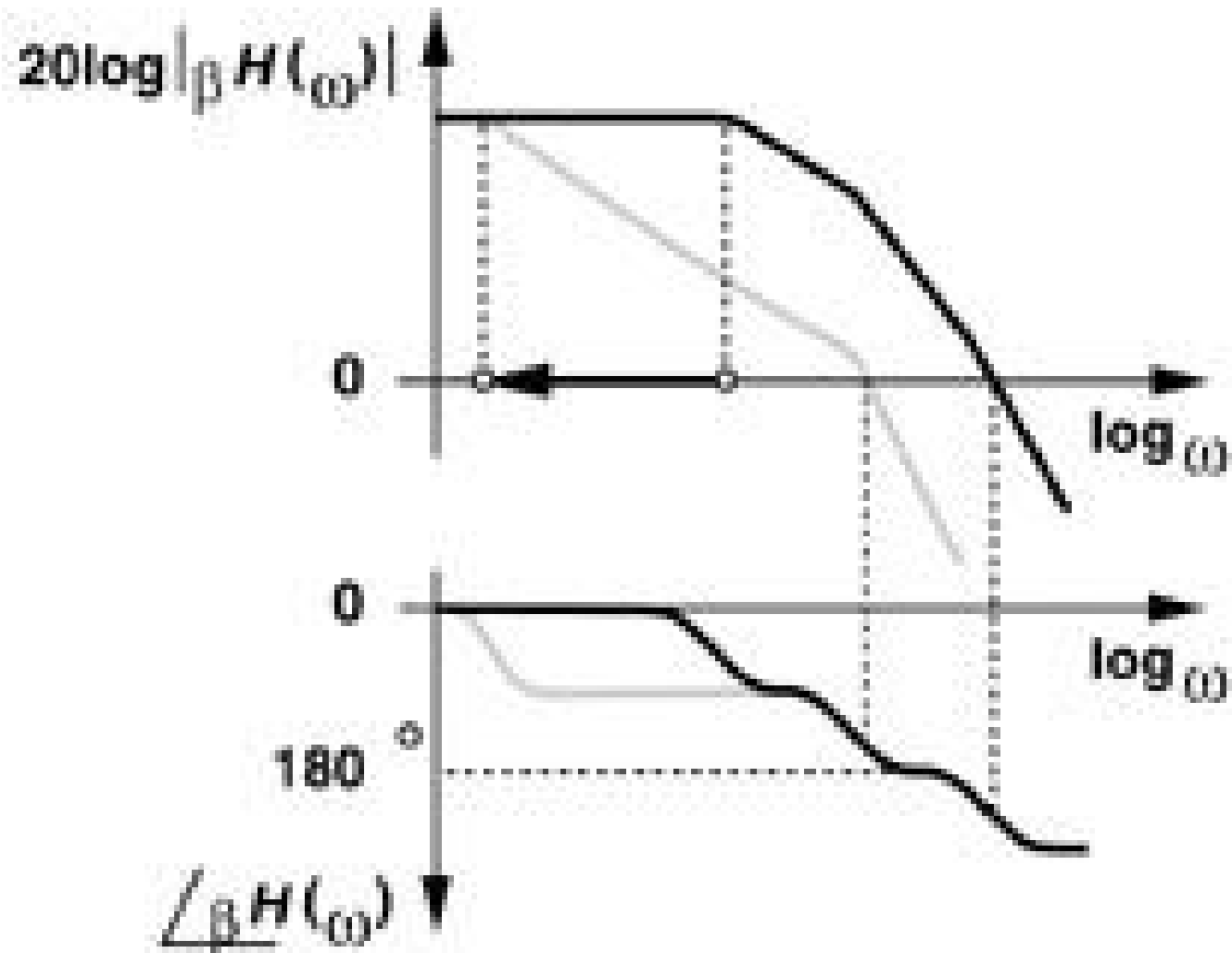
重邮光电工程学院

频率补偿 (1)

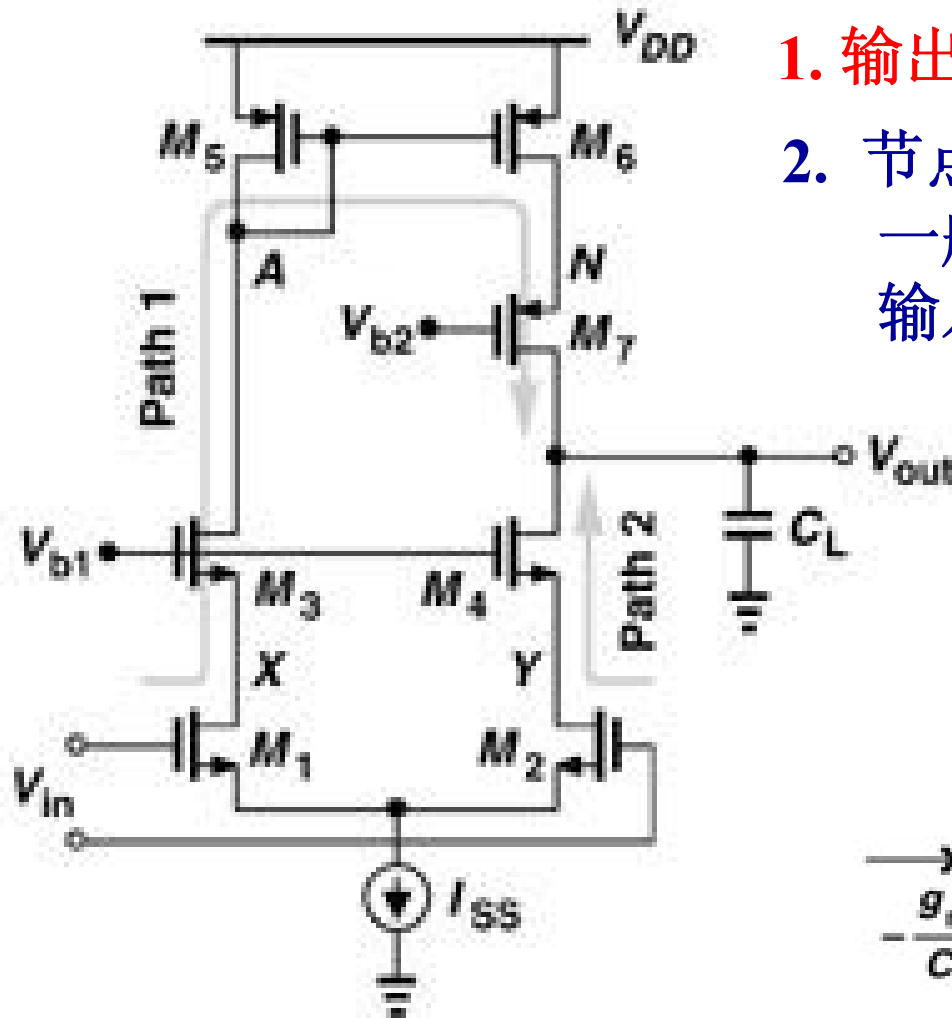


频率补偿的方法

重邮光电工程学院
频率补偿 (2)



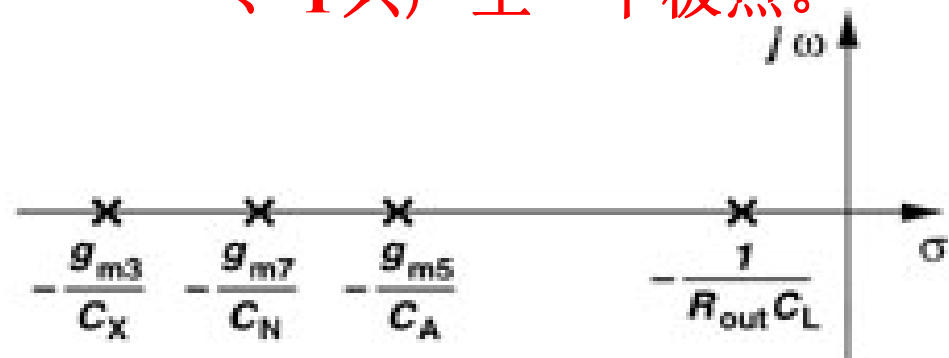
单端输出运放的极点图



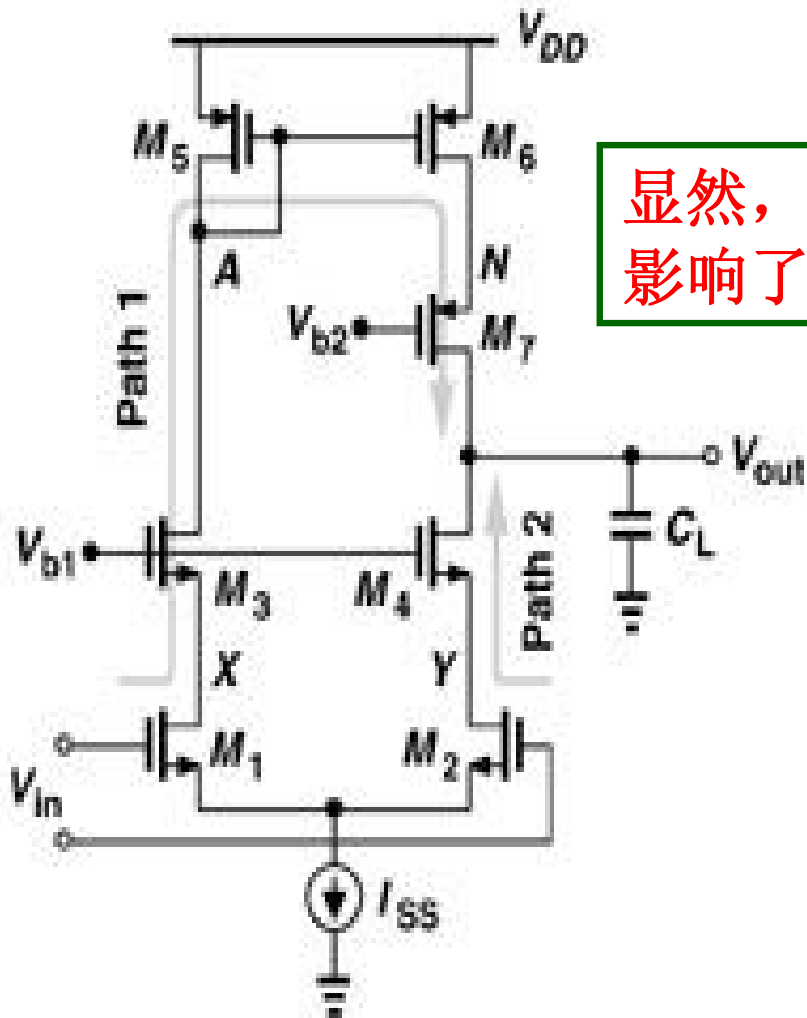
1. 输出节点对应的极点是第一主极点

2. 节点A对应的极点是第二主极点，一般该节点的寄生电容和小信号输入电阻比X、Y、N都大

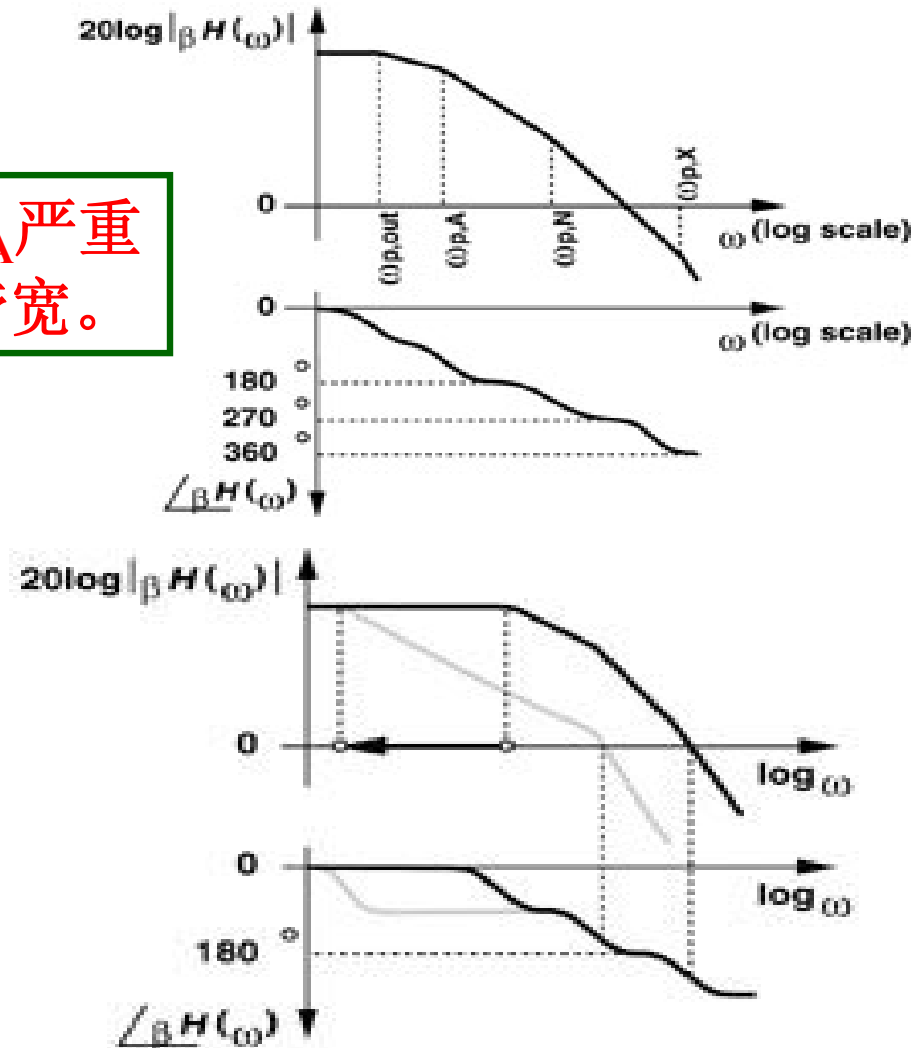
3. 节点N、X(Y)对应的极点很难断定谁大谁小，一般同属一个数量级，节点X、Y只产生一个极点。



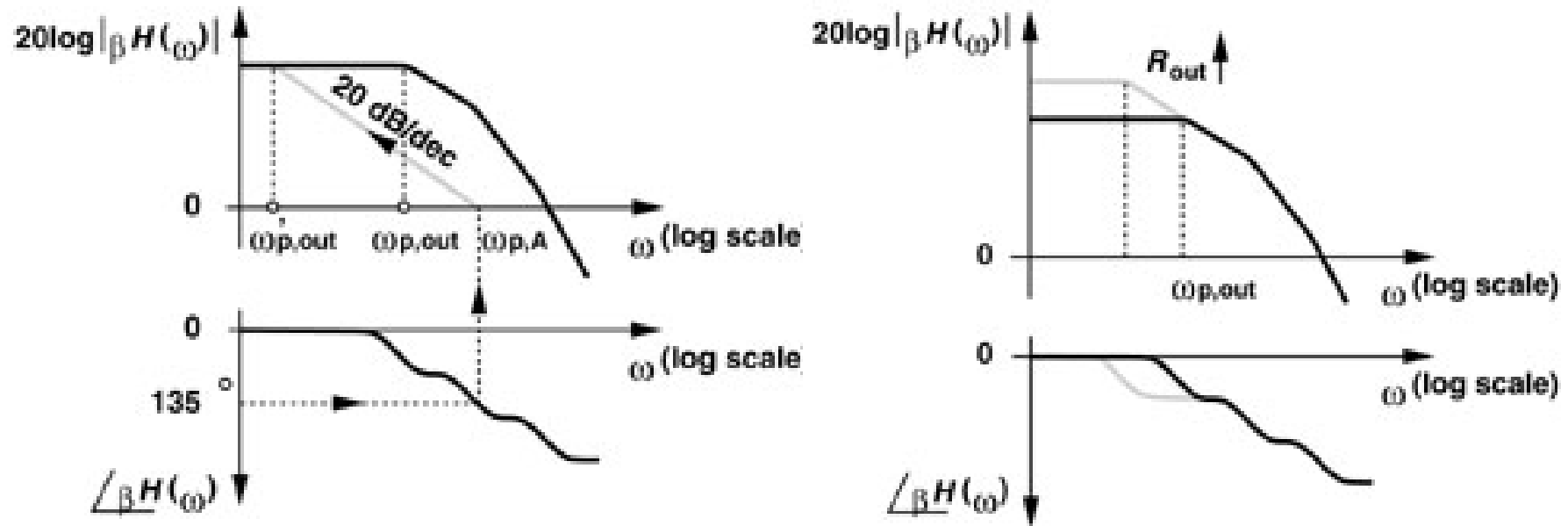
单端输出运放的波特图及补偿



显然， P_A 严重影响了带宽。



更高输出电阻时的波特图



增加输出电阻虽然使第一主极点前移，但低频增益也同时增大，相频特性只在低频段发生变化，相频特性PM没有发生任何变化。

运放的频率补偿（例1）

假定在单位增益带宽 $GB(f_{0dB})$ 内只有一个主极点 f_{P1} ，求低频增益 A_0 、 f_{0dB} 与 f_{P1} 的关系。

$$A(S) = \frac{A_0}{\frac{S}{f_{P1}} - 1} \Rightarrow A(j\omega) = \frac{A_0}{\frac{j\omega}{f_{P1}} - 1}$$

由单位增益的定义可知：

$$A_0 = \left| \frac{jf_{0dB}}{f_{P1}} - 1 \right| \approx \frac{f_{0dB}}{f_{P1}} \Rightarrow f_{P1} = \frac{f_{0dB}}{A_0}$$

显然 f_{P1} 越大， $GB(f_{0dB})$ 越宽。

重邮光电工程学院
运放的频率补偿（例2）

假定一三极点系统 $A_0=5000$ ，单位增益带宽频率 f_{0dB} 满足 $f_{p1} \ll f_{0dB} \ll f_{p2}$ ，若 $f_{p2}=25M$ ， $f_{p3}=50M$ ，求当 $PM=70^\circ$ 时的单位增益带宽频率 f_{0dB} 及 f_{p1} 。

$$70^\circ = 180^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{f_{0dB}}{f_{P1}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right)$$

$$\approx 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{f_{0dB}}{f_{P2}}\right) \Rightarrow f_{0dB} = 6M$$

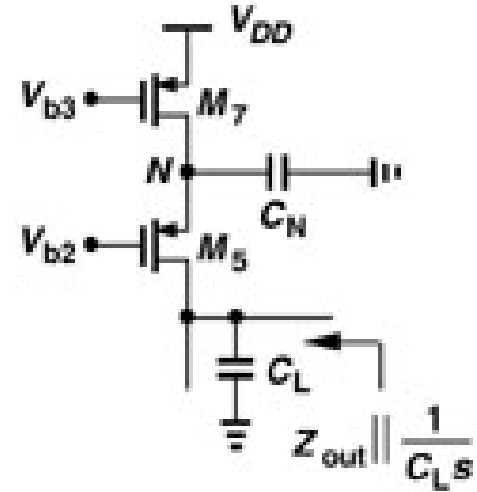
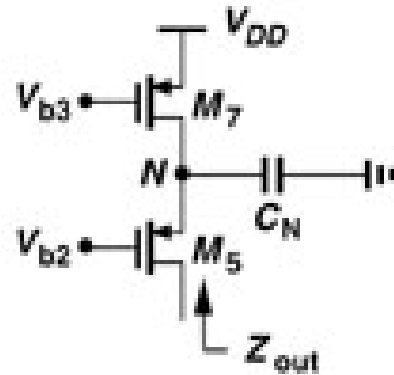
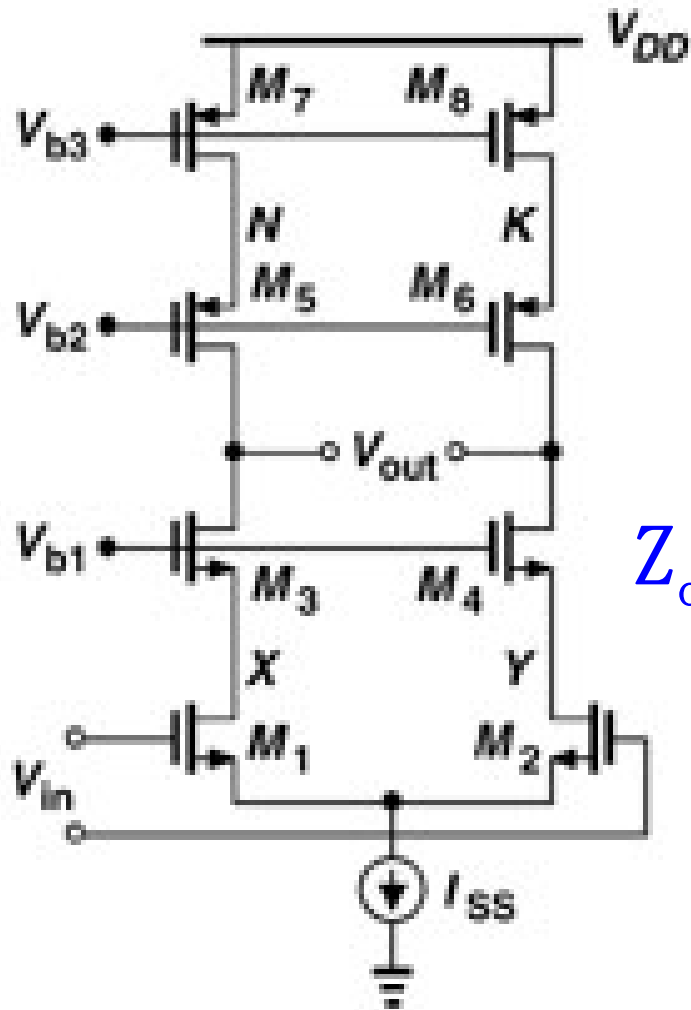
由前面推导可得：

$$f_{P1} = \frac{f_{0dB}}{A_0} \approx 1.2K$$

相位裕度与极点的关系（例）

1. 若运放有三个极点，没有零点，最高极点比GB高10倍，要达到 60° 相位裕度， P_2 必须比GB高2.2倍。
 2. 若运放有两个极点，没有零点，要得到 60° 相位裕度， P_2 必须比GB高1.73倍。
 3. 若运放有两个极点和一个RHP零点，零点比GB高10倍，要得到 45° 相位裕度， P_2 必须比GB高1.22倍，要得到 60° 相位裕度， P_2 必须比GB高2.2倍。
-

全差动套筒式运放的频率特性

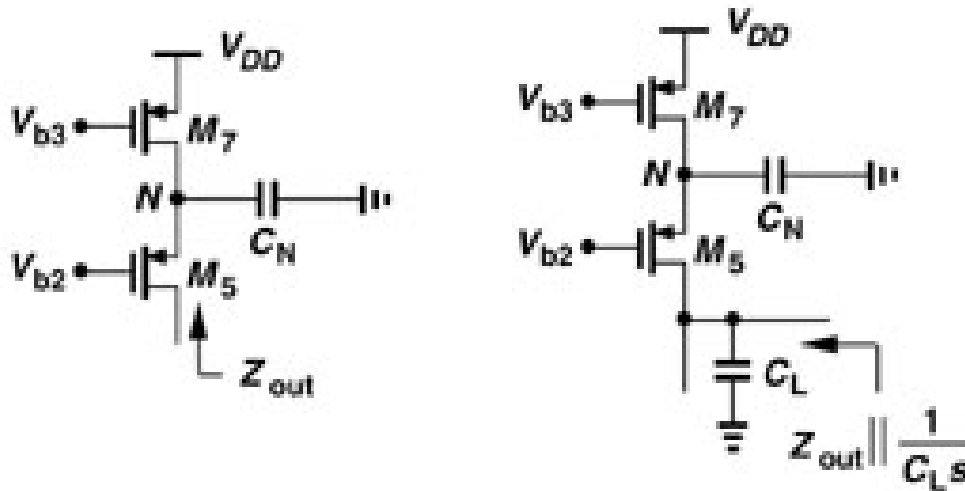


$$Z_{out} = (1 + g_{m5} r_{o5}) Z_N + r_{o5}$$

$$\approx (1 + g_{m5} r_{o5}) \left[r_{o7} // (C_N S)^{-1} \right]$$

$$\approx (1 + g_{m5} r_{o5}) \frac{r_{o7}}{r_{o7} C_N S + 1}$$

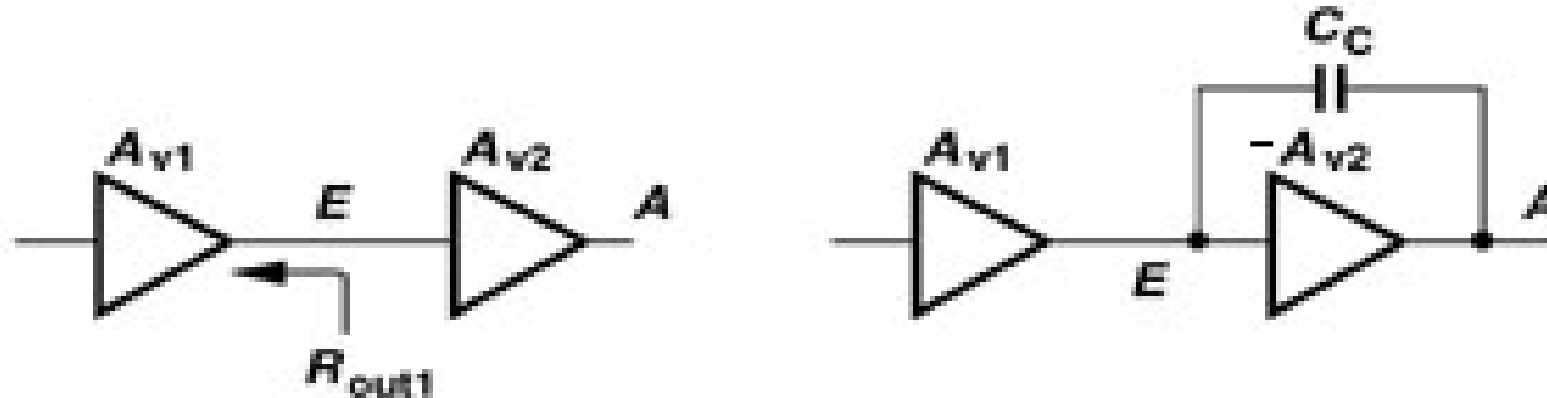
Cascode 电流镜内部节点处寄生电容的影响



请注意, Z_{out} 与负载电容的并联仍保持为单极点, 即节点N的极点与输出节点的极点是合并的, 而不是两个极点。只是这个合并的极点比输出极点稍低一点, 其时间常数为输出节点的时间常数与 $r_{o7}C_N$ 之和。

$$\begin{aligned}
 Z_{out} \parallel \frac{1}{sC_L} &= \frac{(1 + g_{m5}r_{o5}) \frac{r_{o7}}{1 + sr_{o7}C_N} \frac{1}{sC_L}}{(1 + g_{m5}r_{o5}) \frac{r_{o7}}{1 + sr_{o7}C_N} + \frac{1}{sC_L}} \\
 &= \frac{(1 + g_{m5}r_{o5})r_{o7}}{1 + s[(1 + g_{m5}r_{o5})r_{o7}C_L + r_{o7}C_N]}
 \end{aligned}$$

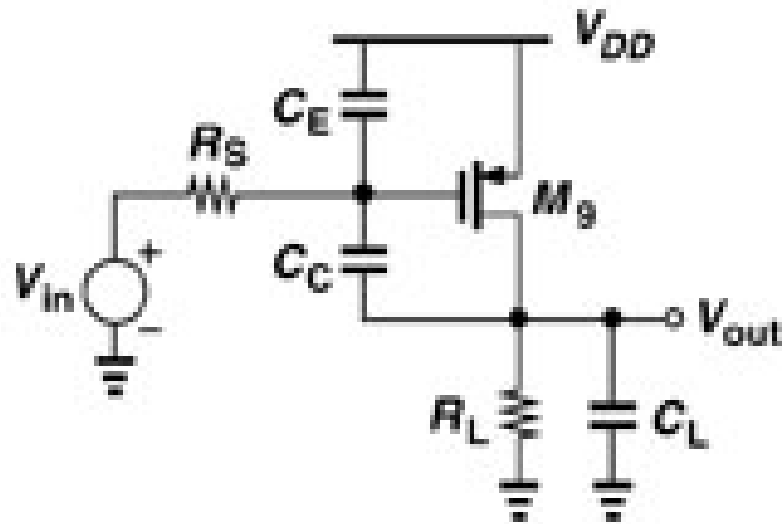
重邮光电工程学院
两极运放的密勒补偿 (1)



Miller Effect $C_{eq} = C_E + (1 + A_{v2})C_C$

$$f_{pE} = \frac{1}{2\pi R_{out} [C_E + (1 + A_{v2})C_C]}$$

重邮光电工程学院
两极运放的密勒补偿 (2)

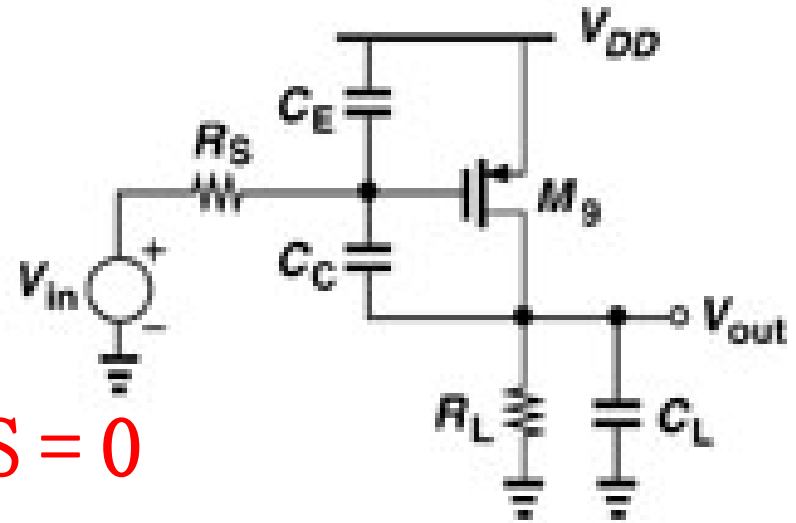
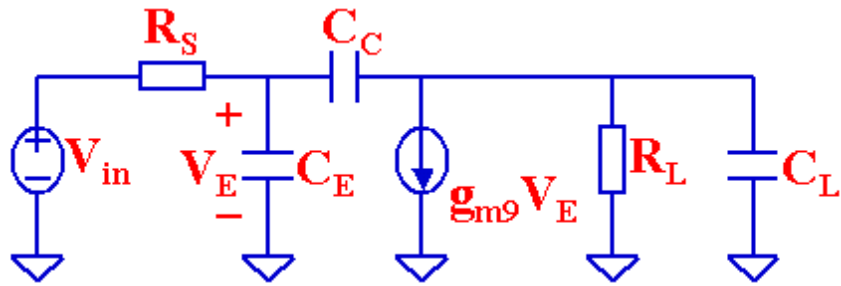


一种两级运放的简化电路

$$f_{p,in} = \frac{1}{2\pi(R_S[C_E + (1 + g_m R_L)C_C] + R_L(C_C + C_L))}$$

$$f_{p,in} \approx \frac{1}{2\pi R_S [C_E + (1 + g_m R_L)C_C]}$$

密勒补偿的极点分裂现象 (1)



$$\frac{V_E - V_{in}}{R_s} + V_E C_E S + (V_E - V_{out}) C_C S = 0$$

$$(V_{out} - V_E) C_C S + g_{m9} V_E + V_{out} (C_C S + 1/R_L)$$

$$\frac{V_{out}(S)}{V_{in}(S)} = \frac{-g_{m9} R_L \left(1 - \frac{C_C S}{g_{m9}}\right)}{R_s R_L \left[C_E C_C + (C_E + C_C) C_L \right] S^2 + \left\{ R_s \left[(1 + g_{m9} R_L) C_C + C_E \right] + (C_L + C_C) R_L \right\} S + 1}$$

密勒补偿的极点分裂现象 (2)

$$f_{P1} = \frac{1}{2\pi R_S \left[(1 + g_{m9} R_L) C_C + C_E \right] + (C_L + C_C) R_L} \approx \frac{1}{2\pi g_{m9} R_L R_S C_C}$$

$$f_{P2} = \frac{R_S \left[(1 + g_{m9} R_L) C_C + C_E \right] + (C_L + C_C) R_L}{2\pi R_S R_L \left[C_E C_C + (C_E + C_C) C_L \right]}$$

假定 $C_C = C_{GD}$

$$f_{P2} \approx \frac{1}{2\pi R_L C_L}$$

当 $C_C \gg C_E$ 时:

$$f_{P2} \approx \frac{R_S (1 + g_{m9} R_L) + R_L}{2\pi R_S R_L (C_E + C_L)} \approx \frac{1 + g_{m9} R_L}{2\pi R_L (C_E + C_L)} \approx \frac{1}{2\pi \frac{(C_E + C_L)}{g_{m9}}}$$

密勒补偿的极点分裂现象 (3)

$$f_{P2} \approx \frac{1}{2\pi R_L C_L}$$

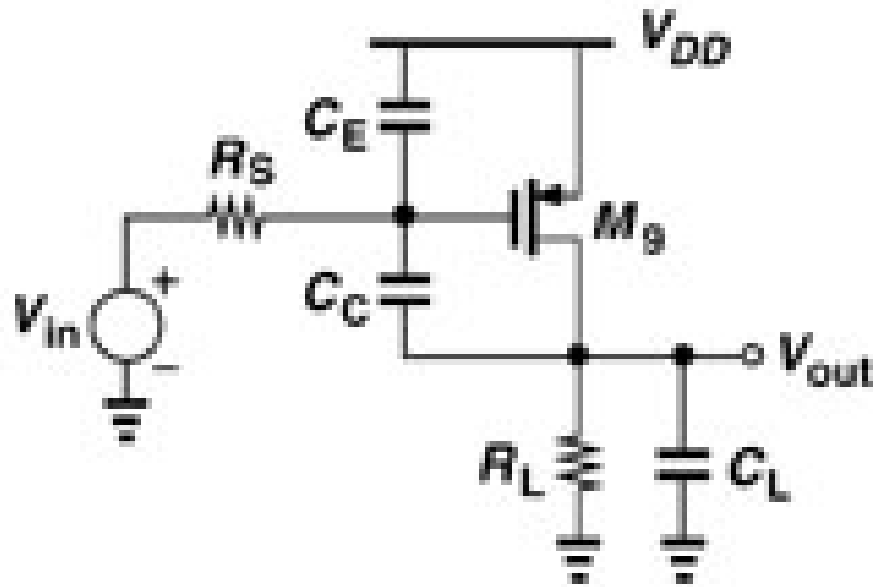
补偿后，在关心的频率内 C_C 近似于短路，输出电阻约为 $1/g_{m9} // R_L \approx 1/g_{m9}$ 。第二主极点提高了约 $g_{m9}R_L$ 倍。

$$f_{P2} \approx \frac{R_S(1+g_{m9}R_L)+R_L}{2\pi R_S R_L (C_E+C_L)} \approx \frac{1+g_{m9}R_L}{2\pi R_L (C_E+C_L)} \approx \frac{1}{2\pi (C_E+C_L)}$$



重邮光电工程学院

放大器零点的产生

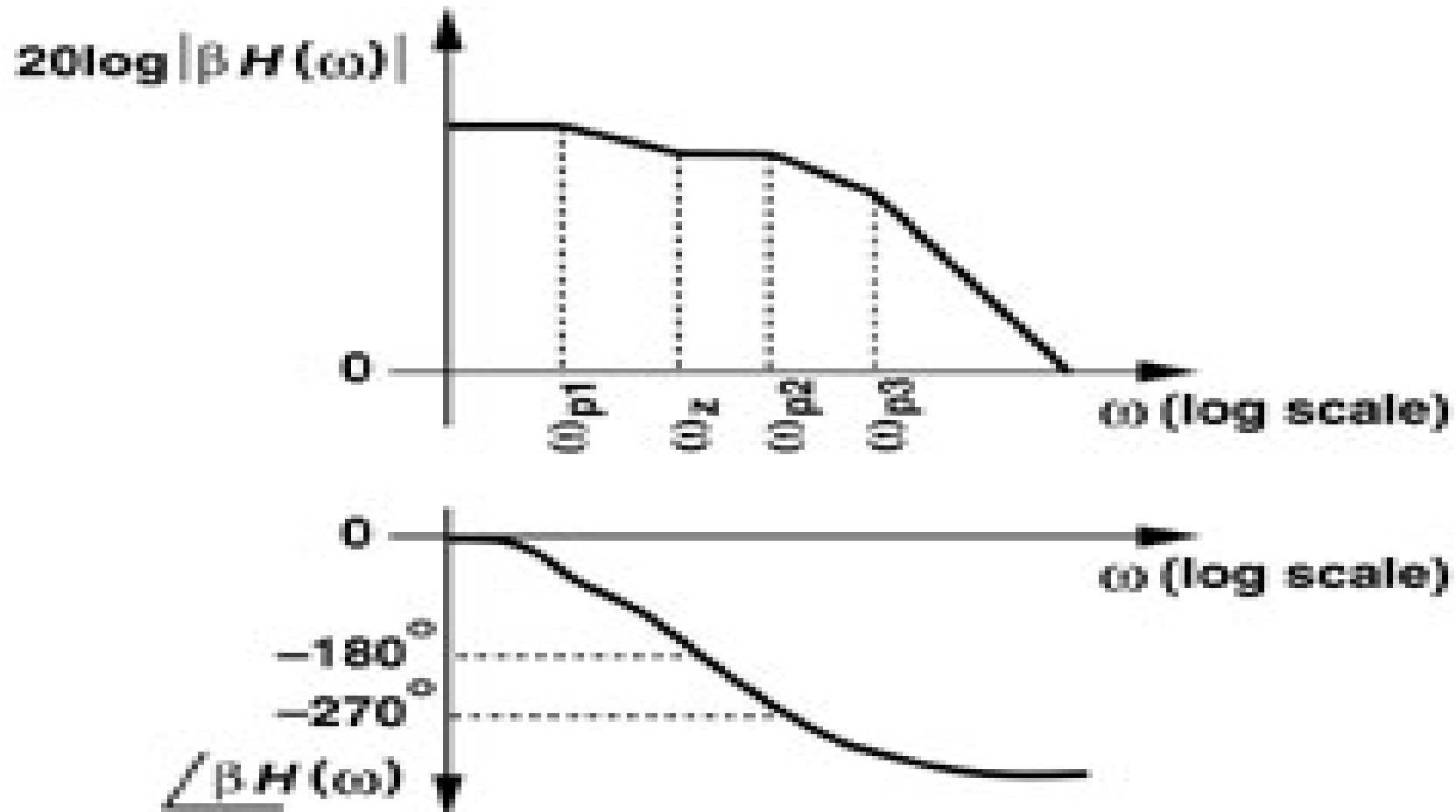


$$f_z(\text{RHP}) = \frac{g_{m9}}{2\pi C_C}$$

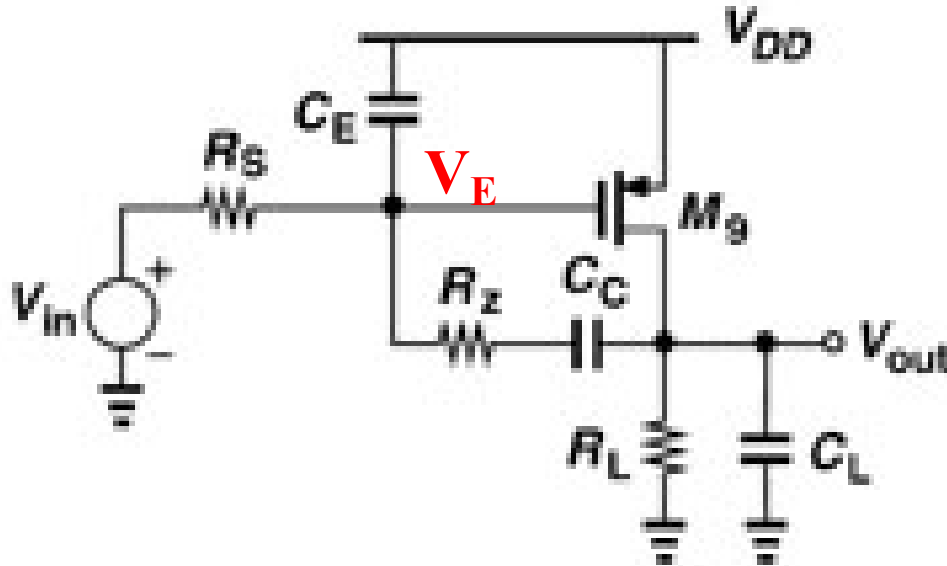
$$\frac{V_{\text{out}}(S)}{V_{\text{in}}(S)} = \frac{-g_{m9}R_L \left(1 - \frac{C_C S}{g_{m9}}\right)}{R_S R_L \left[C_E C_C + (C_E + C_C) C_L \right] S^2 + \left\{ R_S \left[(1 + g_{m9} R_L) C_C + C_E \right] + (C_L + C_C) R_L \right\} S + 1}$$

重邮光电工程学院

零点与相位裕度的关系



RHP 零点的消除方法 (1)



$$\frac{V_E}{R_Z + 1/C_C S} = g_{m9} V_E$$

$$R_Z + 1/C_C S = g_{m9}^{-1}$$

$$S = \frac{1}{(g_{m9}^{-1} - R_Z) C_C}$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi (g_{m9}^{-1} - R_Z) C_C}$$

当 $g_{m9}^{-1} = R_Z$, $f_z = \infty$, 零点在无穷远处, 即零点被消除了!

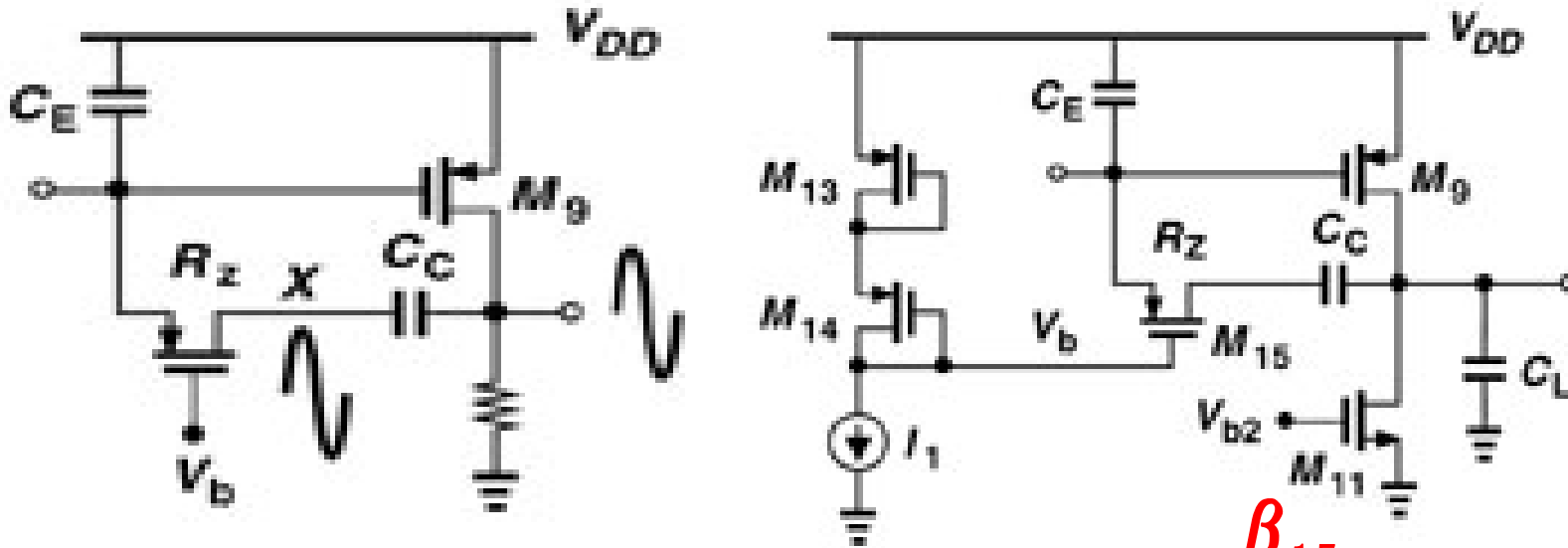
RHP 零点的消除方法 (2)

当 $g_{m9}^{-1} > R_Z$ ，零点移到左半平面，若满足下面条件，则以前的第二个极点就和该零点对消了，即以前的第二个极点消除了！

$$\frac{1}{C_C(1/g_{m9} - R_Z)} = \frac{-g_{m9}}{C_L + C_E}$$
$$R_Z = \frac{C_L + C_E + C_C}{g_{m9}C_C} \approx \frac{C_L + C_C}{g_{m9}C_C}$$

该零、极点对消技术的缺点是 R_Z 是负载电容 C_L 的函数，当负载电容未知或变化时，该技术很难实现。

RHP 零点的消除方法 (3)



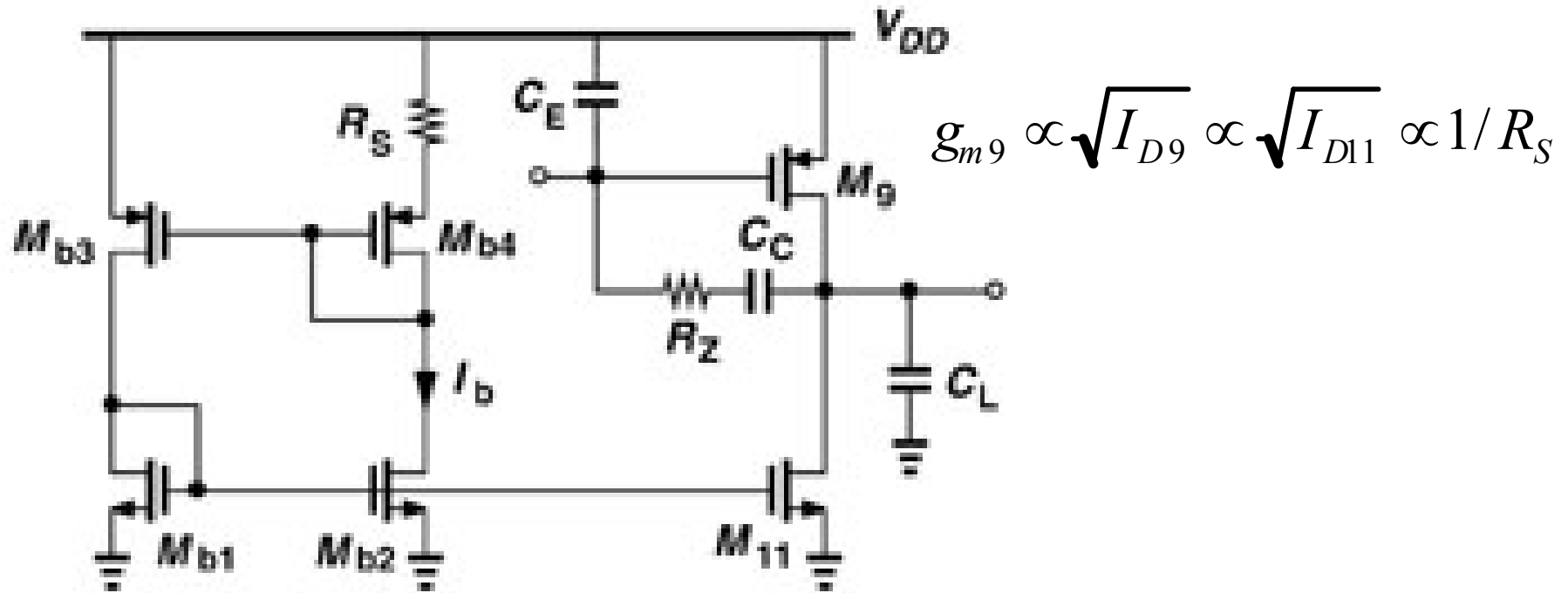
跟踪温度和工艺
而生成 < 的电路

$$V_{GS13} = V_{GS9} \Rightarrow V_{GS15} = V_{GS14} \Rightarrow g_{m15} = \frac{\beta_{15}}{\beta_{14}} g_{m14}$$

$$R_{on15} = \frac{1}{g_{m15}} = g_{m14}^{-1} \frac{\beta_{14}}{\beta_{15}} = g_{m9}^{-1} \left(1 + \frac{C_L}{C_C}\right) = R_Z \Rightarrow$$

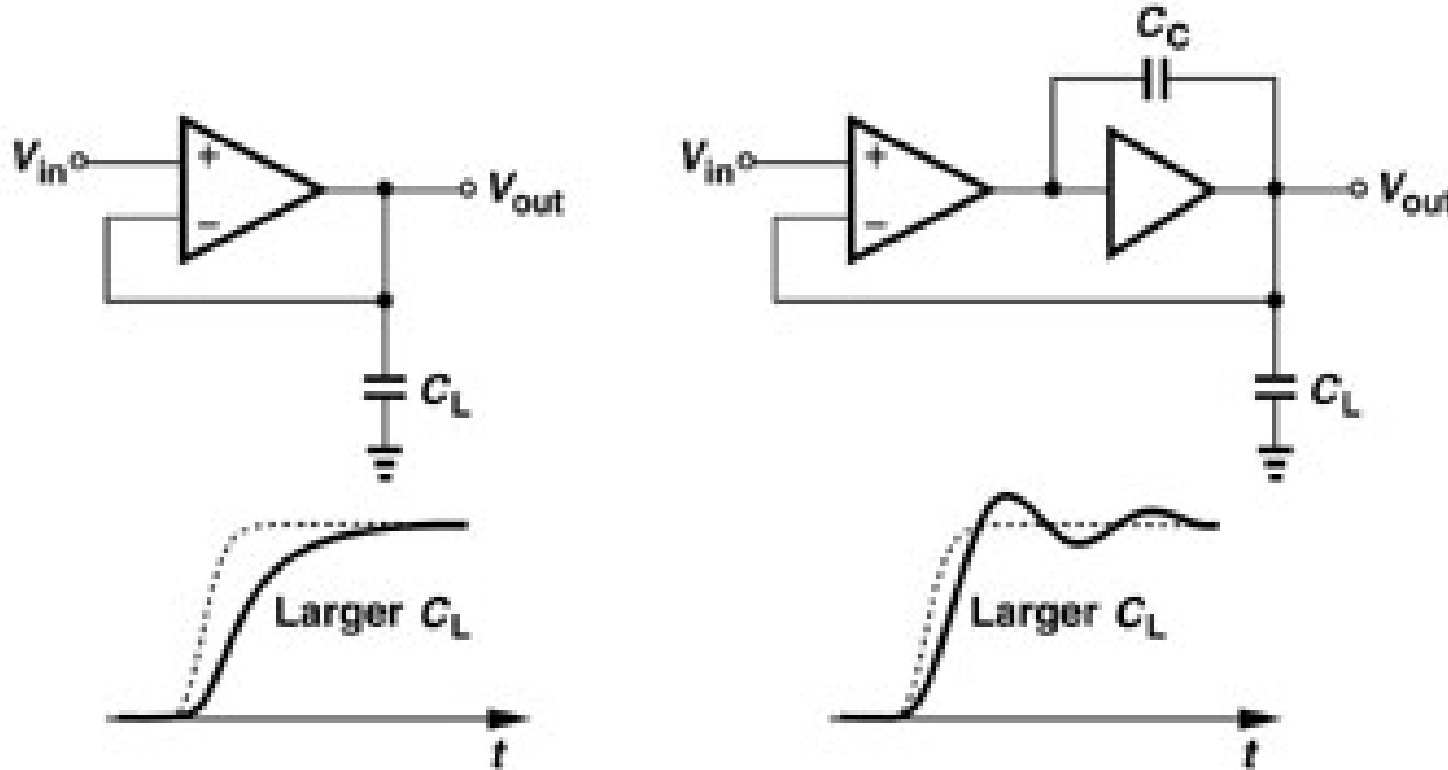
$$(W/L)_{15} = \sqrt{(W/L)_{14} (W/L)_9} \sqrt{I_{D9} / I_{D14}} (1 + C_C / C_L)$$

RHP 零点的消除方法 (4)



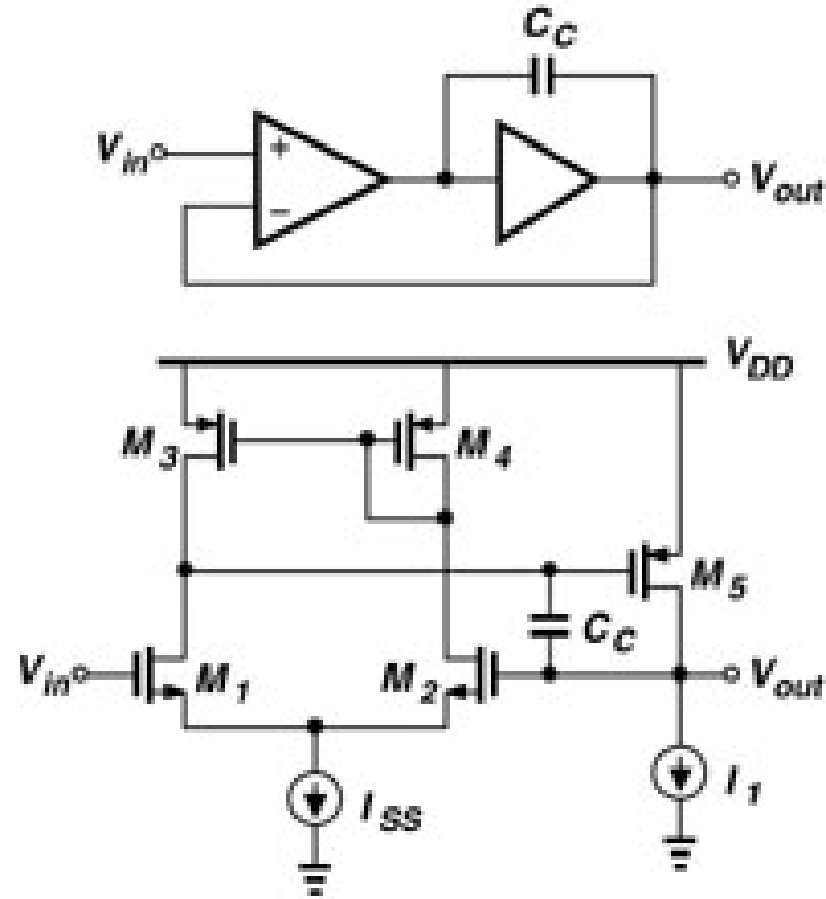
R_Z 与 R_S 的适当比率可保证 $R_Z=(1+C_L/C_C)/g_{m9}$ 成立

负载电容对阶跃响应的影响



增大负载电容对单级运放与两级运放阶跃响应的影响

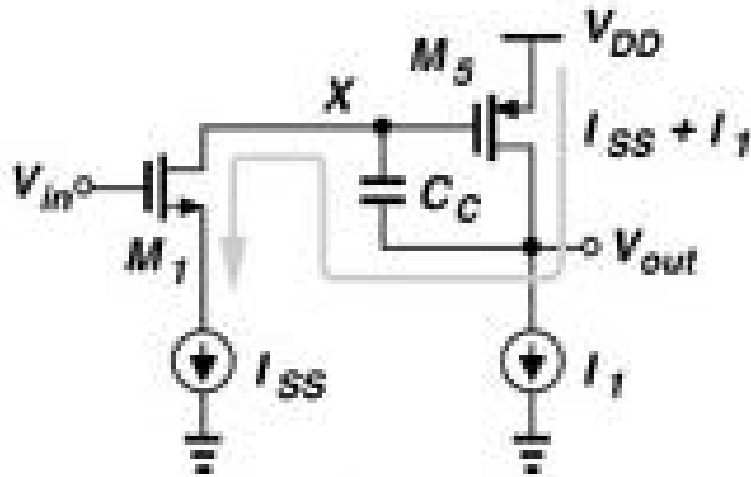
重邮光电工程学院
两极运放中的转换 (1)



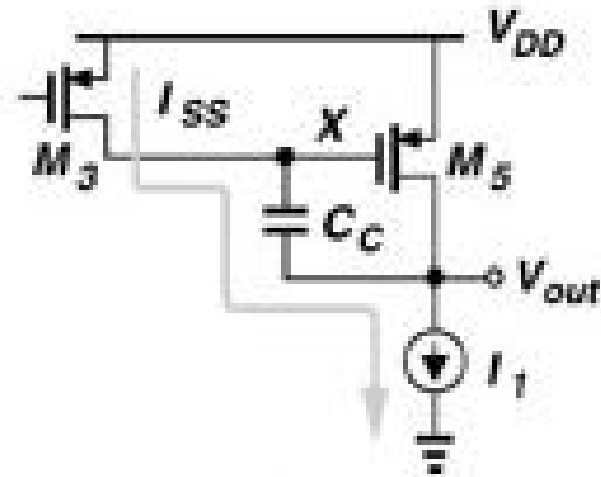
简单两级运放

重邮光电工程学院

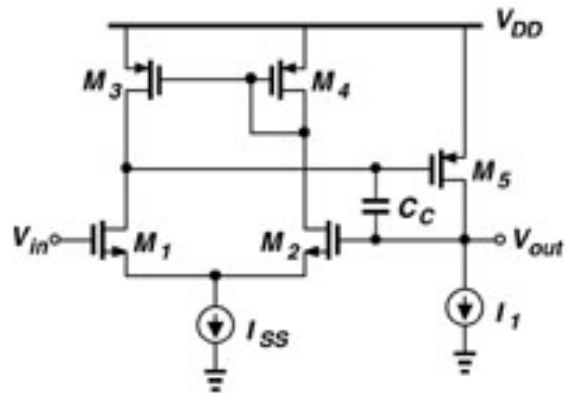
两极运放中的转换 (2)



正转换期间的简化电路

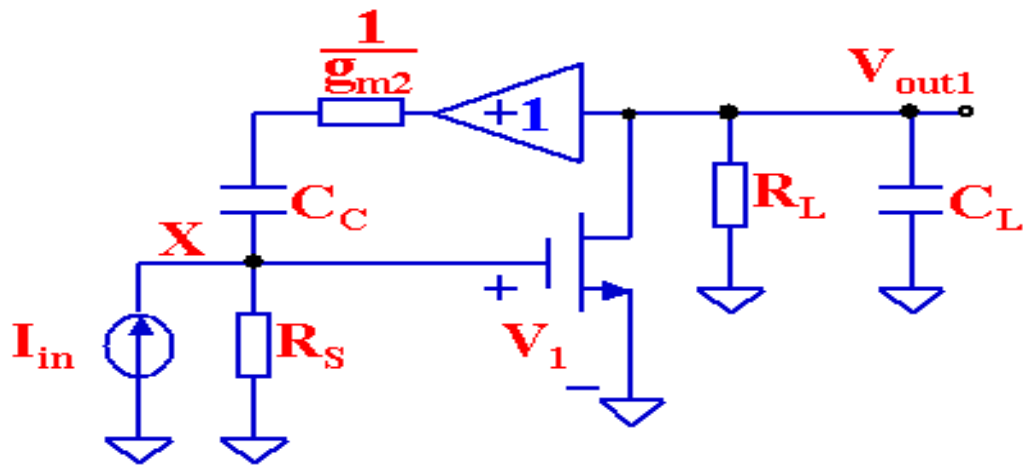
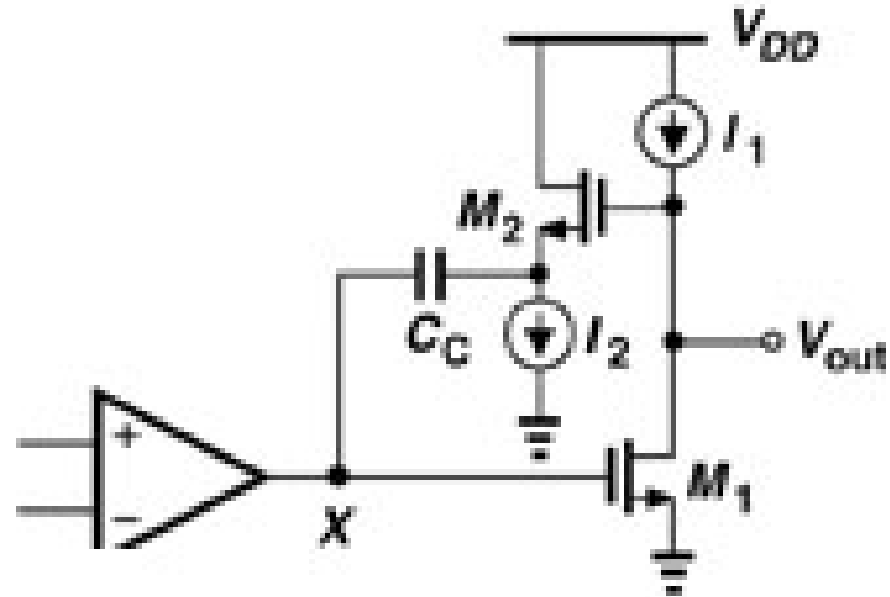
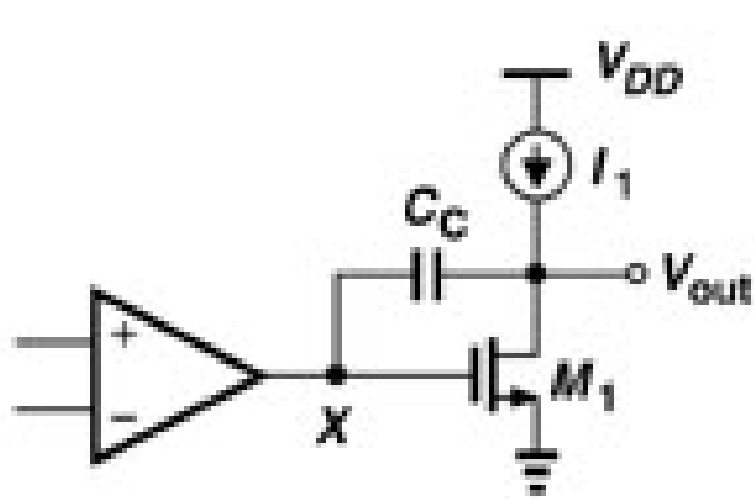


负转换期间的简化电路



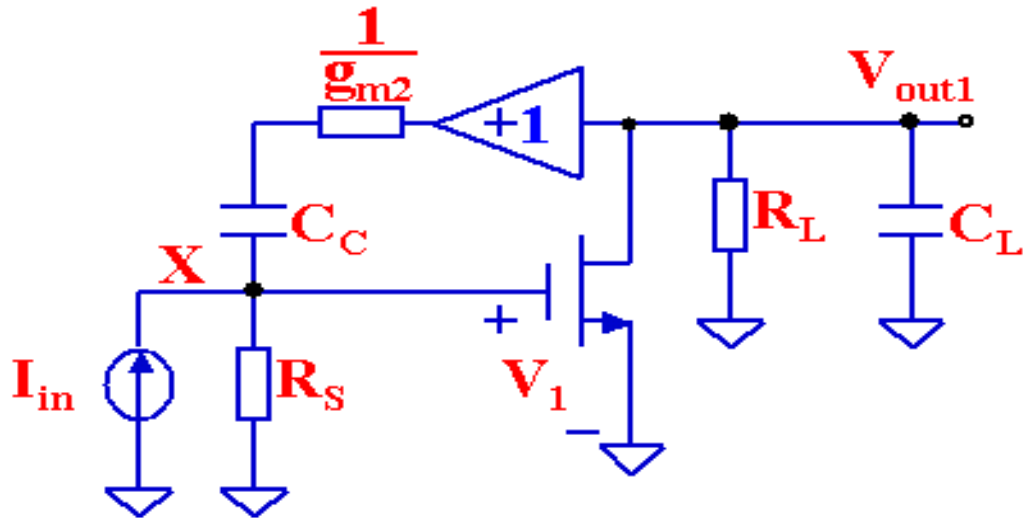
重邮光电工程学院

运放的其它补偿技术 (1)



$V_{outmin} = V_{GS2} + V_{I2}$,
源跟随器M2减小了
输出电压摆幅。

重邮光电工程学院
运放的其它补偿技术 (2)



$$f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_S g_{m1} R_L C_C}$$

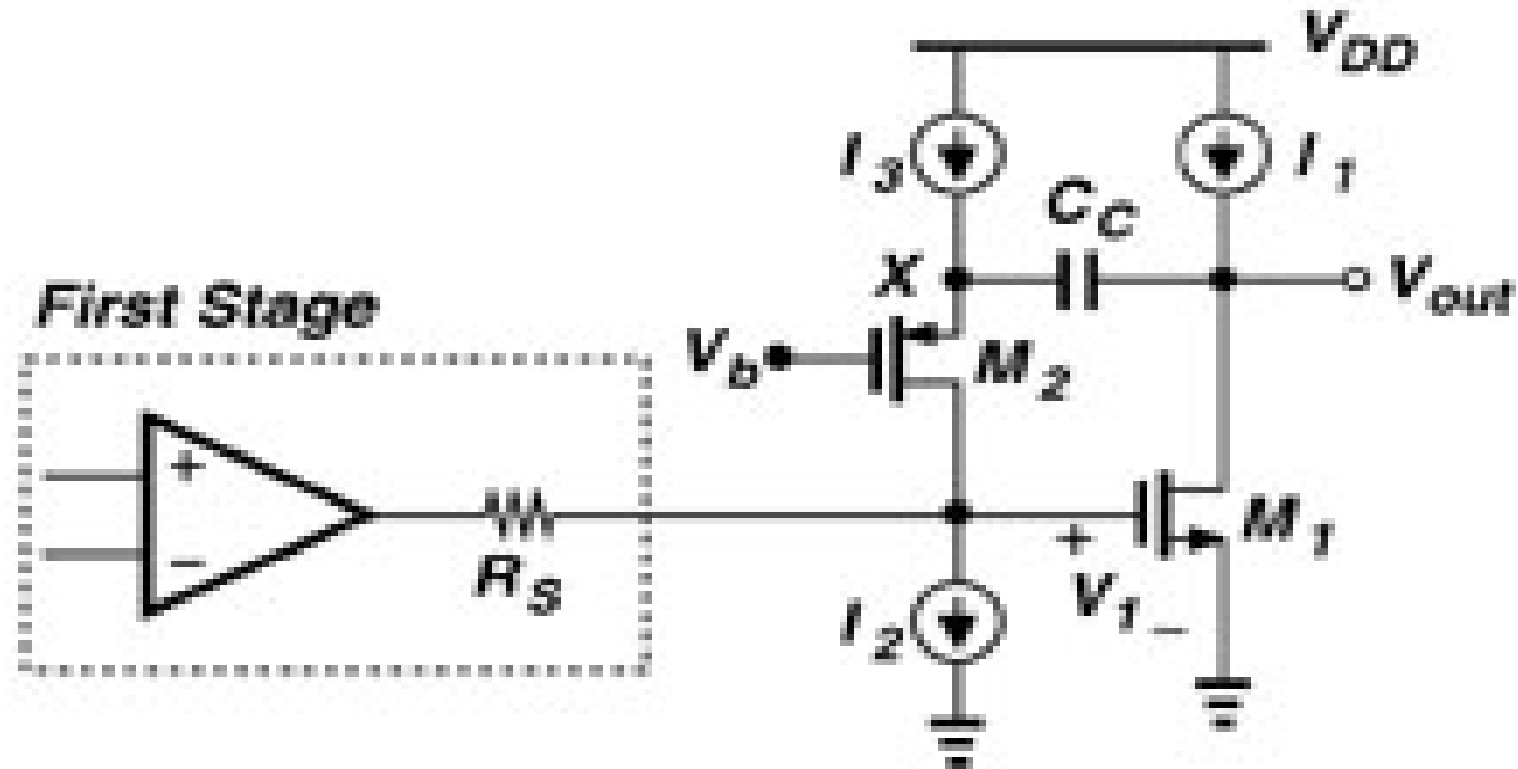
$$f_{p2} \approx \frac{g_{m1}}{2\pi C_L}$$

$$g_{m1} V_1 + V_{out} (R_L^{-1} + C_L S) = 0$$

$$\frac{V_{out} - V_1}{\frac{1}{g_{m2}} + \frac{1}{C_C S}} + I_{in} = \frac{V_1}{R_S}$$

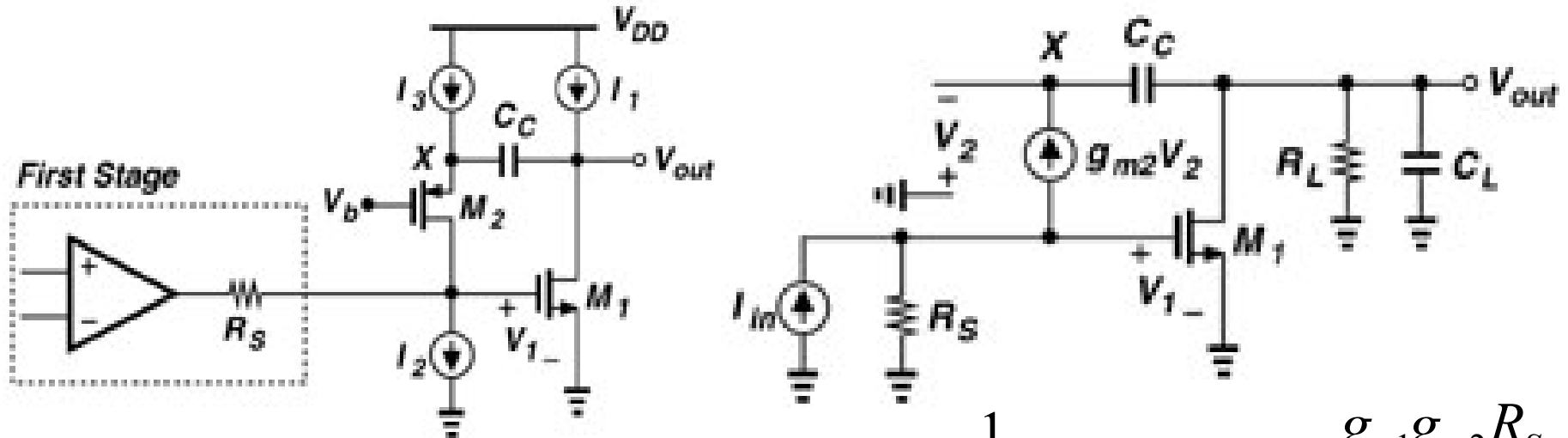
$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{-g_{m1} R_L R_S (g_{m2} + C_C S)}{R_L C_L C_C (1 + g_{m2} R_S) S^2 + \left[(1 + g_{m1} g_{m2} R_L R_S) C_C + g_{m2} R_L C_L \right] S + g_{m2}}$$

重邮光电工程学院
运放的其它补偿技术 (3)



前面补偿技术中的源跟随器限制了输出电压摆幅，本电路中 $V_{omin} = V_{on1}$ ，从后面的分析中还可看见，其带宽比前种补偿技术更宽，但所需静态功耗比前种补偿技术更大。

运放的其它补偿技术 (4)



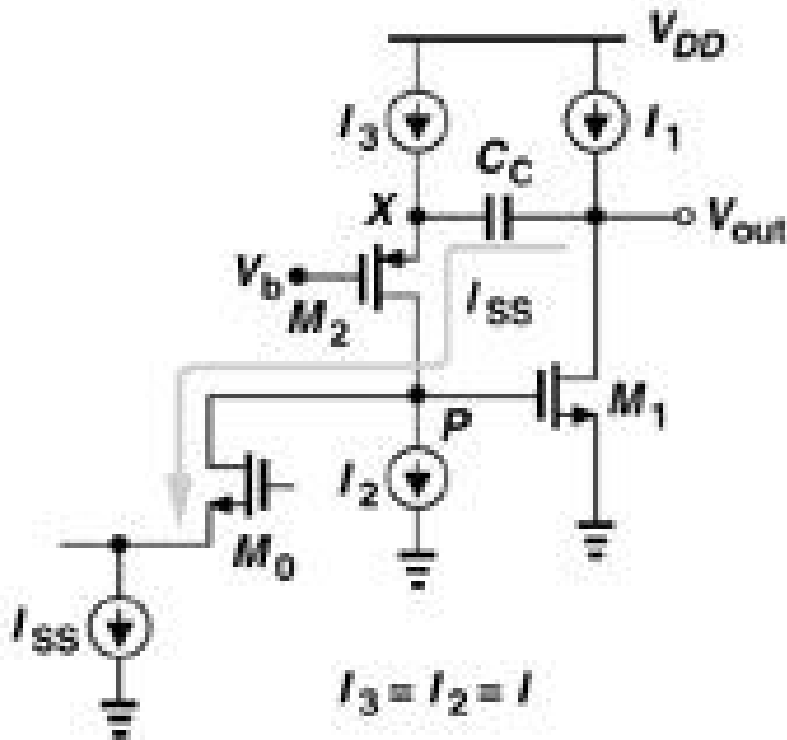
$$V_2 + V_{out} + \frac{g_{m2} V_2}{C_C S} = 0 \quad f_{p1} \approx \frac{1}{2\pi R_S g_{m1} R_L C_C} \quad f_{p2} \approx \frac{g_{m1} g_{m2} R_S}{2\pi C_L}$$

$$g_{m1} V_1 + V_{out} (1/R_L + C_L S) = g_{m2} V_2$$

$$V_{out} = \frac{-g_{m1} R_L R_S (g_{m2} + C_C S)}{R_L C_L C_C S^2 + [(1 + g_{m1} R_S) g_{m2} R_L C_C + C_C + g_{m2} R_L C_L] S + g_{m2}}$$

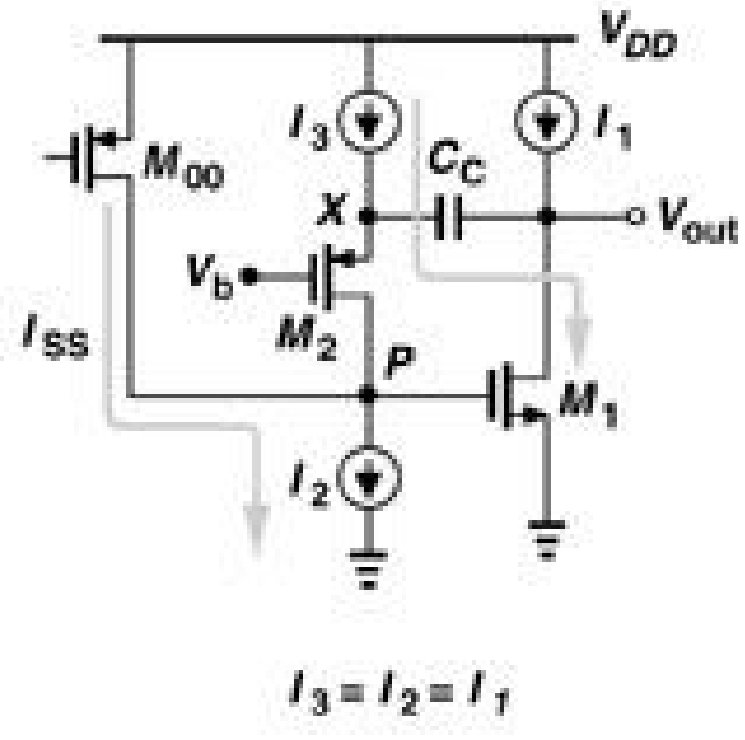
f_{p2} 增加了 $g_{m2} R_S$ 倍,电路可提供更大带宽。

前述补偿技术两极运放中的转换



(a)

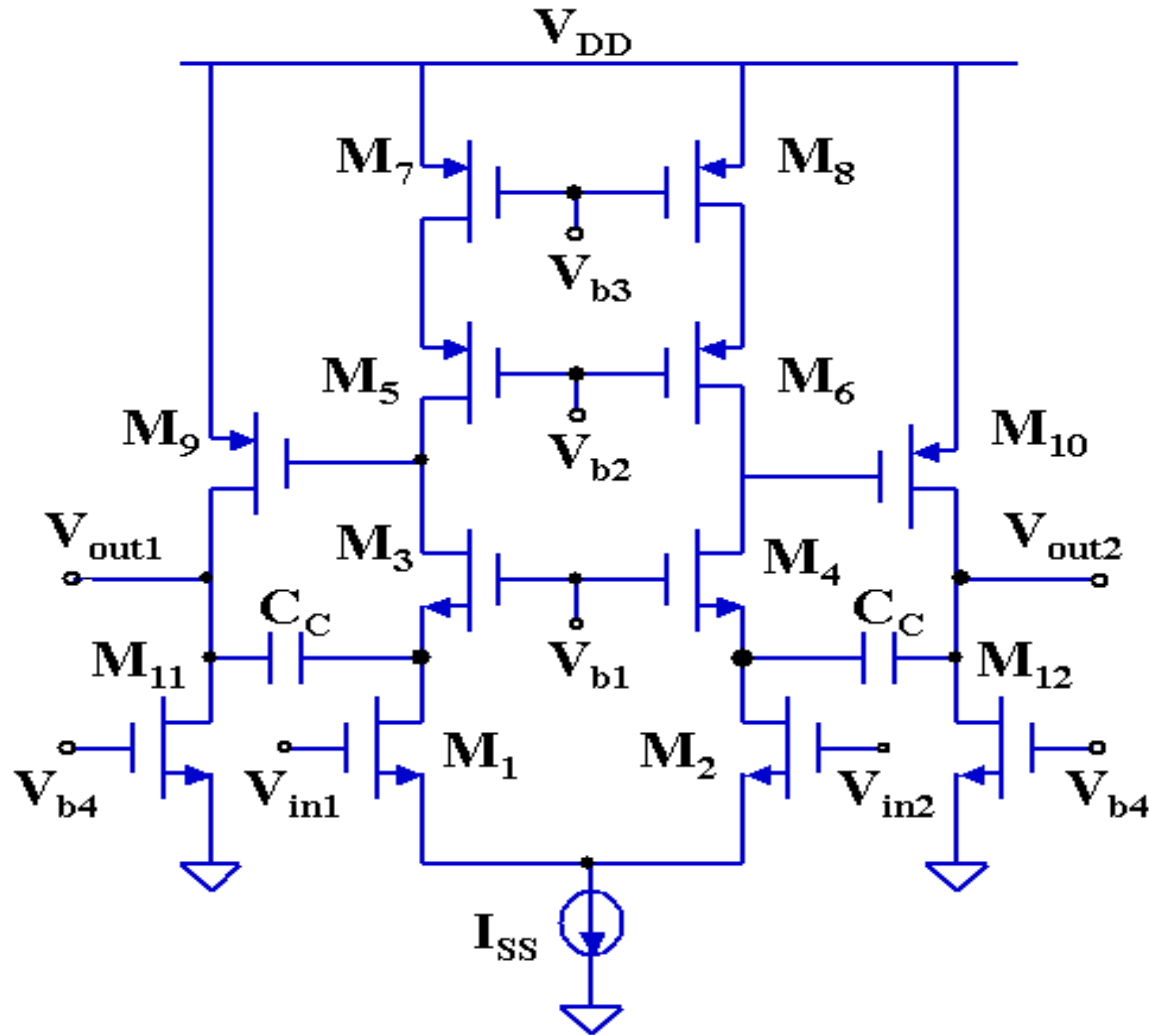
正转换简化电路



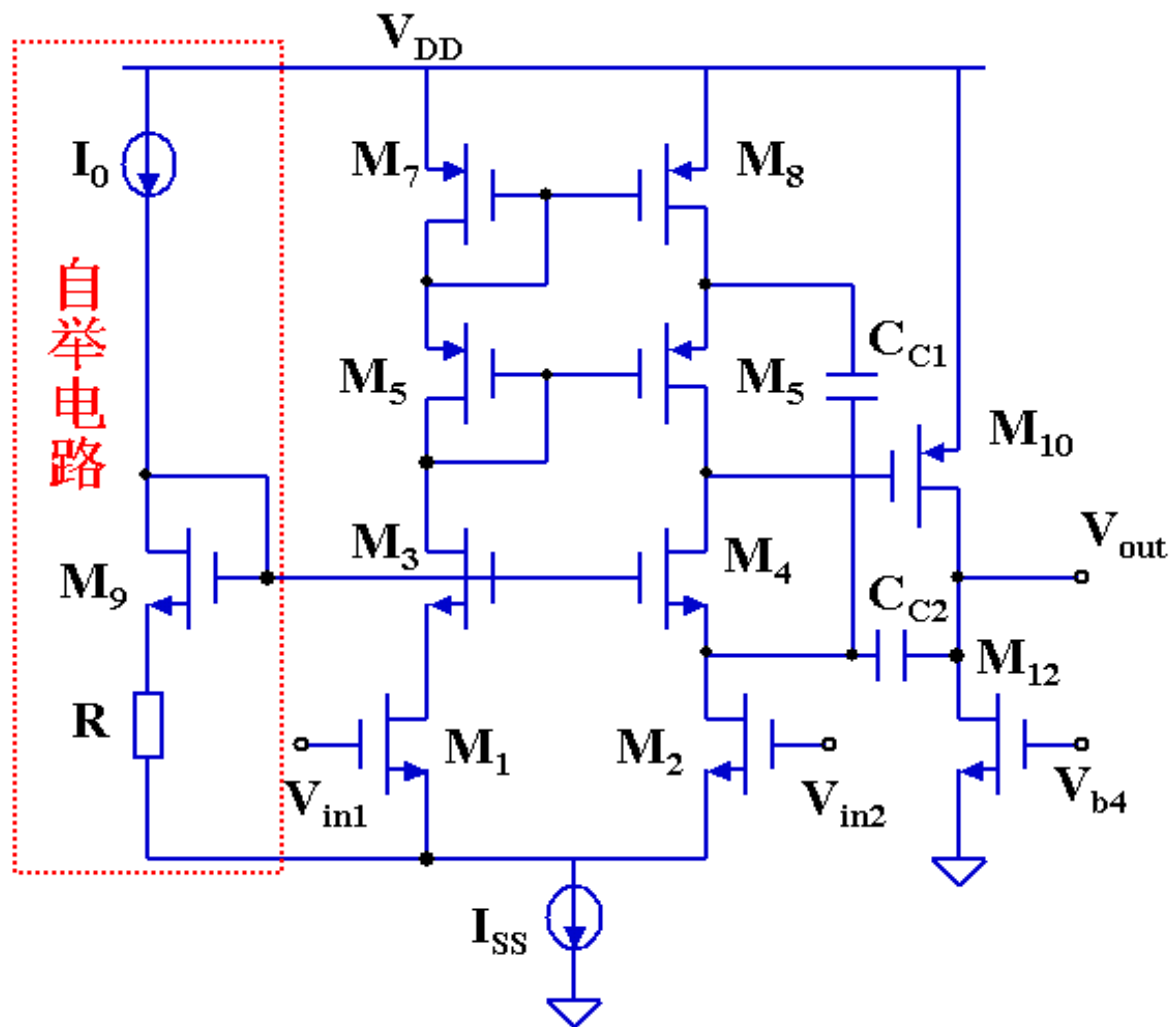
(b)

负转换简化电路

采用共栅补偿技术的全差动两级运放



采用共栅补偿技术的单端输出两级运放



重邮光电工程学院

本章基本要求

1. 理解和掌握运放的稳定性条件，会利用波特图判断运放是否稳定。
 2. 理解和掌握系统零点、极点与系统稳定性的相互关系。
 3. 理解和掌握运放密勒补偿的特点及运用条件。
 4. 理解和掌握利用跟随器进行补偿时的特点及其与密勒补偿法的区别。
 5. 理解采用共栅级进行补偿时的特点。
 6. 理解两级运放中的转换。
-